лентно условию $g\,\mathrm{Re}\,\delta \gg 1$ и выполняется только для наклонной к слою ориентации магнитного поля ($\beta\neq0$, $\pm\pi/2$, π) и достаточно слабых соударений ($|\nu| \ll (k_1 l)^{n/(n-1)}$). При $\mathrm{tg}\,\theta \neq -G$ условия (9) выполняются в двух случаях: а) для углов падения $\mathrm{tg}\,\theta = G$ ($g>0$), если $g|\mathrm{Re}\,\delta| \gg 1$, т. е. снова для наклонного магнитного поля и слабых соударений; б) для углов падения $\mathrm{tg}\,\theta = G[1\pm\exp(g\,\mathrm{Re}\,\delta)]/[1\mp\exp(g\,\mathrm{Re}\,\delta)]$, взятых соответственно для четных и нечетных k, если выполнено условие $\mathrm{Im}\,\delta = g^{-1}\pi k$ ($k=0, \pm1, \ldots$).

Таким образом, в ППП-системах с гиротропной плазмой возможно управление условиями появления полного резонансного поглощения ТМ-волн за счет изменения ориентации и величины магнитного поля. В целом область существования эффекта значительно расширяется по сравнению с изотропным случаем в сторону малых столкновительных потерь. Что же касается спектрального интервала резонансно-поглощаемых волн, то он ограничен узкими полосами допустимых расстроек ($|\varepsilon_0| \lesssim (k_1 l)^{n/(n-1)}$) относительно частот, для которых диэлектрическая проницаемость слоя имеет нуль выше первого порядка, и существенно зависит от формы слоя, частоты соударений, а также ориентации магнитного поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Godwin R. P. — Phys. Rev. Lett., 1972, 28, № 2, p. 85.
2. Котов А. К. — Физика плазмы, 1985, 11, вып. 5, с 629.
3. Сахаров А. С. Препринт ФИАН № 190. — М, 1979.
4. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. — М: Наука, 1984, с. 112
5. Пилия А. Д., Федоров В. И — ЖЭТФ, 1969, 57, вып. 4 (10), с. 1198.
6. Кондратьев И. Г., Миллер М. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1968, 11, № 6, с. 885.
7. Жаров А А, Кондратьев И Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 8, с. 1130.
8. Ерохин Н. С., Моисеев С. С, Назаренко Л. А. — Письма в ЖТФ, 1977, 3, вып. 12, с. 561.
9. Бакунов М. И, Денисов Н Г., Зелексон Л А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1986, 29, № 4, с. 408.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 9 июня 1986 г.

УДК 538.56:519 25

ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ ВОЛН В ПРИБЛИЖЕНИИ МАРКОВСКОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

А. М Стадник

Пусть комплексная амплитуда волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси z в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\mathbf{r}; k) = 1+\Delta\varepsilon(\mathbf{r}; k)$, описывается параболическим уравнением

$$\left[\frac{i}{k}\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2k^2}\Delta_\perp + \frac{1}{2}\Delta\varepsilon(\rho, z, k)\right]\psi(\rho, z; k) = 0, \qquad (1)$$

где $\Delta_\perp$ — оператор Лапласа по поперечным координатам $\rho = (x, y)$. Решение уравнения (1) для произвольных начальных условий записывается как

$$\psi(\rho, z; k) = \int d\rho_0\, G(\rho, z' \rho_0, z_0; k)\, \psi(\rho_0, z_0, k), \qquad (2)$$

где функция Грина $G(\rho, z|\rho_0, z_0; k)$ удовлетворяет по первой паре аргументов тому же уравнению (1), но с начальным условием $G(\rho, z_0|\rho_0, z_0; k) = \delta(\rho - \rho_0)$. После очевидных переобозначений (1) совпадает с квантово-механическим уравнением Шредингера, что позволяет сразу записать выражение для $G(\rho, z|\rho_0, z_0; k)$ в виде континуального интеграла (КИ) [1, 2]:

$$G(\rho, z|\rho_0, z_0; k) = \int \exp\left\{\frac{ik}{2}\int_{z_0}^{z} dz'\, [\dot{\eta}^2(z') + \Delta\varepsilon(\eta(z'), z', k)]\right\} D\eta. \qquad (3)$$

Интегрирование в (3) производится по всем двумерным траекториям, удовлетворяющим граничным условиям $\eta(z_0) = \rho_0$, $\eta(z) = \rho$, а мера $D\eta$ выбрана таким образом, что

$$\int \exp\left\{\frac{ik}{2}\int\limits_{z_0}^{z} dz'\,\dot{\eta}^2(z')\right\} D\eta = G_0(\rho-\rho_0,\ z-z_0;\ k), \tag{4}$$

где $G_0(\rho,\ z;\ k) = \dfrac{k}{2\pi iz}\exp\left(\dfrac{ik}{2z}\rho^2\right)$ — функция Грина уравнения (1) для однородной среды (при $\Delta\varepsilon(\boldsymbol{r};k)=0$).

Поскольку будут рассматриваться пространственно-частотные корреляционные функции, то в (1)—(4) явно выделена зависимость всех величин от частоты посредством $k=k(\omega)$. Ограничимся в дальнейшем достаточно общим случаем, когда зависимость $\Delta\varepsilon(\boldsymbol{r};k)$ от k является мультипликативной: $\Delta\varepsilon(\boldsymbol{r};k)=\varepsilon_0(k)\delta\varepsilon(\boldsymbol{r})$.

В силу линейности соотношения (2) моменты комплексной амплитуды просто выражаются через моменты функции Грина, удовлетворяя тем же уравнениям, но другим начальным условиям. Поэтому будем рассматривать моменты

$$\Gamma_{n,m}(\{\rho_p,k_p\},\ \{\rho_s',k_s'\},z) = \langle G_1\ldots G_n\,G_1'^{*}\ldots G_m'^{*}\rangle, \tag{5}$$

где $G_p\equiv G(\rho_p,z|\,\rho_{0p},z_0;k_p)$, $p=1,\ldots n$; $G_s'^{*}\equiv G^{*}(\rho_s',z|\rho_{0s}',z_0;k_s')$, $s=1,\ldots m$, угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю реализаций случайного поля $\delta\varepsilon(\boldsymbol{r})$. Начальным условием для моментов (5) является $\Gamma_{n,m}(z_0)=\prod\limits_{p=1}^{n}\delta(\rho_p-\rho_{0p})\prod\limits_{s=1}^{m}\delta(\rho_s'-\rho_{0s}')$.

Используя для каждого из сомножителей в правой части равенства (5) представление (3), получим

$$\Gamma_{n,m} = \int\exp\left\{\frac{i}{2}\int\limits_{z_0}^{z}dz'\left[\sum_{p=1}^{n}k_p\dot{\eta}_p^2(z')-\sum_{s=1}^{m}k_s'\dot{\eta}_s'^2(z')\right]\right\}\Phi[\lambda_{n,m}]\,D\eta\,D\eta', \tag{6}$$

где

$$\lambda_{n,m}(\rho',z') = \frac{1}{2}\theta(z'-z_0)\theta(z-z')\left[\sum_{p=1}^{n}k_p\varepsilon_0(k_p)\delta(\rho'-\eta_p(z'))-\sum_{s=1}^{m}k_s'\varepsilon_0(k_s')\delta(\rho'-\eta_s'(z'))\right],$$

$\theta(z)$ — ступенчатая функция Хевисайда, $D\eta=D\eta_1\ldots D\eta_n$, $D\eta'=D\eta_1'\ldots D\eta_m'$, $\Phi[\lambda]=\langle\exp[i\int d\boldsymbol{r}\lambda(\boldsymbol{r})\delta\varepsilon(\boldsymbol{r})]\rangle$ — характеристический функционал случайного поля $\delta\varepsilon(\boldsymbol{r})$, а интегрирование производится по всем двумерным траекториям с граничными условиями $\eta_p(z_0)=\rho_{0p}$, $\eta_p(z)=\rho_p$, $p=1,\ldots,n$; $\eta_s'(z_0)=\rho_{0s}'$, $\eta_s'(z)=\rho_s'$, $s=1,\ldots,m$.

Как известно [3] и как видно из (6), для того чтобы уравнения для моментов $\Gamma_{n,m}$ были замкнутыми, поле $\delta\varepsilon(\boldsymbol{r})$ должно быть дельта-коррелированным по z, т. е. его кумулянты должны иметь вид дельта-функций по всем z-аргументам:

$$K_n(\boldsymbol{r}_1,\ldots,\boldsymbol{r}_n) = K_n(\rho_1,\ldots,\rho_n,z_1)\delta(z_1-z_2)\ldots\delta(z_{n-1}-z_n).$$

Характеристический функционал представляется тогда в виде $\Phi[\lambda] = \exp\left(\int\limits_{-\infty}^{\infty}dz'\dot{\Theta}_{z'}[\lambda]\right)$, где $\dot{\Theta}_{z'}[\lambda]=(d/dz')\Theta_{z'}[\lambda]$,

$$\Theta_z[\lambda] = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{i^n}{n!}\int\limits_{-\infty}^{z}dz'\int d\rho_1\ldots d\rho_n\,K_n(\rho_1,\ldots,\rho_n,z')\,\lambda(\rho_1,z')\ldots\lambda(\rho_n,z'). \tag{7}$$

Как видно из (7), $\dot{\Theta}_{z'}[\lambda]$ является на самом деле функционалом от $\lambda(\rho'\,z')$ как функции только ρ', а зависимость от z' входит как от параметра (такое обозначение введено для удобства сравнения с результатами работы [4]).

Подставляя в (6) выражение

$$\Phi[\lambda_{n,m}] = \exp\left\{\int\limits_{z_0}^{z}dz'\dot{\Theta}_{z'}\left[\frac{1}{2}\sum_{p=1}^{n}k_p\varepsilon_0(k_p)\delta(\rho'-\eta_p(z'))-\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{m}k_s'\varepsilon_0(k_s')\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\,\delta(\rho'-\eta_s'(z'))\right]\right\},$$

получим представление $\Gamma_{n,m}$ в виде КИ, по виду которого можно сразу записать соответствующее уравнение:

$$\frac{\partial\Gamma_{n,m}}{\partial z} = \frac{i}{2}\left(\sum_{p=1}^{n}\frac{1}{k_p}\Delta_{\perp p}-\sum_{s=1}^{m}\frac{1}{k_s'}\Delta_{\perp s}'\right)\Gamma_{n,m}+ \tag{8}$$

$$+\dot{\theta}_z\left[\frac{1}{2}\sum_{p=1}^{r}k_p\,\varepsilon_0(k_p)\,\delta(\rho'-\rho_p)-\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{m}k'_s\,\varepsilon_0(k'_s)\,\delta(\rho'-\rho'_s)\right]\Gamma_{n,m}.$$

Полагая в (8) $k_1 = .. = k_n = k'_1 = ... = k'_m = k$, придем к уравнениям для пространственных корреляционных функций [4]. В частном случае гауссова случайного поля $\delta\varepsilon(\boldsymbol{r})$ уравнения (8) ранее были получены в [5, 6]

Уравнения (8) очень сложны и, в отличие от случая пространственных корреляционных функций, аналитически неразрешимы уже начиная со случая $n=m=1$:

$$\left[\frac{\partial}{\partial z}+\frac{1}{2i}\left(\frac{1}{k_1}\Delta_{\perp 1}-\frac{1}{k_2}\Delta_{\perp 2}\right)+Q(\rho_1,\rho_2,\ z;k_1,\ k_2)\right]\Gamma_{1,1}(\rho_1,k_1,\rho_2,k_2,z)=0,$$

$$\Gamma_{1,1}(\rho_1,k_1,\rho_2,k_2,z_0)=\delta(\rho_1-\rho_{01})\,\delta(\rho_2-\rho_{02}),$$

где $Q(\rho_1,\rho_2,z;k_1,k_2)=\dot{\theta}_z\left[\frac{k_1}{2}\varepsilon_0(k_1)\,\delta(\rho'-\rho_1)-\frac{k_2}{2}\varepsilon_0(k_2)\,\delta(\rho'-\rho_2)\right]$. Для статистически однородного по поперечным координатам поля $\delta\varepsilon(\boldsymbol{r})$, когда $Q(\rho_1,\rho_2,z;k_1,k_2)=Q(\rho_1-\rho_2,z;k_1,k_2)$, функцию $\Gamma_{1,1}$ можно только факторизовать·

$$\Gamma_{1,1}(\rho_1,k_1,\rho_2,k_2,z)=G_0\left(\frac{k_1(\rho_1-\rho_{01})-k_2(\rho_2-\rho_{02})}{k_1-k_2},\quad z-z_0;\ k_1-k_2\right)f(\rho_1-\rho_2,z;k_1,k_2),$$

где функция $f(\rho,z;k_1,k_2)$ удовлетворяет следующим уравнению и начальному условию:

$$\left[\frac{\partial}{\partial z}+\frac{1}{2i}\left(\frac{1}{k_1}-\frac{1}{k_2}\right)\Delta_\perp-Q(\rho,z;\ k_1,\ k_2)\right]f(\rho,z;k_1,k_2)=0,$$

$$f(\rho,z_0;k_1,k_2)=\delta(\rho-\rho_{01}+\rho_{02}).$$

Уравнения (8) можно вывести и другим путем: преобразуя в интегро-дифференциальные и усредняя соответствующие стохастические уравнения, используя затем условие дельта-коррелированности для расцепления средних от произведений и, наконец, переходя обратно к дифференциальной записи [3] Даже последний шаг для пространственных корреляционных функций в свое время явился нетривиальной задачей: если интегродифференциальный вид уравнений был получен в работе [7], то чисто дифференциальная форма — только позднее в [4].

Применение же КИ сводит процесс вывода к простому алгоритму: сначала получают само решение в форме КИ, а уравнения затем записывают прямо по его виду.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фейнман Р., Хибс А Квантовая механика и интегралы по траекториям. — М.: Мир, 1968. — 382 с.
2. Попов В. Н Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статистической физике. — М.: Атомиздат, 1976 — 256 с.
3. Рытов С. М., Кравцов Ю А., Татарский В И. Введение в статистическую радиофизику II. Случайные поля. — М.: Наука, 1978. — 464 с.
4. Кляцкин В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1975, 18, № 1, с. 63.
5. Ерухимов Л. М., Зарницына И. Г., Кирш П. И — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, 16, № 4, с. 573.
6. Lee L. C — J. Math Phys., 1974, 15, № 9, p. 1431.
7. Кляцкин В. И. — ЖЭТФ, 1969, 57, № 3, с. 952.

Поступила в редакцию
5 июня 1986 г.

УДК 621.372.8 029 7

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ФАЗОВЫЙ СДВИГ МОД В ДВУМОДОВОМ ВОЛОКОННОМ СВЕТОВОДЕ

Ф. А. Шаталов

Двумодовые волоконные световоды (ВС), в которых распространяются две LP_{01} и LP_{11} линейно поляризованные моды [1], имеют более широкую, чем у многомодовых ВС, полосу пропускания и больший, чем у одномодовых ВС, диаметр сердцевины. Это облегчает согласование таких ВС с оконечными устройствами и является