

УДК 538.574

УЕДИНЕННЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНО-СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ В АНИЗОТРОПНЫХ ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

Ф. Г. Басс, В. В. Белоус, А. С. Мазманишвили, Н. Н. Насонов

На основе полной системы уравнений Максвелла и Ландау—Лифшица изучены уединенные электромагнитно-спиновые волны в легкоосном и легкоплоскостном ферромагнетиках. Выяснена область существования и исследованы основные характеристики одно- и двухпараметрических решений исходной системы, описывающих уединенные волны. Рассмотрена связь электромагнитных и магнитостатических солитонов намагниченности, а также процессы взаимодействия волн и влияния эффекта релаксации намагниченности на динамику одиночного солитона.

Ярко выраженная нелинейность уравнений динамики намагниченности в сочетании с сильной пространственной дисперсией в области существования элементарных волновых возбуждений намагниченности — спиновых волн, обусловленной неоднородным обменным взаимодействием, делает возможным распространение в ферромагнетике уединенных спиновых волн [1]. Малая по сравнению со скоростью света скорость распространения солитонов [1] позволяет использовать для их описания приближение магнитостатики, в рамках которой к настоящему времени выполнено большое число работ, посвященных изучению солитонов намагниченности (см. монографию [2] и приведенную в ней литературу).

Несравненно менее изученными являются магнитные солитоны иной природы — уединенные электромагнитно-спиновые волны, динамика которых определяется вихревым электромагнитным полем.

По-видимому, на существование таких волн в ферромагнетике было указано впервые в работе [3], посвященной анализу стационарных электромагнитно-спиновых волн конечной амплитуды в изотропном ферромагнетике без учета неоднородного обмена.

В работе [4] проблема магнитных солитонов в изотропном ферромагнетике рассмотрена в самой общей постановке с учетом неоднородного обменного, магнитодипольного и электромагнитно-спинового взаимодействия. Проведенный в [4] анализ распространения волн намагниченности поперек однородного магнитного поля показал существование двух неперекрывающихся ветвей солитонных возбуждений ферромагнетика: магнитостатической [1, 2] и электромагнитной, солитоны которой распространяются со скоростями порядка скорости света.

В настоящей работе исследуются уединенные электромагнитно-спиновые волны в анизотропном ферромагнетике. Прежде всего эта задача представляет физический интерес. Из магнитостатической теории следует ограничение сверху скорости магнитных солитонов величиной порядка уокеровской скорости [1, 2]. Возникает вопрос: изменится ли это фундаментальное положение при учете взаимодействия спиновых волн с электромагнитными? В рассмотренной ниже модели ферромагнетика с магнитной анизотропией типа легкая плоскость магнитостатические солитоны непрерывно переходят в электромагнитно-спиновые. Благодаря этому, в отмеченной модели отсутствует «уокеровский» предел, в отличие от исследованной в [4] модели изотропного ферромагнетика.

Исследование нелинейных электромагнитно-спиновых волн представляет также практический интерес в связи с широким применением ферромагнетиков в технике СВЧ.

В работе рассматриваются волны стационарного профиля и солитоны огибающей [5], исследуется взаимодействие между электромагнитно-спиновыми солитонами и влияние поглощения на динамику уединенных волн намагниченности.

ВОЛНЫ В ФЕРРОМАГНЕТИКЕ С АНИЗОТРОПИЕЙ ТИПА ЛЕГКАЯ ОСЬ

Рассмотрим волну намагниченности, распространяющуюся в легко-основом ферромагнетике. Исходная система уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{m} &= - \left[\mathbf{m}, \mathbf{h} + u_0^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \mathbf{m} + \beta_0 \mathbf{n} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{m}) \right], \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) \mathbf{h}_\perp &= \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \mathbf{m}_\perp, \quad \frac{\partial}{\partial \xi} (h_z + m_z) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

отличается от традиционной в теории нелинейных магнитостатических волн намагниченности учетом вихревого магнитного поля \mathbf{h}_\perp . В уравнениях (1) приняты обозначения: $M = M_0 \mathbf{m}$, $\mathbf{H} = 4\pi M_0 \mathbf{h}$, M_0 — намагниченность насыщения, $\tau = \omega_M t$, $c\xi = \omega_M \sqrt{\epsilon} z$, $\omega_M = 4\pi g M_0$, $4\pi c^2 u_0^2 = \omega_M^2 \alpha \epsilon$, $\beta = 4\pi \beta_0 > 0$, α, β, ϵ — соответственно постоянные неоднородного обмена, магнитной анизотропии и диэлектрическая постоянная, g — гиромагнитная постоянная, \mathbf{n} — единичный вектор вдоль оси анизотропии.

Используя интеграл уравнений Ландау—Лифшица $|\mathbf{m}| = 1$, введем угловые функции θ и φ в полярной системе координат, ось которой совпадает с осью магнитной анизотропии. При этом

$$\begin{aligned} m_x &= \cos \theta \sin \chi + \sin \theta \cos \varphi \cos \chi, \quad m_y = \sin \theta \sin \varphi, \\ m_z &= \cos \theta \cos \chi - \sin \theta \cos \varphi \sin \chi, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\cos \chi = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_z)$, а ось x выбиралась так, чтобы вектор \mathbf{n} лежал в плоскости XZ .

Исследуем вначале простейшие решения системы (1), соответствующие стационарным уединенным волнам вида

$$\theta = \theta(\xi - u\tau), \quad \varphi = \varphi(\xi - u\tau) \quad (3)$$

с граничными условиями $\theta \rightarrow 0$ при $|\xi| \rightarrow \infty$.

Рассмотрим вначале случай $\chi = 0$. Подстановка выражений (2) и (3) в уравнения (1) приводит к системе двух нелинейных уравнений, решение которых

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) &= \frac{a - b}{1 + 2a(a+b)^{-1} \operatorname{sh}^2[k(\xi - u\tau)]}, \quad k_\parallel^2 = \beta_0 - \frac{u^2}{4u_0^2} - \frac{u^2}{1 - u^2}, \\ b &= \left| 1 - 2 \frac{u_0^2}{u^2} \right|, \quad a = \sqrt{\left(1 - 2 \frac{u_0^2}{u^2} \right)^2 + 4 \frac{u_0^2}{u^2} k_\parallel^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

отличается от полученного впервые в [1] только наличием слагаемого $-u^2/(1-u^2)$ в выражении для $k_\parallel^2(u)$, обусловленного электромагнитно-спиновым взаимодействием. Область существования волн (4) следует из условия $k_\parallel^2 > 0$ и определяется неравенством $u^2 < 4\beta_0 u_0^2 - 16\beta_0 u_0^4 \approx 4\beta_0 u_0^2$, совпадающим с установленным в [1] для магнитостатических солитонов. Таким образом, вдоль оси анизотропии в лег-

коосном ферромагнетике могут распространяться только магнитостатические солитоны намагниченности стационарного профиля.

Другая ситуация реализуется при $\chi \neq 0$. Рассмотрим систему (1) в длинноволновом пределе $k^2 u_0^2 \ll 1$. При этом уравнения, определяющие изменение функций θ и φ , принимают вид

$$\begin{aligned} u\dot{\theta} &= -\frac{\sin \chi}{1-u^2} [(1-\cos \theta) \cos \chi + \sin \theta \cos \varphi \sin \chi] \sin \varphi, \\ \sin \theta \left[u\dot{\varphi} + 1 - \frac{\sin^2 \chi}{1-u^2} + \left(\beta_0 - \frac{\cos^2 \chi}{1-u^2} \right) \cos \theta \right] &= -\frac{\sin \chi \cos \chi}{1-u^2} \times \quad (5) \\ \times \sin \theta \cos \varphi - \frac{\sin \chi}{1-u^2} [(1-\cos \theta) \cos \chi + \sin \theta \cos \varphi \sin \chi] \cos \theta \cos \varphi. \end{aligned}$$

Решение системы (6) имеет вид

$$\begin{aligned} \int \frac{dy}{yQ(y)} &= -\frac{\xi - ut}{u(1-u^2)}, \quad y = \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right), \\ Q^2(y) &= [u^2(1+\beta_0+y^2) - \beta_0] [\sin^2 \chi - (y \cos \chi \mp \sqrt{u^2(1+\beta_0+y^2) - \beta_0})^2], \quad (6) \\ \sin^2 \chi \cos^2 \varphi + (1+\beta_0) \left(\frac{\beta_0}{1+\beta_0} - u^2 \right) + \\ + (\cos^2 \chi - u^2)y^2 + 2 \sin \chi \cos \chi \cos \varphi y &= 0. \end{aligned}$$

Рассмотрим структуру уединенных волн, удовлетворяющих условию $y \rightarrow 0$ при $|\xi| \rightarrow \infty$. Из условия $Q^2(y) > 0$ в асимптотической области $|\xi| \rightarrow \infty$ следует интервал допустимых значений скорости распространения солитонов

$$\beta_0/(1+\beta_0) \leq u^2 \leq (\sin^2 \chi + \beta_0)/(1+\beta_0). \quad (7)$$

Приведенные неравенства, справедливые для солитонов обеих ветвей, показывают, что скорость электромагнитно-спиновых солитонов на четыре-пять порядков превышает максимальную скорость распространения магнитостатических солитонов, оставаясь, естественно, меньше скорости света в материале с диэлектрической постоянной ферромагнетика.

Характерный пространственный размер солитонов дается, очевидно, величиной, обратно пропорциональной $k(u)$ -декременту затухания функции $y(\xi - ut)$ в асимптотической области. Из (6) имеем формулу

$$k(u) \approx \frac{1+\beta_0}{u(1-u^2)} \left(u^2 - \frac{\beta_0}{1+\beta_0} \right)^{1/2} \left(\frac{\sin^2 \chi + \beta_0}{1+\beta_0} - u^2 \right)^{1/2}, \quad (8)$$

показывающую, что в области значений скорости (7) выполняется использованное при выводе уравнений (5) условие $k^2 u_0^2 \ll 1$, означающее несущественность влияния неоднородного обменного взаимодействия на структуру электромагнитно-спиновых солитонов.

Согласно (8) рассматриваемые солитоны делокализуются на границах области допустимых значений скорости. Этот вывод справедлив, однако, только для случая $u^2 \rightarrow (\beta_0 + \sin^2 \chi)/(\beta_0 + 1)$. Анализ (6) показывает, что при $u^2 = \beta_0/(\beta_0 + 1)$ решения вырождаются в алгебраические солитоны, описываемые выражением

$$\begin{aligned} y &= \frac{\sin \chi}{|\cos \chi \mp \sqrt{\beta_0/(\beta_0+1)}|} \times \\ \times \left[1 + \frac{(1+\beta_0)^2 \sin^4 \chi}{(\cos \chi \mp \sqrt{\beta_0/(\beta_0+1)})^2} - (\xi - ut) \right]^{-1/2}. \quad (9) \end{aligned}$$

При $\chi=0$ амплитуда уединенной волны (9) обращается в нуль, это показывает невозможность распространения электромагнитно-спиновых солитонов вдоль оси анизотропии.

Проанализируем зависимость амплитуды солитонов и асимптотических значений угла ϕ от скорости u и угла ориентации χ .

Выражение для амплитуды солитонов получаем, решая уравнение $Q^2(y)=0$:

$$y_{\mp}^{\max} = \frac{|\sin \chi \cos \chi \pm \sqrt{(1-u^2)(u^2(1+\beta_0) - \beta_0 \cos^2 \chi)}|}{|u^2 - \cos^2 \chi|}. \quad (10)$$

Из формулы (10) следует, что амплитуда y_- неограниченно возрастает при стремлении скорости солитона к значениям $\pm \cos \chi$ (эта ситуация реализуется в интервале углов ориентации $\arctg \sqrt{1/(1+\beta_0)} < \chi < \arctg \sqrt{1/\beta_0}$), амплитуда y_+ остается при этом конечной. Значения скорости $u = \pm \cos \chi$ разделяют область существования солитонов ветви (—) на участки с различным характером вращения магнитного момента вокруг оси анизотропии.

Формулы (6) позволяют определить асимптотические значения угла ϕ :

$$\phi(\xi=-\infty) = -\phi(\xi=+\infty) = -\arccos[\sqrt{(u^2(1+\beta_0) - \beta_0)/\sin \chi}]. \quad (11)$$

Соотношения (11) справедливы для солитонов обеих ветвей и показывают, что рассматриваемые солитоны являются волнами поворота вектора намагниченности (см. [2]).

Как показано, стационарные электромагнитно-спиновые уединенные волны не могут распространяться вдоль оси анизотропии. Поэтому представляет интерес исследование решений более общего вида

$$\theta = \theta(\xi - ut), \quad \phi = \omega t + \psi(\xi - ut), \quad (12)$$

зависящих от двух параметров ω и u . Волны рассматриваемого типа, удовлетворяющие граничным условиям $\theta \rightarrow 0$ при $|\xi| \rightarrow \infty$, называются солитонами огибающей [5, 6] и широко исследуются в настоящее время в теории магнитных солитонов [2]. Подстановка (12) в систему (1) при $\chi=0$ приводит к следующим уравнениям для функций θ и ψ :

$$\left[\frac{d^2}{d\xi^2} + \left(\omega + iu \frac{d}{d\xi} \right)^2 \right] \operatorname{Re}^{i\nu} + \left(\omega - iu \frac{d}{d\xi} \right)^2 \sin \theta e^{i\varphi} = 0,$$

$$\cos \theta R = [1 + (\beta_0 + u_0^2 \psi^2 - 1) \cos \theta - \omega + u \dot{\psi}] \sin \theta - u_0^2 \ddot{\theta} - i \cos \theta [u \dot{\theta} + u^2 \psi (2\dot{\psi} \cos \theta + \ddot{\psi} \sin \theta)]. \quad (13)$$

Аналитическое решение (13) получить сложно, рассмотрим поэтому решение этого уравнения в асимптотической области $|\xi| \rightarrow \infty$, в которой $\theta \rightarrow 0$ и уравнение становится линейным относительно величины $\theta e^{i\psi}$. Полагая $\theta e^{i\psi} \sim \exp[-ik(\xi - ut)]$, получаем из (13) дисперсионное соотношение

$$[\beta_0 + k^2 u_0^2 - \omega - ku] [k^2 - (\omega + ku)^2] = (ku + \omega)^2, \quad (14)$$

определенное величину k как функцию параметров ω и u .

Необходимым условием существования солитонных решений уравнения (13), экспоненциально убывающих при $|\xi| \rightarrow \infty$, является наличие комплексных корней дисперсионного соотношения (14). Область на плоскости (ω, u) , в которой функция $k(\omega, u)$ принимает комплексные значения, определяет область существования рассматриваемых солитонов огибающей электромагнитно-спиновых волн.

Рассмотрим вначале решения (14) в длинноволновом пределе $ku_0 \rightarrow 0$, выделяющем электромагнитно-спиновую ветвь. Следующее при

этом из (14) уравнение третьего порядка остается достаточно громоздким, а известное алгебраическое условие появления комплексных корней — малоинформативным.

В реальном практически случае $\beta_0 \ll 1$ границы области существования электромагнитно-спиновых солитонов могут быть установлены аналитически. Замечая, что уравнение (14) в областях $|\omega + ku| \ll 1$ и $|\omega + ku| \gg \beta_0$ (эти области перекрываются вследствие условия $\beta_0 \ll 1$) может быть разрешено относительно величины $\omega + ku$, перепишем (14) в виде $\omega + ku = \omega_i(k)$,

$$\omega_{1,2} = -\frac{k^2}{2} \left[1 \mp \sqrt{1 + \frac{4\beta_0}{k^2}} \right], \quad \omega_{3,4} = \frac{1}{2} [1 \mp \sqrt{1 + 4k^2}]. \quad (15)$$

Количество действительных корней уравнения (14) (при $u_0 = 0$) равно числу пересечений прямой $\omega + ku$ с кривыми $\omega_i(k)$ на плоскости (ω, k) . Из рис. 1 непосредственно следует, что симметрия кривых $\omega_i(k)$ относительно оси e_ω приводит к симметрии области существования солитонов на плоскости (ω, u) относительно оси e_ω . Простой анализ показывает, что границы области существования солитонов на плоскости (ω, u) , соответствующей условию отсутствия трех пересечений прямой $\omega + ku$ с кривыми $\omega_i(k)$, задаются уравнениями касательных к кривым $\omega_i(k)$.

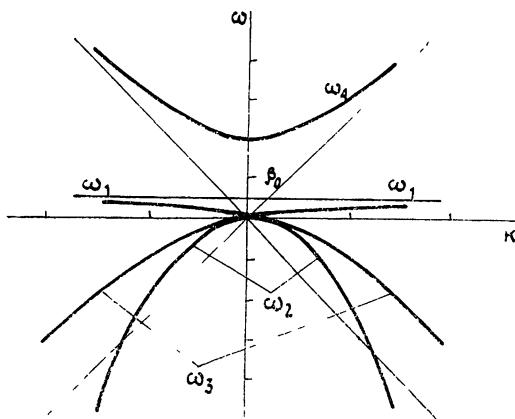


Рис. 1.

Область существования рассматриваемых солитонов огибающей показана на рис. 2 (заштрихована), причем уравнения граничных кривых $u_i(\omega)$ имеют вид

$$u_{1,2}(\omega) = 2\sqrt{\beta_0} \left[1 \mp \frac{\omega}{2\beta_0} \left(\sqrt{1 + \frac{8\beta_0}{\omega}} \mp 1 \right) \right]^{3/2} \times \\ \times \left[2 \mp \frac{\omega}{2\beta_0} \left(\sqrt{1 + \frac{8\beta_0}{\omega}} \mp 1 \right) \right]^{-1}, \quad u_3(\omega) = 2\sqrt{\omega(1-\omega)}. \quad (16)$$

Частота прецессии намагниченности в сопутствующей системе отсчета ω изменяется в пределах $0 < \omega < 1$. Можно показать, что в случае произвольных значений постоянной магнитной анизотропии β_0 скорость электромагнитно-спиновых солитонов ограничена условием $|u| < 1$, а частота ω заключена в пределах $0 < \omega < 1 + \beta_0$. Отметим, что (как показывает проведенный анализ) в точках касания граничных кривых $u_i(\omega)$ прямых $\omega = 0$ и $u = \pm 1$ (см. рис. 2) солитоны не реализуются.

Исследуем теперь область существования магнитостатических солитонов огибающей. Для таких солитонов $\omega/k \sim u \sim u_0 \ll 1$, при этом из (14) получаем

$$\beta_0 + k^2 u_0^2 - \omega - ku = \frac{(\omega/k + u)^2}{1 - (\omega/k + u)^2} \simeq \left(\frac{\omega}{k} + u \right)^2 \sim u_0^2 \ll 1. \quad (17)$$

Следующая из (17) область существования солитонов определяется формулой

$$u^2 < 4u_0^2(\beta_0 - \omega), \quad (18)$$

созпадающей с установленной впервые в работе [7]. Парабола (18), ограничивающая область существования магнитостатических солитонов, схематически показана на рис. 2.

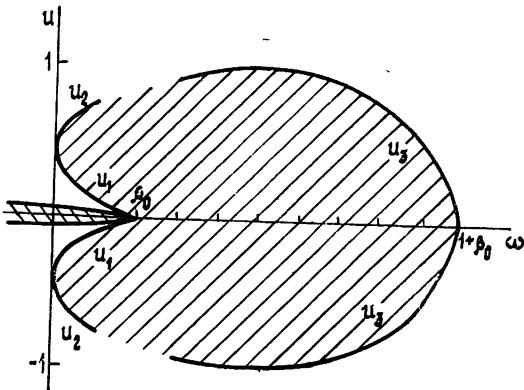


Рис. 2.

Области существования электромагнитно-спиновых и магнитостатических солитонов огибающей перекрываются в окрестности точки $\omega = \beta_0$, $u = 0$.

Рассмотрим пространственную структуру электромагнитно-спиновых солитонов, исходя из уравнений (13) в длинноволновом пределе $u_0 \rightarrow 0$. Согласно результатам проведенного выше анализа области существования солитонов, такой подход оправдан, если параметры солитона ω и u не близки одновременно к значениям $\omega = \beta_0$, $u = 0$. Исследуем вначале простейший случай покоящегося солитона ($u = 0$). При этом из (13) следуют уравнения

$$R - \psi^2 R + \omega^2 \mu(\omega, \theta) R = 0, \quad 2\psi R = \psi R = 0, \quad (19)$$

аналогичные возникающим при анализе нелинейных монохроматических волн в плазме [8], изотропном продольно-намагниченном ферромагнетике [9] и т. д. В (14) $\mu(\omega, \theta) = (1 + \beta_0 \cos \theta - \omega) / (1 + (\beta_0 - 1) \times \cos \theta - \omega)$ — нелинейная магнитная проницаемость ферромагнетика [9]. При $\theta \rightarrow 0$ выражение для $\mu(\omega, \theta)$ переходит в известное выражение для линейной магнитной проницаемости [10].

Из (19) следует сохранение величины ψR^2 , пропорциональной потоку энергии, переносимой волной. В рассматриваемом случае покоящегося солитона $\psi R^2 = 0$ и из первого уравнения (19) получаем

$$\dot{R}^2 = \omega^2 [2(1-\omega)(1-\cos \theta) - 2\beta_0(1-\omega)\sin \theta \operatorname{tg} \theta - \beta_0(\beta_0-1) \times \sin^2 \theta - (1-\omega)^2 \operatorname{tg}^2 \theta]. \quad (20)$$

В асимптотической области $R^2 = \omega^2(1+\beta_0-\omega)(\omega-\beta_0)\theta^2 > 0$; таким образом, для реализации солитонов необходимо, чтобы частота ω лежала в области непрозрачности для линейных электромагнитно-спиновых волн $\beta_0 < \omega < 1 + \beta_0$. Решение (20) выражается в элементарных функциях только в случае малоамплитудных солитонов. Имеем

$$\theta = \frac{2}{\sqrt{\beta_0}} \sqrt{(1+\beta_0-\omega)(\omega-\beta_0)} \operatorname{ch}^{-1} \left[\omega \sqrt{\frac{1+\beta_0-\omega}{\omega-\beta_0}} \xi \right]. \quad (21)$$

Выражение (21) справедливо при $1+\beta_0-\omega \ll 1$, β_0 . Согласно (21) пространственные размеры рассматриваемых электромагнитно-спиновых солитонов существенно превышают (примерно на четыре порядка) характерные размеры магнитостатических солитонов. При $\omega \rightarrow 1+\beta_0$ солитон (21) полностью делокализуется с одновременным стремлением амплитуды к нулю.

Найти аналитическое решение системы (13), описывающее распространяющиеся солитоны огибающей, в общем случае затруднительно. Рассмотрим частный случай: $\beta_0 \ll 1$, $\theta^2 \ll 1$, $\omega \approx 1$. При этом из (8) приближенно следуют соотношения $(R + \sin \theta)e^{i\psi} \approx \left(1 - \omega - \frac{1}{2}\beta_0\theta^2 - iu \frac{d}{ds}\right)\theta e^{i\psi}$, $Re^{i\psi} \approx -\left(\omega + iu \frac{d}{ds}\right)\theta e^{i\psi}$, с учетом которых система (13) приводится к уравнению

$$\frac{d^2}{d\xi^2}\theta e^{i\psi} = \left(\omega + iu \frac{d}{ds}\right) \left(1 - \omega - \frac{1}{2}\beta_0\theta^2 - iu \frac{d}{d\xi}\right)\theta e^{i\psi}, \quad (22)$$

допускающему точное аналитическое решение.

В случае $u=0$ решение уравнения (22) в исследуемой области параметров совпадает, как нетрудно показать, с результатом (21). При $u \neq 0$ из (22) следует

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &\approx -\frac{u}{2} \left[2\omega - 1 + \frac{3}{4}\beta_0\theta^2 \right], \\ \theta &\approx \sqrt{\frac{4\omega(1-\omega)-u^2}{\omega\beta_0}} \operatorname{ch}^{-1} \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{4\omega(1-\omega)-u^2}{\xi-u\tau}} \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

Скорость распространения солитонов (23) ограничена условием $|u| < 2\sqrt{\omega(1-\omega)}$, совпадающим с уравнением кривой и $u_3(\omega)$ из (16), ограничивающей область существования солитонов огибающей электромагнитно-спиновых волн. Согласно (23) на границе области существования рассматриваемые солитоны делокализуются.

ВОЛНЫ В ФЕРРОМАГНЕТИКЕ С АНИЗОТРОПИЕЙ ТИПА ЛЕГКАЯ ПЛОСКОСТЬ

Рассмотрим теперь решения системы уравнений (1) при $\beta_0 < 0$ и $\mathbf{n} = \mathbf{e}_z$. В этом случае вектор намагниченности \mathbf{m} в основном состоянии лежит в плоскости XY , причем направление \mathbf{m} в плоскости XY не фиксировано (бесконечное вырождение).

Будем использовать замену переменных (2) при $\chi=0$, только в рассматриваемом случае удобно от угла θ перейти к другой величине $\chi=\pi/2-\theta$.

Исследуем вначале стационарные уединенные волны вида (3). Система уравнений для κ и φ

$$\begin{aligned} u\dot{\kappa} \cos \kappa &= u_0^2 \frac{d}{d\xi} (\cos^2 \kappa \dot{\varphi}) + \frac{u^2}{1-u^2} \cos \kappa \sin \varphi, \\ u\dot{\varphi} \cos \kappa &= -u_0^2 (\ddot{\kappa} + \dot{\varphi}^2 \sin \kappa \cos \kappa) + \left(\frac{1}{1-u^2} + |\beta_0| \right) \sin \kappa \cos \kappa - \\ &\quad - \frac{u^2}{1-u^2} \sin \kappa \cos \varphi \end{aligned} \quad (24)$$

соответствует равновесной ориентации \mathbf{m} вдоль оси \mathbf{e}_x .

Для определения области существования уединенных волн рассмотрим решение (24) в асимптотической области $|\xi| \rightarrow \infty$, в которой $\kappa \ll 1$ и $\varphi \ll 1$. Следующее при этом из (24) дисперсионное соотноше-

Ниже определяется зависимость характерного пространственного размера солитона k_p^{-1} от его скорости:

$$k_p^2 = \frac{1}{2u_0^2} \left[1 + |\beta_0| - \frac{u^2}{u_0^2} - \frac{u^2}{1-u^2} + \right. \\ \left. + \sqrt{\left(1 + |\beta_0| - \frac{u^2}{u_0^2} - \frac{u^2}{1-u^2} \right)^2 + \frac{4u^2}{1-u^2} (1 + |\beta_0|)} \right]. \quad (25)$$

Исследуем предельные выражения для k_p в области малых и больших значений скорости u . В области $u^2 < u_m^2 = (1 + |\beta_0|)u_0^2$ из (25) следует

$$k'_p(u) = \frac{\sqrt{1 + |\beta_0|}}{u_0} \sqrt{1 - \frac{u^2}{u_m^2}}. \quad (26)$$

Формула (26) описывает магнитостатические солитоны. В этом нетрудно убедиться, рассмотрев решения системы (24) в магнитостатическом приближении. Это решение имеет вид

$$\sin \chi = \sqrt{1 - u^2/u_m^2} \operatorname{ch}^{-1} [k'_p(\xi - u\tau)]. \quad (27)$$

Выражение (27) явно указывает на существование предельной скорости распространения магнитостатических солитонов. При $u \rightarrow u_m$ солитон (27) делокализуется с одновременным стремлением к нулю амплитуды. Учет электромагнитно-спинового взаимодействия в рассматриваемом случае снимает предел по скорости для магнитостатических солитонов. Из общего выражения (26) следует: $k_p(u_m) \simeq$

$$\simeq \frac{\sqrt{1 + |\beta_0|}}{\sqrt{u_0}} \text{ и } k_p(u) \simeq \sqrt{\frac{1 + |\beta_0|}{1 - u_m^2/u^2}} \text{ при } u_m < u^2 \ll 1.$$

В области значений скорости $u > u_m$ происходит непрерывная трансформация магнитостатических солитонов намагниченности в электромагнитно-спиновые и при $u^2 \gg u_m^2$ для $k_p(u)$ из (26) следует выражение

$$k''_p(u) = \sqrt{1 + |\beta_0|} / \sqrt{1 - u^2}, \quad (28)$$

не зависящее от постоянной неоднородного обменного взаимодействия. Зависимость $k_p(u)$ схематически показана на рис. 3.

Представляет интерес исследование влияния анизотропии в базисной плоскости, снимающей вырождение по углу φ в основном состоянии. Для учета магнитной анизотропии в плоскости XY достаточно в выражение для эффективного магнитного поля, действующего на вектор намагниченности, добавить слагаемое $\beta_1 \mathbf{m}_x$. Установим область существования стационарных солитонов намагниченности в этом случае, предполагая, что $\beta_1 \ll 1$. Нетрудно показать, что формула, аналогичная (25), имеет вид

$$k_{\pm}^2 = \frac{1}{2u_0^2} \left[1 + |\beta_0| - \frac{u^2}{u_0^2} - \frac{u^2}{1-u^2} \pm \right. \\ \left. \pm \sqrt{\left(1 + |\beta_0| - \frac{u^2}{u_0^2} - \frac{u^2}{1-u^2} \right)^2 + 4(1 + |\beta_0|) \frac{u^2 - \beta_1}{1-u^2}} \right]. \quad (29)$$

При анализе (29) следует учитывать, что практически всегда $\beta_1 \gg u_0^2 \sim 10^{-9}$.

Наиболее существенным эффектом, возникающим при учёте магнитной анизотропии в базисной плоскости, является появление запрещенной для солитонов области скоростей $u_m < |u| < \sqrt{\beta_1}$, разделяющей области существования магнитостатических солитонов $0 < u^2 < u_m^2$ и электромагнитно-спиновых. Отмеченный эффект разделения магнитостатической и электромагнитно-спиновой ветвей солитонов намагниченности, обусловленный поперечным эффективным полем магнитной анизотропии $4\pi\beta_1 M_x$, аналогичен исследованному в [4], где эффект возникал благодаря поперечному магнитному полю H_x .

Укажем также, что при $\beta_1 \neq 0$ имеют место две ветви магнитостатических солитонов, отвечающие функциям $k_{\pm}(u)$. В области скоростей $u^2 < (1 - 2\sqrt{\beta_1/(1 + |\beta_0|)})u_m^2$ функции $k_{\pm}(u)$ вещественны, а в области $(1 - 2\sqrt{\beta_1/(1 + |\beta_0|)})u_m^2 < u^2 < u_m^2$ — комплексны. В последнем случае на плавную колоколообразную зависимость $\theta(\xi - ut)$ накладываются осцилляции [2, 11].

В области существования электромагнитно-спиновых солитонов из (29) следует выражение

$$k''_+(u) = \frac{\sqrt{1 + |\beta_0|}}{u} \sqrt{\frac{u^2 - \beta_1}{1 - u^2}}, \quad (30)$$

переходящее, как и следовало ожидать, в (28) при $u^2 \gg \beta_1$.

Исследуем основные свойства электромагнитно-спиновых солитонов. Полагая в уравнениях (24) $u_0^2 = 0$, получаем

$$\sin \alpha = \frac{2u\sqrt{1 - u^2}\sqrt{1 + |\beta_0|}}{1 + |\beta_0|(1 - u^2)} \operatorname{ch}^{-1}[k_p''(\xi - ut)]. \quad (31)$$

Выражение (31) показывает, что при $u \rightarrow 1$ амплитуда солитона и область его локализации стремятся к нулю. Максимальное значение амплитуды солитона $\sin(\alpha_{\max}) = 1$ достигается при $u^2 = u_k^2 = (1 + |\beta_0|) \times (2 + |\beta_0|)^{-1}$.

Угловая функция $\phi(\xi - ut)$ оказывается существенно различной в области $u^2 < u_k^2$ и в области $u_k^2 < u^2 < 1$. При $u^2 < u_k^2$ угол ϕ монотонно возрастает от нуля при $\xi \rightarrow -\infty$ до 2π при $\xi \rightarrow +\infty$, т. е. вектор совершают полный оборот в плоскости XY . Таким образом, солитоны, распространяющиеся со скоростями $|u| < u_k$, являются топологическими солитонами (см. [2]). С другой стороны, уединенные электромагнитно-спиновые волны, скорости которых попадают в интервал $u_k < |u| < 1$, являются динамическими солитонами. В этом случае угол ϕ имеет вид нечетной осциллирующей функции, причем $\phi(\xi = -\infty) = \phi(\xi = \infty) = 0$, а размах колебаний определяется формулой

$$\sin(\phi_{\max}) = \frac{2(1 + |\beta_0|)(1 - u^2)}{1 + |\beta_0|(1 - u^2)} \times$$

$$(32)$$

$$\times \left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2u\sqrt{1 + |\beta_0|}\sqrt{1 - u^2}}{1 + |\beta_0|(1 - u^2)} \right)^2} \right]^{-1},$$

показывающей, что ϕ_{\max} изменяется от $\pi/2$ до нуля при увеличении скорости солитона от u_k до единицы.

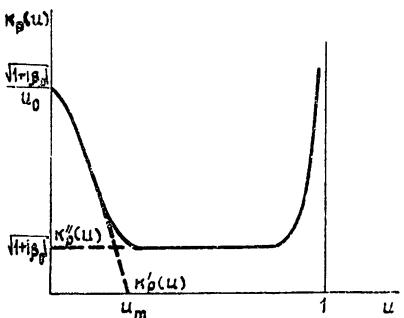


Рис. 3

Рассмотрим теперь нестационарные решения системы уравнений (1), ограничиваясь случаем солитонов, распространяющихся в одном направлении со скоростями $u \approx 1$. Для таких волн справедливо соотношение [12]

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) = \left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \tau} \right)^2 - 2 \left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \frac{\partial}{\partial \tau} \approx -2 \left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \frac{\partial}{\partial \tau}, \quad (33)$$

поскольку $\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \tau} \approx (1-u) \frac{\partial}{\partial \tau} \ll \frac{\partial}{\partial \tau}$. С учетом (33) из (1) следует система уравнений

$$\cos \kappa \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + (1+|\beta_0|) \sin \kappa \cos \kappa = -(h_x \cos \varphi + h_y \sin \varphi) \sin \kappa,$$

$$\frac{\partial \kappa}{\partial \tau} = h_x \sin \varphi - h_y \cos \varphi, \quad \left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \tau} \right) h_x = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \tau} \cos \kappa \cos \varphi, \quad (34)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \tau} \right) h_y = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \tau} \cos \kappa \cos \varphi.$$

Исключая из (34) величины h_x и h_y , получаем систему двух уравнений для угловых функций κ и φ :

$$\left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \left(\operatorname{ctg} \kappa \frac{d\varphi}{d\tau} \right) = -\frac{1}{2} \sin \kappa \frac{\partial \kappa}{\partial \tau}, \quad \left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial \tau} = \frac{1}{2} \cos \kappa \frac{\partial \varphi}{\partial \tau}. \quad (35)$$

Будем искать локализованные в пространстве решения уравнений (35). Границные условия на функции κ и φ для таких решений легко определяются из (34) и имеют вид

$$\frac{\partial \kappa}{\partial \tau} \rightarrow 0, \quad \operatorname{ctg} \kappa \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \rightarrow -(1+|\beta_0|) \quad \text{при } |\xi| \rightarrow \infty. \quad (36)$$

Система (35) имеет интеграл

$$\operatorname{ctg}^2 \kappa \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial \tau} \right)^2 = (1+|\beta_0|)^2, \quad (37)$$

где постоянная в правой части (37) выбрана с учетом граничных условий (31). Соотношение (37) позволяет свести систему (35) к замкнутому уравнению для величины κ

$$\frac{\partial^2 \kappa}{\partial \xi \partial \tau} + \frac{\partial^2 \kappa}{\partial \tau^2} + \frac{1}{2} \times \sqrt{(1+|\beta_0|)^2 - \left(\frac{\partial \kappa}{\partial \tau} \right)^2} = 0. \quad (38)$$

Рассмотрим прежде всего решение уравнения (38), соответствующее стационарной уединенной волне намагниченности. Имеем из (38)

$$\kappa = \frac{2}{u} \sqrt{2u(1-u)} \sqrt{1+|\beta_0|} \operatorname{ch}^{-1} \left[\sqrt{\frac{1+|\beta_0|}{2u(1-u)}} (\xi - u\tau) \right]. \quad (39)$$

Сравнивая (39) и (31), приходим к выводу, что уравнение (38) правильно описывает динамику малоамплитудных электромагнитно-спиновых солитонов, распространяющихся со скоростями u , удовлетворяющими условию $(1-u)(1+|\beta_0|) \ll 1$.

Уравнение (38) относится к классу полностью интегрируемых. В этом нетрудно убедиться с помощью замены переменных

$$\frac{\partial \kappa}{\partial \tau} = (1+|\beta_0|) \sin \Phi, \quad \xi' = \xi, \quad \tau' = \frac{1+|\beta_0|}{2} (\xi - \tau),$$

которая сводит (38) к полностью интегрируемому уравнению Синус—Гордон [13]

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi' \partial \tau'} = \sin \Phi, \quad \chi = -2 \frac{\partial \Phi}{\partial \xi'} . \quad (40)$$

Наличие N -солитонных решений уравнения (40) указывает на упругий характер столкновений рассматриваемых электромагнитно-спиновых солитонов.

Проведенный выше анализ динамики электромагнитно-спиновых солитонов не учитывает поглощения энергии, всегда проявляющегося в процессе перемагничивания ферромагнетиков. Влияние диссипации феноменологически учитывается добавлением в правую часть уравнения Ландау—Лифшица (1) релаксационного члена [14], который в рассматриваемом случае имеет вид $-\eta [m [m, \hbar - |\beta_0| m_2]]$, где коэффициент η имеет порядок величины 10^{-2} [10].

Влияние малого поглощения ($\eta \ll 1$) на динамику солитона (31) можно учесть в рамках адиабатического приближения теории возмущений для солитонов [15]. Диссипация приводит к медленному изменению во времени свободного параметра решения (31) — скорости солитона u . Для нахождения закона изменения $u(\tau)$ поступим следующим образом: из системы (1), видоизмененной с учетом релаксационного члена, нетрудно получить уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} \{|\varepsilon_+|^2 + |h_+|^2 + (1 + |\beta_0|) \sin^2 \chi\} &= - \frac{2\eta}{1 + \eta^2 \sin^2 \chi} \cdot \left| \frac{\partial}{\partial \tau} \cos \chi e^{i\varphi} \right| + \\ &+ i \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon_+^* h_+ - \varepsilon_+ h_+^*), \end{aligned} \quad (41)$$

выражающее закон сохранения энергии. В (41) $\varepsilon_+ = \varepsilon_x + i \varepsilon_y$. Следуя [15], подставим в (41) решение (31) и проинтегрируем почленно по $d\xi$ в пределах $(-\infty, \infty)$. В результате получим простое уравнение первого порядка

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} W(u) &= \frac{\partial}{\partial \tau} 16(1 + |\beta_0|)^{3/2} \frac{u^2 \sqrt{1-u^2}}{[1 + |\beta_0| (1-u^2)]^2} = \\ &= -\eta (1 + |\beta_0|) (1 - u^2) W(u), \end{aligned} \quad (42)$$

описывающее поглощение энергии солитона $W(u)$. Отметим своеобразный результат, следующий из (42). Энергия солитона W как функция скорости имеет максимум при $u^2 = u_s^2 = \frac{3 + |\beta_0|}{2 |\beta_0|} \left[\sqrt{1 + \frac{8 |\beta_0| (1 + |\beta_0|)}{(3 + |\beta_0|)^2}} - 1 \right] < 1$.

Выражение (37) показывает, что характер зависимостей $u(\tau)$ и $W(\tau)$ существенно определяется величиной начальной скорости солитона $u(0)$. В случае $u(0) \ll 1$ из (42) следует

$$u(\tau) = u(0) \exp \left[-\frac{1}{2} \eta (1 + |\beta_0|) \tau \right], \quad W \sim u^2. \quad (43)$$

Таким образом, для медленных электромагнитно-спиновых солитонов имеет место обычное экспоненциальное во времени поглощение энергии.

В случае $1 - u(0) \ll 1,1/|\beta_0|$ из уравнения (42) следует существенно иной результат:

$$u(\tau) = 1 - [1 - u(0)] \{1 + 4\eta (1 + |\beta_0|) [1 - u(0)] \tau\}^{-1}, \quad W \sim \sqrt{1 - u}. \quad (44)$$

Формула (44) предсказывает резкое подавление скорости поглощения энергии быстрых электромагнитно-спиновых солитонов, распространяющихся со скоростями, близкими к скорости света.

Указанный эффект допускает простое объяснение. Полная энергия солитона W состоит из энергии вихревого электромагнитного поля

$$W_3 = \frac{1}{2} \int (|\epsilon_+|^2 + |h_+|^2) d\xi \text{ и внутренней энергии ферромагнетика}$$

$$W_m = \frac{1}{2} (1 + |\beta_0|) \int \sin^2 \chi d\xi, \text{ слагающейся из энергии магнитной анизотропии и энергии магнитно-дипольного взаимодействия, причем}$$

$$W_3 = \frac{1+u^2}{1-u^2} W_m. \text{ Согласно (36) изменение полной энергии солитона } W$$

пропорционально $-2W_m$, поэтому в случае $u^2 \ll 1$ (при этом $W_3 \approx W_m$) производная $(\partial/\partial t) W \sim W$ в соответствии с (37), что и приводит к поглощению энергии солитона по экспоненциальному закону. В случае $u \approx 1$ основная часть энергии солитона содержится в энергии вихревого электромагнитного поля, причем отношение W_3/W_m возрастает в процессе поглощения, что и является причиной резкого подавления поглощения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахиезер И. А., Боровик А. Е. — ЖЭТФ, 1967, 52, № 2, с. 508.
2. Косевич А. М., Иванов Б. А., Ковалев А. С. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны — Киев: Наукова думка, 1983. — 192 с.
3. Филиппов Ю. Ф. — Изв. вузов — Радиофизика, 1965, 8, № 2, с. 292.
4. Насонов Н. Н. — УФЖ, 1983, 28, № 10, с. 1571.
5. Горшков К. А., Козлов В. А., Островский П. А. — ЖЭТФ, 1973, 65, № 1, с. 189.
6. Уизем Д. Линейные и нелинейные волны. — М.: Мир, 1977. — 612 с.
7. Косевич А. М., Иванов Б. А., Ковалев А. С. — Письма в ЖЭТФ, 1977, 25, № 11, с. 516.
8. Басс Ф. Г., Гуревич Ю. Г. Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. — М.: Наука, 1975. — 476 с.
9. Насонов Н. Н. — ЖТФ, 1983, 53, № 11, с. 2290.
10. Гуревич А. Г. Ферромагнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках — М.: Наука, 1973. — 854 с.
11. Барьяхтар В. Г., Иванов Б. А., Сукстанский А. Л. — Письма в ЖЭТФ, 1978, 27, № 4, с. 226.
12. Захаров В. Е. — Изв. вузов — Радиофизика, 1974, 17, № 4, с. 431.
13. Захаров В. Е., Манаков С. В., Новиков С. Г., Питаевский Л. П. Теория солитонов: Метод обратной задачи. — М.: Наука, 1980. — 320 с.
14. Ландау Л. Д., Лишшиц Е. М. — В кн.: Ландау Л. Д. Собрание трудов. — М.: Наука, 1969, с. 128.
15. Мак-Лафлин Д., Скотт Э. В. кн.: Солитоны в действии / Под ред. К. Лонгрина, Э. Скотта. — М.: Мир, 1982, с. 210

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
13 января 1986 г

SINGLED ELECTROMAGNETIC SPIN WAVES IN ANISOTROPIC FERROMAGNETICS

F. G. Bass, V. V. Belous, A. S. Mazmanishvili, N. N. Nasonov

Investigation of singled electromagnetic spin waves in light-axis and light-plane ferromagnetics is carried out using a full set of Maxwell and Landau—Lifshitz equations. The domain of existence is found out and main characteristics of one- and two-parameter solutions of the original set describing singled waves are investigated. The authors discuss the relation between electromagnetic and magneto-static magnetization solitons, as well as the processes of wave interaction and the effect of magnetism relaxation on the dynamics of a soliton.