

УДК 621 385 6

О ДИСПЕРСИОННОМ УРАВНЕНИИ ЛСЭ С КОМБИНИРОВАННЫМ ОНДУЛЯТОРНЫМ И ОДНОРОДНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Н. С. Гинзбург, Ю. В. Новожилова

Получено общее дисперсионное уравнение пятого порядка, описывающее линейную стадию процесса усиления электромагнитной волны в ЛСЭ-убитронах с комбинированным винтовым ондуляторным и продольным однородным магнитным полем. Показано, что релятивистский электронный пучок в таком ондуляторе обладает четырьмя нормальными волнами: двумя волнами продольных смещений (быстрой и медленной волнами пространственного заряда) и двумя волнами поперечных смещений, которые в предельном случае исчезающе малой амплитуды ондуляторного поля преобразуются в быструю и медленную циклотронные волны. Найдены инкременты неустойчивости в случае, когда выполнены условия синхронизма электромагнитной волны с продольными или поперечными пучковыми волнами по отдельности, а также в условиях перекрытия этих синхронизмов. Показано, что при малом токе пучка инкремент тем выше, чем большее число электронных волн участвует во взаимодействии с сигнальной волной

1. Введение. В настоящее время значительное внимание уделяется экспериментальному и теоретическому исследованию ЛСЭ-убитронов с комбинированным ондуляторным и однородным продольным магнитным полем* [1-10]. Если баунс- и гирочастоты близки между собой, а ондуляторное поле нарастает от катода адиабатически плавно, то в области, где амплитуда этого поля достигает постоянного значения, электроны движутся по стационарным винтовым траекториям. В работах [5-9] была построена линейная теория усиления электромагнитных волн винтовым электронным пучком в условиях обычного ондуляторного синхронизма

$$\omega - h(\omega)v_{\parallel} \simeq \omega_b, \quad (1)$$

где ω , $h(\omega)$ — частота и продольное волновое число электромагнитной волны, v_{\parallel} — поступательная скорость электронов, $\omega_b = 2\pi v_{\parallel}/d$ — баунс-частота, d — период ондулятора. В работе [10] показано, что наряду с (1) возможно также излучение в условиях комбинационных синхронизмов

$$\omega - h(\omega)v_{\parallel} \simeq \omega_b \pm \Omega, \quad (2)$$

где Ω — частота малых поперечных колебаний электронов около стационарной траектории (см. ниже формулу (10)).

В данной работе получено общее дисперсионное уравнение, позволяющее определить инкременты электромагнитной волны в ЛСЭ с винтовым ондулятором в условиях, когда синхронизмы (1) и (2) разрешены, а также в условиях перекрытия этих синхронизмов.

2. Движение электронов в поле винтового ондулятора с однородной продольной компонентой магнитного поля. Рассмотрим предварительно движение электронов в винтовом ондуляторе в отсутствие

* Влияние однородного магнитного поля также широко исследуется в ЛСЭ, основанных на вынужденном рассеянии волн (см., например, [11-14]).

высокочастотного электромагнитного поля. Будем предполагать, что электроны движутся вблизи оси ондулятора, где переменная составляющая магнитного поля имеет круговую поляризацию

$$\mathbf{H}_u = H_u (\mathbf{x}_0 \cos h_u z + \mathbf{y}_0 \sin h_u z), \quad (3)$$

$h_u = 2\pi/d$. Поперечной неоднородностью ондуляторного поля на траектории электронов пренебрегаем.

Движение электрона в переменном \mathbf{H}_u и однородном продольном $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{z}_0$ магнитных полях описывается уравнением

$$\frac{dp_+}{dZ} - \frac{if}{p_{\parallel}} p_+ = -i\alpha_u e^{iZ}, \quad (4)$$

где сделан переход к безразмерным переменным: $p_+ = (p_x + ip_y)/mc$, $p_{\parallel} = p_z/mc$, $p_{x,y,z}$ — декартовы проекции импульса электрона, $\alpha_u = eH_u/mc^2 h_u$, $Z = h_u z$, $f = \omega_{H_0}/h_u c$, $\omega_{H_0} = eH_0/mc$ — нерелятивистская гирочастота.

Представляя решение (4) в виде $p_+ = (p_1 + ip_2)e^{iZ}$ и учитывая, что энергия частицы $\mathcal{E} = mc^2 \gamma$ при движении в магнитном поле сохраняется,

$$\gamma = \sqrt{1 + p_{\parallel}^2 + |p_+|^2} = \text{const},$$

для действительных величин $p_{1,2}$ получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{dZ} &= p_2 \left(1 - \frac{f}{\sqrt{\gamma^2 - 1 - p_1^2 - p_2^2}} \right), \\ \frac{dp_2}{dZ} &= -\alpha_u - p_1 \left(1 - \frac{f}{\sqrt{\gamma^2 - 1 - p_1^2 - p_2^2}} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнения (5) могут быть также представлены в канонической форме

$$dp_1/dZ = -\partial H/\partial p_2, \quad dp_2/dZ = \partial H/\partial p_1 \quad (6)$$

с гамильтонианом

$$H = -\alpha_u p_1 - \frac{p_1^2 + p_2^2}{2} - f \sqrt{\gamma^2 - 1 - p_1^2 - p_2^2}. \quad (7)$$

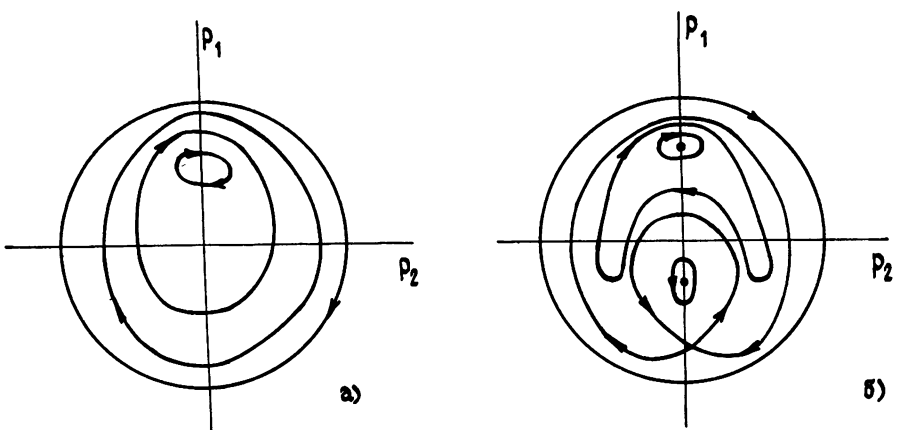


Рис. 1. Траектории электрона на фазовой плоскости (p_1, p_2) в случае а) большой ($f > f_{cr}$) и б) малой ($f < f_{cr}$) величины однородного магнитного поля

При постоянной амплитуде ондуляторного поля уравнение $H = \text{const}$ задает траектории электронов на фазовой плоскости $p_{1,2}$ (рис. 1).

Движению электронов по стационарным винтовым траекториям на этой плоскости соответствуют устойчивые состояния равновесия $p_{1,2_0}$, координаты которых определяются соотношениями

$$p_{1_0} \left(\frac{f}{\sqrt{\gamma^2 - 1 - p_{1_0}^2}} - 1 \right) = \alpha_u, \quad p_{2_0} = 0. \quad (8)$$

Зависимость амплитуды поперечного импульса электрона на стационарной траектории от напряженности продольного магнитного поля приведена на рис. 2. При малых напряженностях продольного поля,

$$f < f_{cr} = \sqrt{\gamma^2 - 1 - ((\gamma^2 - 1)\alpha_u)^{2/3}} \left(1 - \sqrt[3]{\frac{\alpha_u^2}{\gamma^2 - 1}} \right),$$

существует три состояния равновесия (рис. 1а), а при больших напряженностях, $f > f_{cr}$, существует только одно состояние равновесия (рис. 1б). Для определения устойчивости состояний равновесия линеаризуем уравнения (5)

$$\frac{dp_1}{dZ} = p_2 \left(1 - \frac{f}{p_{\parallel_0}} \right), \quad \frac{dp_2}{dZ} = -p_1 \left(1 - \frac{f}{p_{\parallel_0}} - \frac{fp_{1_0}^2}{p_{\parallel_0}^3} \right), \quad (9)$$

где $p_{1,2}$ — малые отклонения импульса от равновесных значений, $p_{\parallel_0} = \sqrt{\gamma^2 - 1 - p_{1_0}^2}$ — величина продольного импульса в состоянии равновесия. Система уравнений (9) эквивалентна уравнению гармонического осциллятора с частотой колебаний

$$\Gamma = \sqrt{\left(1 - \frac{f}{p_{\parallel_0}} \right) \left(1 - \frac{f}{p_{\parallel_0}} - \frac{fp_{1_0}^2}{p_{\parallel_0}^3} \right)}. \quad (10)$$

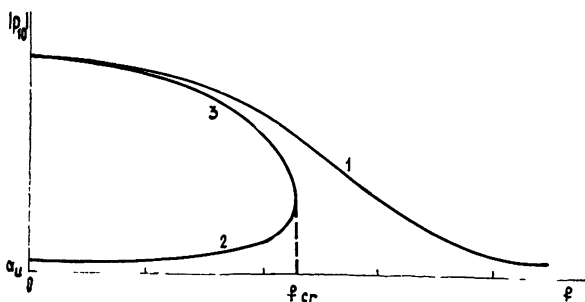


Рис. 2. Зависимость поперечного импульса электрона на стационарной траектории от величины однородного магнитного поля f .

Кривые 1 и 2 соответствуют устойчивым состояниям равновесия типа центр, кривая 3 — неустойчивому состоянию равновесия типа седло.

Согласно (8), (10) устойчивые ($\Gamma^2 > 0$) состояния равновесия типа центр лежат на рис. 2 на кривых 1 и 2, а неустойчивые ($\Gamma^2 < 0$) — типа седла — на кривой 3. Соотношение (10) определяет входящую в условие синхронизма (2) частоту $\Omega = \hbar_u \Gamma$ колебаний электронов около равновесной устойчивой траектории.

3. Усиление электромагнитной волны пучком электронов, движущимся по стационарным винтовым траекториям. Взаимодействие винтового электронного пучка с сигнальной циркулярно поляризованной электромагнитной волной

$$A_+ = A_x + iA_y = A_s(z) e^{i(\omega t - hz)} \quad (11)$$

$(A_s(z))$ — медленно меняющаяся амплитуда волны} описывается следующей самосогласованной системой уравнений:

$$\frac{dp_1}{dZ} = p_2 \left(1 - \frac{f}{p_{\parallel}}\right) - \text{Im} \left[\left(\frac{\gamma_0(1-\omega)}{p_{\parallel}} - 1 \right) \alpha_s e^{i\theta} \right],$$

$$\frac{dp_2}{dZ} = -\alpha_u - p_1 \left(1 - \frac{f}{p_{\parallel}}\right) + \text{Re} \left[\left(\frac{\gamma_0(1-\omega)}{p_{\parallel}} - 1 \right) \alpha_s e^{i\theta} \right], \quad (12)$$

$$\frac{d\omega}{dZ} = \frac{1}{\gamma_0 p_{\parallel}} \text{Re}[(ip_1 - p_2) \alpha_s^* e^{-i\theta}], \quad \frac{d\theta}{dZ} = g \left(\frac{\gamma_0(1-\omega)}{p_{\parallel}} - 1 \right) - 1,$$

$$\frac{d\alpha_s}{dZ} = \frac{I_0}{I_*} \frac{1}{Sh_u^2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{p_{\parallel}} (ip_1 - p_2) e^{-i\theta} d\theta_0.$$

Здесь $\omega = 1 - \gamma/\gamma_0$ — относительные изменения энергии электронов, $\theta = \omega t - (h + h_u)z$ — комбинационная фаза, $\alpha_s = eA_s/mc^2$ — безразмерная амплитуда волны, $p_{\parallel} = \sqrt{\gamma_0^2(1-\omega)^2 - p_1^2 - p_2^2}$, $g = \omega/h_u c$, I_0 — невозмущенный ток пучка, $I_* = mc^3/e$, S — площадь поперечного сечения пространства взаимодействия. Для моноскоростного стационарного электронного пучка граничные условия к уравнениям (12) имеют вид $p_1|_{z=0} = p_{1_0}$, $p_2|_{z=0} = 0$, $\omega|_{z=0} = 0$, $\theta|_{z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi]$, $\alpha_s|_{z=0} = \alpha_{s_0}$.

Рассмотрим далее приближение малого сигнала $\alpha_s \rightarrow 0$. Делая замену переменных

$$\alpha'_s = \alpha_s e^{i\delta z}, \quad \theta = \delta Z + \vartheta + \theta_0,$$

где $\delta = g(\gamma_0/p_{\parallel_0} - 1) - 1$, и линеаризуя уравнения (12), для усредненных по фазам влета величин

$$\bar{\rho}_{1,2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \rho_{1,2} e^{-i\theta_0} d\theta_0, \quad \bar{w} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} w e^{-i\theta_0} d\theta_0, \quad \bar{\vartheta} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \vartheta e^{-i\theta_0} d\theta_0$$

получим систему линейных однородных уравнений:

$$\frac{d\bar{\rho}_1}{dZ} = -\frac{\alpha_u}{p_{1_0}} \bar{\rho}_2 + \frac{ir\alpha'_s}{2},$$

$$\frac{d\bar{\rho}_2}{dZ} = \left(\frac{\alpha_u}{p_{1_0}} + \frac{fp_{1_0}^2}{p_{\parallel_0}^3} \right) \bar{\rho}_1 + \frac{\gamma_0^2 p_{1_0} f}{p_{\parallel_0}^3} \bar{w} + \frac{r\alpha'_s}{2}, \quad (13)$$

$$\frac{d\bar{w}}{dZ} = -\frac{ip_{1_0}}{2\gamma_0 p_{\parallel_0}} \alpha'_s, \quad \frac{d\bar{\vartheta}}{dZ} = \frac{g\gamma_0}{p_{\parallel_0}} \left(\frac{\gamma_0^2}{p_{\parallel_0}^2} - 1 \right) \bar{w} + \frac{g\gamma_0 p_{1_0}}{p_{\parallel_0}^3} \bar{\rho}_1,$$

$$\frac{d\alpha'_s}{dZ} - i\delta\alpha'_s = 2J \left[i\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_2 + p_{1_0}\bar{\vartheta} + \frac{ip_{1_0}}{p_{\parallel_0}^2} (\gamma_0^2 \bar{w} + p_{1_0} \bar{\rho}_1) \right].$$

Здесь $J = \pi I_0 / I_* h_u^2 S p_{\parallel_0}$, $r = \gamma_0 / p_{\parallel_0} - 1$. Представляя решение (13) в виде $\alpha_s, \vartheta, \rho_{1,2}, \bar{w} \sim e^{i\lambda Z}$, приходим к дисперсионному уравнению пятого порядка:

$$\lambda^2 (\lambda^2 - \Gamma^2) (\lambda - \delta) - J (\lambda^2 - \Gamma^2) \left[\frac{p_{1_0}^2 g}{p_{\parallel_0}^2} \left(\frac{\gamma_0^2}{p_{\parallel_0}^2} - 1 \right) - \frac{\lambda p_{1_0}^2 \gamma_0}{p_{\parallel_0}^3} - \right]$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{r\lambda^2 p_{1_0}}{\alpha_u} \Big] + J \left(1 + \frac{p_{1_0}^2}{p_{\parallel_0}^2} + \frac{\lambda p_{1_0}}{\alpha_u} - \frac{g p_{1_0}^2 \gamma_0}{\lambda p_{\parallel_0}^3} \right) \times \\
& \times \left(\frac{p_{1_0} \alpha_u f \gamma_0 \lambda}{p_{1_0}^4} - \lambda^2 r \left(\frac{\alpha_u}{p_{1_0}} + \lambda \right) \right) = 0.
\end{aligned} \tag{14}$$

В пределе $J \rightarrow 0$ уравнение (14) распадается на дисперсионные уравнения пяти парциальных волн. Это попутная электронам электромагнитная волна $\lambda = \delta$ ($\omega = hc$), две двукратно вырожденные (без учета кулоновского расталкивания) волны продольных смещений электронов $\lambda^2 = 0$ ($\omega - (h + h_u)v_{\parallel} = 0$) и две волны поперечных смещений электронов $\lambda = \pm \Gamma$ ($\omega - (h + h_u)v_{\parallel} = \pm \Omega$). Следует отметить, что при исчезающе малой амплитуде ондуляторного поля $\alpha_u \rightarrow 0$ волны поперечных смещений преобразуются в быструю и медленную циклотронные волны ($\omega - hv_{\parallel} = \pm \omega_H$), первая из которых, как известно [15], обладает положительным, а вторая — отрицательным знаком энергии. Если состояние равновесия лежит на ветви 1 рис. 2 ($p_{1_0} > 0$), то волна $\lambda = \Gamma$ переходит в быструю, а волна $\lambda = -\Gamma$ — в медленную циклотронные волны. Для ветви 2 ($p_{1_0} < 0$) ситуация обратная: волне $\lambda = \Gamma$ соответствует медленная, а волне $\lambda = -\Gamma$ — быстрая циклотронные волны.

Рассмотрим теперь различные случаи связи электромагнитной и электронных волн. Допустим, что на характерной длине пространства взаимодействия, которая обратно пропорциональна величине инкрементов $L_{\text{хар}} \sim |\text{Im } \lambda|^{-1}$, число осцилляций электронов с частотой Ω велико,

$$\Gamma L_{\text{хар}} \gg 1. \tag{15}$$

Тогда резонансы (1) и (2) разрешены и могут быть рассмотрены по отдельности.

Начнем с резонансов электромагнитной волны с волнами поперечных смещений электронов (2). Понижая порядок дисперсионного уравнения заменой $\lambda = \pm \Gamma + \tilde{\lambda}$, где $|\tilde{\lambda}| \ll \Gamma$, приведем это уравнение к виду

$$\tilde{\lambda}(\tilde{\lambda} - \Delta) = JR, \tag{16}$$

где

$$\Delta = \delta \mp \Gamma + \frac{J}{\Gamma^2} \left[\frac{p_{1_0} g}{p_{\parallel_0}^2} \left(\frac{\gamma_0^2}{p_{\parallel_0}^2} - 1 \right) \mp \frac{\Gamma p_{1_0}^2 \gamma_0}{p_{\parallel_0}^3} - \frac{\Gamma^2 r p_{1_0}}{\alpha_u} \right], \tag{17}$$

$$R = \frac{1}{2\Gamma^3} \left[1 + \frac{p_{1_0}^2}{p_{\parallel_0}^2} \pm \frac{p_{1_0} \Gamma}{\alpha_u} \mp \frac{g p_{1_0}^2 \gamma_0}{\Gamma p_{\parallel_0}^3} \right] \left[\frac{p_{1_0} \alpha_u f \gamma_0 \Gamma}{p_{\parallel_0}^4} \mp \Gamma^2 r \left(\frac{\alpha_u}{p_{1_0}} \pm \Gamma \right) \right].$$

Рассмотрим для простоты случай точного синхронизма $\Delta = 0$, когда решение уравнения (16) дается соотношениями

$$\tilde{\lambda}_{1,2} = \pm \sqrt{JR}. \tag{18}$$

Анализ коэффициентов R показывает, что при резонансе $\delta = \Gamma$ (верхний знак в (16), (17)) неустойчивость развивается ($\text{Im } \tilde{\lambda} < 0$), если стационарному движению электронов соответствует точка на ветви 2 рис. 2, где $R < 0$; в то же время для ветви 1 $R > 0$ и неустойчивость отсутствует. Наоборот, при резонансе $\delta = -\Gamma$ (нижний знак в (16), (17)) неустойчивость реализуется на ветви 1 и отсутствует на ветви 2.

Таким образом, усиление сигнальной волны всегда имеет место при ее синхронизме с той из пучковых волн, которая в пределе $\alpha_u \rightarrow 0$ преобразуется в медленную циклотронную волну и соответственно яв-

ляется волной с отрицательным знаком энергии. Усиление электромагнитного излучения сопровождается раскачкой колебаний электронов с частотой Ω . Очевидна аналогия рассматриваемого процесса с излучением пучка предварительно невозбужденных осцилляторов в условиях аномального эффекта Доплера [16].

Рассмотрим теперь усиление сигнальной волны в условиях обычного ондуляторного синхронизма (1). В этом режиме $|\lambda| \ll \Gamma$ и дисперсионное уравнение (14) переходит в уравнение третьего порядка, описывающее взаимодействие электромагнитной волны с двумя продольными пучковыми волнами:

$$\lambda^2(\lambda - \delta) = J(\lambda^3 R_3 + \lambda^2 R_2 + \lambda R_1 + R_0); \quad (19)$$

$$R_0 = \frac{g \alpha_u}{\Gamma^2 p_{\parallel 0}^4} (\alpha_u - p_{\parallel 0}^3), \quad R_1 = \frac{p_{\parallel 0} \gamma_0 \alpha_u}{\Gamma^2 p_{\parallel 0}^3} (1 + r g),$$

$$R_2 = -\frac{1}{\Gamma^2} \left[\Gamma^2 \frac{r p_{\parallel 0}}{\alpha_u} - \frac{p_{\parallel 0}^2 f \gamma_0}{p_{\parallel 0}^4} + \frac{r \alpha_u}{p_{\parallel 0}} \left(1 + \frac{p_{\parallel 0}^2}{p_{\parallel 0}^2} \right) - \frac{r g p_{\parallel 0}^2 \gamma_0}{p_{\parallel 0}^3} \right], \quad (20)$$

$$R_3 = -r(2 + p_{\parallel 0}^2/p_{\parallel 0}^2)/\Gamma^2.$$

Если $R_0 \neq 0$, то при достаточно малом токе пучка $J \ll 1$ первыми тремя членами в уравнении (19) можно пренебречь по сравнению с последним и представить это уравнение в виде

$$\lambda^2(\lambda - \delta) = J R_0. \quad (21)$$

При точном синхронизме $\delta = 0$ уравнение (21) имеет следующие решения:

$$\lambda_n = \sqrt[3]{J |R_0|} \begin{cases} e^{i2\pi n/3}, & R_0 > 0 \\ e^{i\pi(2n+1)/3}, & R_0 < 0 \end{cases} \quad (22)$$

($n = 1, 2, 3$), одно из которых соответствует волне, нарастающей с инкрементом (ср. с [5, 7])

$$|\text{Im } \lambda| = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt[3]{J |R_0|}. \quad (23)$$

Соотношение (22) описывает усиление сигнальной волны в режиме преобладающей инерционной группировки электронов. Инерционная группировка в ЛСЭ обусловлена зависимостью поступательной скорости частиц от энергии. Действительно, выражение для коэффициента R_0 может быть представлено в виде

$$R_0 = \frac{g \gamma_0^2 p_{\parallel 0}^2}{c p_{\parallel 0}^3} \left. \frac{dv_{\parallel}}{d\gamma} \right|_{\gamma=\gamma_0}.$$

Очевидно, чем больше производная $dv_{\parallel}/d\gamma$, тем выше инкремент [5-7].

В то же время для повышения кпд наиболее благоприятна «авторезонансная» ситуация, когда производная $dv_{\parallel}/d\gamma$ мала и изменение энергии электронов практически не изменяет их поступательную скорость, а следовательно, не приводит к выходу частиц из синхронизма с волной [5, 9]. Согласно (20) в предельном случае $\alpha_u = p_{\parallel 0}^3$ производная $dv_{\parallel}/d\gamma \rightarrow 0$ и $|R_0| \rightarrow 0$. В таких условиях в правой части дисперсионного уравнения (18) главным становится предпоследний член, обусловленный силовой группировкой электронов, и это уравнение приобретает вид

$$\lambda(\lambda - \delta) = J R_1. \quad (24)$$

Нетрудно показать, что $R_1 < 0$, если стационарному движению электро-

нов соответствует точка на ветви 2, и $R_1 > 0$, если эта точка расположена на ветви 1. Таким образом, усиление на механизме силовой группировки имеет место только для ветви 2; инкремент при $\delta = 0$ равен

$$|\operatorname{Im} \lambda| = \sqrt[5]{J|R_1|}. \quad (25)$$

Исследуем в заключение случай, когда выполнено условие $L_{\text{хар}} \Gamma \ll 1$, противоположное (15), и синхронизмы (1), (2) не разрешены. В такой ситуации электромагнитная волна одновременно взаимодействует как с продольными, так и поперечными электронными волнами. Предполагая также, что ток электронного пучка мал, и опуская в уравнении (14) члены высшего порядка малости по параметру J , приведем дисперсионное уравнение к виду

$$\lambda^4 (\lambda - \delta) = JR_5, \quad (26)$$

где $R_5 = gp_1^3 \alpha_u \gamma_0^2 f / p_{\parallel}^7$. Для $\delta = 0$ решение уравнения (26) дается соотношениями

$$\lambda_n = \sqrt[5]{J|R_5|} \begin{cases} e^{i2\pi n/5}, & R_5 > 0 \\ e^{i\pi(2n+1)/5}, & R_5 < 0 \end{cases} \quad (27)$$

($n = 1 \div 5$). Согласно (27) две нормальные волны нарастают с инкрементами

$$|\operatorname{Im} \lambda_1| = \sqrt[5]{J|R_5|} \sin \frac{\pi}{5}, \quad |\operatorname{Im} \lambda_2| = \sqrt[5]{J|R_5|} \sin \frac{3\pi}{5}. \quad (28)$$

Сопоставляя соотношения (18), (23) и (28), приходим к выводу, что при малой плотности электронного потока ($J \ll 1$) инкремент тем выше, чем большее число пучковых волн участвует во взаимодействии с сигнальной волной. Отметим, что аналогичная иерархия инкрементов была получена в работе [17] при рассмотрении убитронов с поперечно-неоднородным, фокусирующим полем ондулятора. Замечание о том, что наложение продольного магнитного поля должно приводить к появлению инкрементов вида (18), (28), содержится в работе [18].

ЛИТЕРАТУРА

1. Birkett D. S., Marshall T. C., Schlesinger S. P., McDermott D. B. — IEEE Journ. Quant. Electr., 1981, QE-17, № 8, p. 1348.
2. Jackson R. H., Gold S. H., Parker R. K. et al. — IEEE Journ. Quant. Electr., 1983, QE-19, № 3, p. 346.
3. Ельчанинов А. С., Коровин С. Д., Месяц Г. А., Ростов В. В. — Письма в ЖТФ, 1984, 10, № 18, с. 113.
4. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И., Сморгонский А. В. В кн: Релятивистская высокочастотная электроника — Горький: ИПФ АН СССР, 1979, вып. 1, с. 217.
5. Кондратенко А. М., Салдин Е. Л. — ЖТФ, 1981, 51, № 8, с. 1633.
6. Freund H. P., Sprangle P., Dillenburg D. et al. — Phys. Rev., 1981, 24, № 4, p. 1965.
7. Friedland L., Fruchtman A. — Phys. Rev., 1982, 25, № 5, p. 2693.
8. Freund H. P. — Phys. Rev., 1983, 27, № 4, p. 1977.
9. Гинзбург Н. С., Петелин М. И. В кн. Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР, вып. 4, с. 49.
10. Гинзбург Н. С., Новожилова Ю. В. — ЖТФ, 1985, 55, № 11, с. 1492.
11. Sprangle P., Granatstein V. L., Baker L. — Phys. Rev., 1975, 12, № 4, p. 1697.
12. Мирошниченко В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 3, с. 353.
13. Белов С. Н., Карбушев Н. И., Рухадзе А. А. — ЖТФ, 1982, 52, № 9, с. 1741.
14. Гинзбург Н. С., Кубарев В. А., Черепенин В. А. — ЖТФ, 1983, 53, № 5, с. 824; 1985, 55, № 1, с. 53.

15. Люиселл У. Связанные и параметрические колебания в электронике. — М.: ИЛ, 1963.
16. Гинзбург В. Л., Франк И. М. — ДАН СССР, 1947, 56, № 6, с. 583.
17. Гольденберг А. Л., Петелин М. И. — Радиотехника и электроника, 1964, 9, № 11, с. 1487.
18. Вайнштейн Л. А. — ЖТФ, 1979, 49, № 6, с. 1129.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
11 декабря 1985 г.

ON DISPERSION EQUATION FOR FEL WITH COMBINED UNDULATOR AND HOMOGENEOUS MAGNETIC FIELDS

N. S. Ginzburg, Yu. V. Novozhilova

A general fifth-order dispersion equation is obtained to describe the linear stage of electromagnetic wave amplification in FEL-ubitrons with combined helical undulator and axial homogeneous magnetic fields. A relativistic electron beam in such an undulator is shown to have four normal waves: two longitudinal-displacement waves (fast and slow space-charge waves) and two transverse-displacement waves. The latter transform to fast and slow cyclotron waves in the limiting case of a vanishingly small amplitude of the undulator field. The instability increments are found for the cases when the electromagnetic wave is in synchronism with longitudinal or transverse beam waves and when these synchronisms are overlapped. For a small beam current, the larger the number of electron waves interacting with the signal wave, the higher is the increment.

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

Р. Н. Кауфман

(окончание)

Формула (3) определяет $q^2 = q^2(X)$ и, следовательно, $q = q(X) = q(N)$ (см. (2)). Это позволяет найти точки поворота луча при отражении, в которых $\partial q / \partial X = \infty$, и сделать заключения о возможности и условиях волноводного распространения волн в дактах с пониженной и с повышенной плотностью плазмы. (Последние существуют при $q_0^2 > 0$.) При этом если значения $X = 1$ и $X = X_2$ достигаются при действительных значениях r_1 и r_2 , то существует туннельная трансформация обыкновенной волны в необыкновенную и наоборот. Для построения поля волны найдена полная система ВКБ-решений уравнений Максвелла, имеющих вид двумерных векторов Ψ_k^\pm с компонентами $E_{1,2} = E_r \mp iE_\varphi$, где E_r и E_φ — компоненты электрического поля волны:

$$\Psi_k^\pm(E_1, E_2) = \left(\frac{\omega}{c} q_k r\right)^{-1/2} (X_0 - X)^{-1/4} \chi_k(r) \exp\left(\pm i \frac{\omega}{c} \int_0^r q_k dr + i \frac{\omega}{c} pz\right), \quad (4)$$

$$\chi_k(r) = |Q_j|^{1/2} \{n_k^2 - (\varepsilon - g), \quad n_k^2 - (\varepsilon + g)\} g^{-1} \quad (j \neq k),$$

где Q_j и n_k определены в (3) и (1) соответственно, а ε и g — компоненты тензора диэлектрической проницаемости: $\varepsilon = \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy}$, $g = i\varepsilon_{xy} = -i\varepsilon_{yx}$.

Условия применимости ВКБ-решений нарушаются в окрестностях точек $X = 1$, $X = X_0$ и в окрестностях нулей ветвей q_k . Из закона сохранения энергии найдена связь между знаками Π_r и q_k , где Π — вектор Пойнтинга, определяющая направление потока энергии решения Ψ_k^\pm .

В случае плоской геометрии, когда $N = N(x)$, нужно сделать замену $r \rightarrow x$, $\varphi \rightarrow y$, а в решениях (4) — ликвидировать множитель $[(\omega/c)r]^{-1/2}$. Анализ решений (4) показывает, что если точка слияния ветвей $q_{1,2}^2(r)$ лежит в комплексной плоскости r , то имеет место также туннельная трансформация $\pm q_k \rightleftharpoons \pm q_j$ ($j \neq k$).

Полученные результаты позволяют решить задачу об отражении волны от слоя в плазме, а также построить полную волноводную теорию распространения волн указанного диапазона в дактах. Туннельные трансформации обоих видов приведут к «просачиванию» волны при отражении и к утечке энергии из волноводов. Результаты для вистлеров в диапазоне $\omega < \omega_H \ll \omega_p$ получаются при $X \gg Y^2 > 1$ и $r^2 \gg 1$,

Статья депонирована в ВИНТИ,
рег. № 6909-В 87. Деп. от 28 сентября 1987 г.