

УДК 621.372.85

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ГРЕБНЕВЫХ ВОЛНОВОДАХ

Г. Ф. Заргано, Г. П. Синявский, В. П. Ткаченко

На основе метода частичных областей с учетом особенности на ребре исследуется структура электромагнитных полей H - и E -волн в гребневых волноводах. Излагается алгоритм расчета и моделирования структуры поля на ЭВМ. Анализируется влияние высоты и ширины гребня волновода на структуру поля различных типов волн. Приводятся картины полей в гребневых волноводах, полученные на ЭВМ.

Гребневые волноводы, к которым относятся волноводы с П-, Н-, Г-, Т-, крестообразной формой поперечного сечения (рис. 1), широко применяются в различных устройствах СВЧ диапазона. При теоретическом анализе элементов на гребневых волноводах, в частности при расчете различных неоднородностей в них, наряду со спектром критических частот, расчету которых посвящено большое число работ [1], необходимо знание электромагнитных полей, их количественных характеристик и структуры распределения по поперечному сечению волновода. Несмотря на то, что волноводы с такой формой поперечного сечения применяются сравнительно давно, расчет электромагнитных полей в них, проводимый с высокой точностью, представляет значительный интерес.

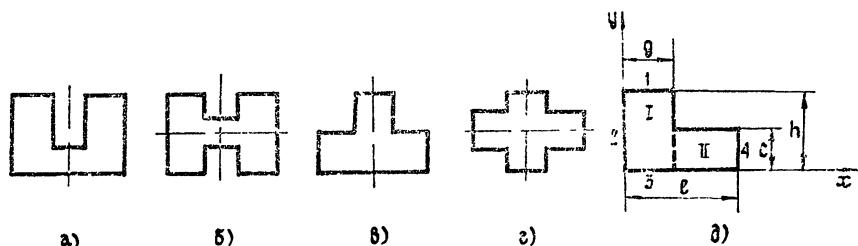


Рис. 1.

В настоящей работе для исследования электромагнитных полей в гребневых волноводах применяется метод частичных областей (МЧО) с учетом особенности поведения поля вблизи ребра [2]. Обычный метод [3] в первом приближении дает 60-процентную ошибку сшивания полей на границах раздела частичных областей [4], а метод, приведенный в [4], — 15 %. Использование высших приближений не всегда сопровождается улучшением результата. Современные численные методы позволяют рассчитывать и строить картины распределения полей в волноводе, однако эти методы не дают выражения для полей в аналитическом виде, что вызывает неудобство при дальнейшем их использовании. Аппроксимация поля на границе сшивания полной и ортогональной системой функций, каждая из которых учитывает особенность, позволяет значительно улучшить сходимость МЧО и повысить точность расчета электромагнитных полей. Кроме того этот метод дает возможность получить выражения для полей в удобном аналитическом виде.

В качестве базовой модели ввиду симметрии волноводов рассматривается Г-образная область (рис. 1д). Изменяя граничные условия

на контуре этой области (электрические или магнитные стенки на участках 1—4), можно смоделировать любой тип волны в гребневых волноводах [2].

Согласно МЧО решение двумерного уравнения Гельмгольца относительно z -й компоненты поля в частичных областях имеет вид

$$W^{av}(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{av} X_m^{av}(x) Y_m^{av}(y), \quad (1)$$

где

$$W^{av}(x, y) = \begin{cases} H_z^a(x, y) & \text{для } H\text{-волн } (v=h) \\ E_z^a(x, y) & \text{для } E\text{-волн } (v=e) \end{cases}, \quad a = I, II.$$

Для H -волн

$$X_m^{Ih}(x) = \cos(p_m^I x - 0,5\pi n_2), \quad X_m^{Ie}(x) = \sin(p_m^I x + 0,5\pi n_2), \quad (2)$$

$$X_m^{IIh}(x) = \cos[p_m^{II}(l-x) - 0,5\pi n_4], \quad X_m^{IIe}(x) = \sin[p_m^{II}(l-x) + 0,5\pi n_4],$$

$$Y_m^{ah}(y) = \mu_m^a \cos(\alpha_m^a y - 0,5\pi n_3), \quad Y_m^{ae}(y) = \mu_m^a \sin(\alpha_m^a y + 0,5\pi n_3),$$

где

$$\alpha_m^I = (\pi/h)(m+0,5|n_1-n_3|), \quad \alpha_m^{II} = (\pi/c)(m+0,5n_3),$$

$$\mu_m^I = \sqrt{(2-\delta_{0a}^I)/h}, \quad \mu_m^{II} = \sqrt{(2-\delta_{0a}^{II})/c},$$

$$\delta_{0a}^a = \begin{cases} 1, & 0 = \alpha^a, \\ 0, & 0 \neq \alpha^a, \end{cases} \quad (p_m^a)^2 = k_{n_y}^2 - (\alpha_m^a)^2,$$

$n_i = 0$ ($i=1, 2, 3, 4$), если на i -м отрезке Γ -образного контура задано граничное условие типа электрической стенки, $n_i = 1$, если условие типа магнитной стенки; $k_{nv} = 2\pi/\lambda_{nv}$ — критическое волновое число nv -волны (индекс n показывает порядковый номер волны).

Неизвестные коэффициенты A_m^{av} выражаются через значение функции $f(y)$ на смежной границе частичных областей:

$$f(y) = \begin{cases} E_y^a(g, y) & \text{для } H\text{-волн,} \\ E_z^a(g, y) & \text{для } E\text{-волн.} \end{cases}$$

При этом функция $f(y)$ представляется в виде ряда, учитывающего особенность поведения поля вблизи ребра и удовлетворяющего граничному условию при $y=0$:

$$f(y) = \sum_{i=0}^N V_i \varphi_i(y) \rho(y), \quad (3)$$

где V_i — неизвестные коэффициенты,

$$\varphi_i(y) = C_{2i+u}^{1/2+\tau}(y/c), \quad \rho(y) = [1-(y/c)^2]^\tau,$$

$$u = \begin{cases} 0 & \text{при } \partial W^a(x, 0)/\partial n = 0, \\ 1 & \text{при } W^a(x, 0) = 0, \end{cases} \quad \tau = \begin{cases} -1/3 & \text{для } H\text{-волн,} \\ 2/3 & \text{для } E\text{-волн,} \end{cases}$$

$C_{2i+u}^{1/2+\tau}(y/c)$ — полиномы Гегенбауэра.

Тогда

$$A_m^{av} = F_m^{av} \int_0^c f(y) Y_m^{av}(y) dy, \quad F_m^{ah} = \left(\frac{\partial X_m^{ah}}{\partial x} \Big|_{x=g} \right)^{-1},$$

$$F_m^{ae} = (X_m^{ae} \Big|_{x=g})^{-1}. \quad (4)$$

После подстановки (2), (3) в (4) и интегрирования получаем

$$A_m^{av} = F_m^{av} \sum_{i=0}^N V_i \Phi_{im}^{av}, \quad (5)$$

где

$$\Phi_{im}^{ah} = J_{2i+1/6+n_1}(\alpha_m^a c)^{1/6}, \quad \Phi_{im}^{ae} = J_{2i+13/6-n_3}(\alpha_m^a c)^{7/6}.$$

Неизвестные коэффициенты V_i находятся из решения линейной однородной алгебраической системы

$$\sum_{i=0}^N V_i D_{ij}(k_{nv}) = 0, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N, \quad (6)$$

где

$$D_{ij}(k_{nh}) = \sum_{a=I,II} (-1)^a \sum_{m=0}^{\infty} X_m^{ah}(g) F_m^{ah} \Phi_{im}^{ah} \Phi_{jm}^{ah} \quad \text{для } H\text{-волн,}$$

$$D_{ij}(k_{ne}) = \sum_{a=I,II} (-1)^a \sum_{m=0}^{\infty} [\partial X_m^{ae}(x)/\partial x]_{x=g} F_m^{ae} \Phi_{im}^{ae} \Phi_{jm}^{ae} \quad \text{для } E\text{-волн.}$$

Нахождение критических частот H - и E -волн, сходимость метода, анализ точности полученных результатов изложены в работе [2]. Остановимся теперь подробно на расчете и анализе электромагнитных полей в гребневых волноводах.

Отбрасывая одно из уравнений системы (6) и сделав необходимые преобразования, приходим к линейной неоднородной алгебраической системе уравнений, решение которой дает значение неизвестных коэффициентов V_i с точностью до постоянного множителя:

$$\sum_{i=0}^{N-1} V_i D_{ij} = -V_N D_{Nj}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (7)$$

Постоянный множитель V_N можно определить из условия нормировки

$$\sum_{a=I,II} \int_{s_a} W_l^{av}(x, y) W_s^{av}(x, y) ds_a = Q_l^2 \delta_{ls} = 1, \quad (8)$$

где $Q_l = \left\{ \sum_{a=I,II} \int_{s_a} [W_l^{av}(x, y)]^2 ds_a \right\}^{1/2}$ — норма собственных функций для l -го типа волны, δ_{ls} — символ Кронекера, s_a — площадь частичной области волновода.

Часть сомножителей, входящих в выражение, получающееся после интегрирования (4), включены в V_i и учитываются при их нахождении в (7). Это

$$\begin{aligned} & \frac{(-1)^i \pi c^{5/6} \Gamma(2i+1/3+n_3)}{(n_3+2i)! \Gamma(1/6) 2^{1/6}} \quad \text{для } H\text{-волн,} \\ & \frac{(-1)^i \pi c^{13/6} \Gamma(2i+7/3+n_3)}{(2i+n_3)! \Gamma(7/6) 2^{7/6}} \quad \text{для } E\text{-волн.} \end{aligned}$$

На основе изложенной методики был разработан алгоритм и составлена Алгол — программа расчета на ЭВМ БЭСМ-6 всех компонент электромагнитных полей для различных типов волн в гребневых волноводах. При проведении вычислений бесконечные ряды в (1) обычно заменяются конечными. В результате точность расчета электромагнитных полей различных типов волн зависит как от порядка приближения N , т. е. от числа членов, учитываемых в разложении (3), так и от количества собственных функций, сохраняемых в областях I (M_1) и II (M_2). Численный анализ расчета на ЭВМ электромагнитных полей в гребневых волноводах показал, что для их вычисления с достаточной для практики точностью (несшиваемость полей на линии раздела частичных областей меньше 1%) можно ограничиться значениями $N=3$, $M_1=M_2=100$. Погрешность вычисления критических волновых чисел в таком приближении k_{nvl} составляет $1 \cdot 10^{-7}$. Все приведенные в работе результаты расчетов проводились в этих приближениях.

Рассчитывалась структура электромагнитных полей H - и E -волн в Г-образной области при изменении граничных условий (электрическая или магнитная стенка) на четвертом участке Г-образного контура. На остальных участках контура граничные условия соответствовали

Рис. 2.

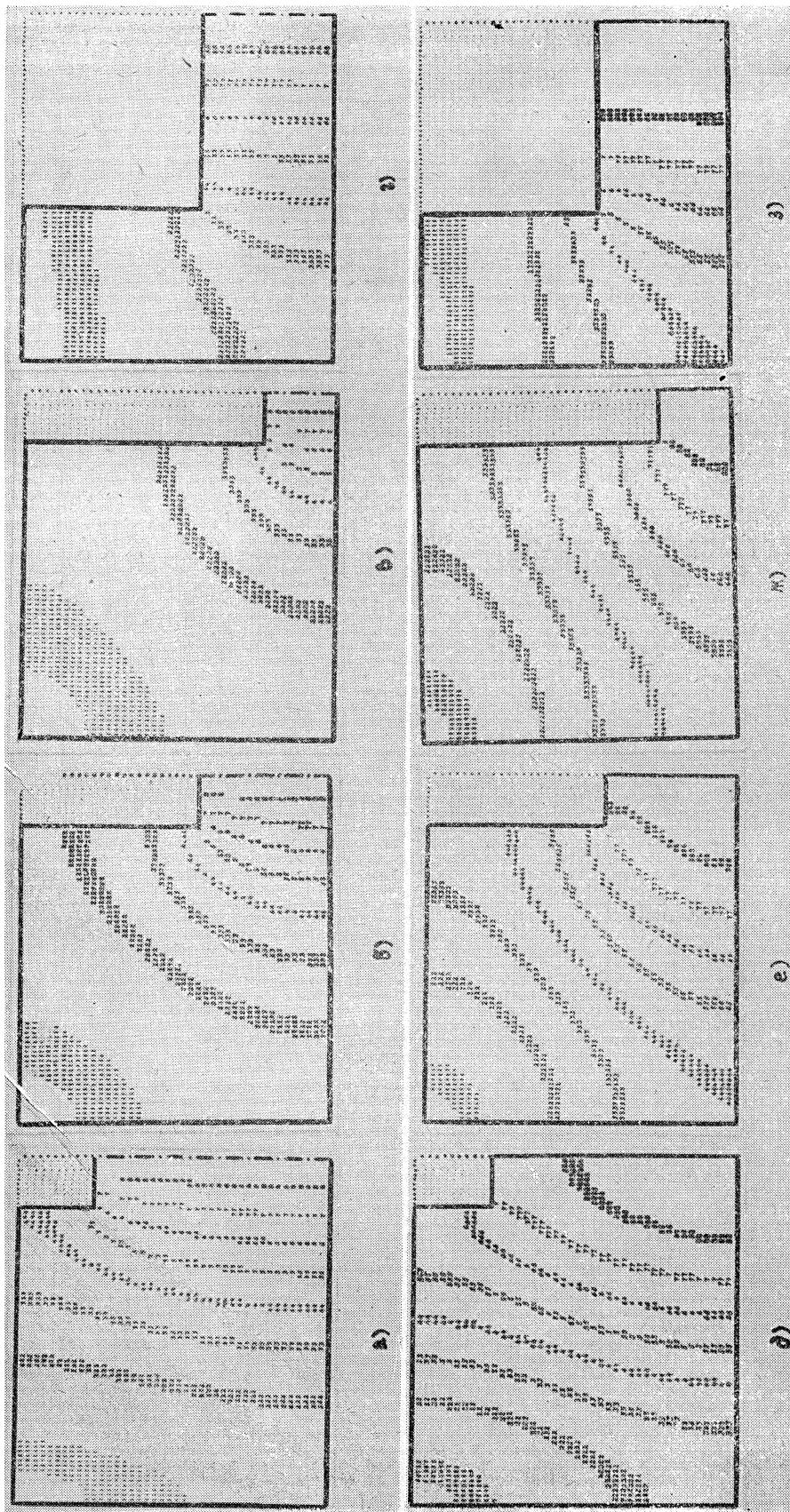


Рис. 3.

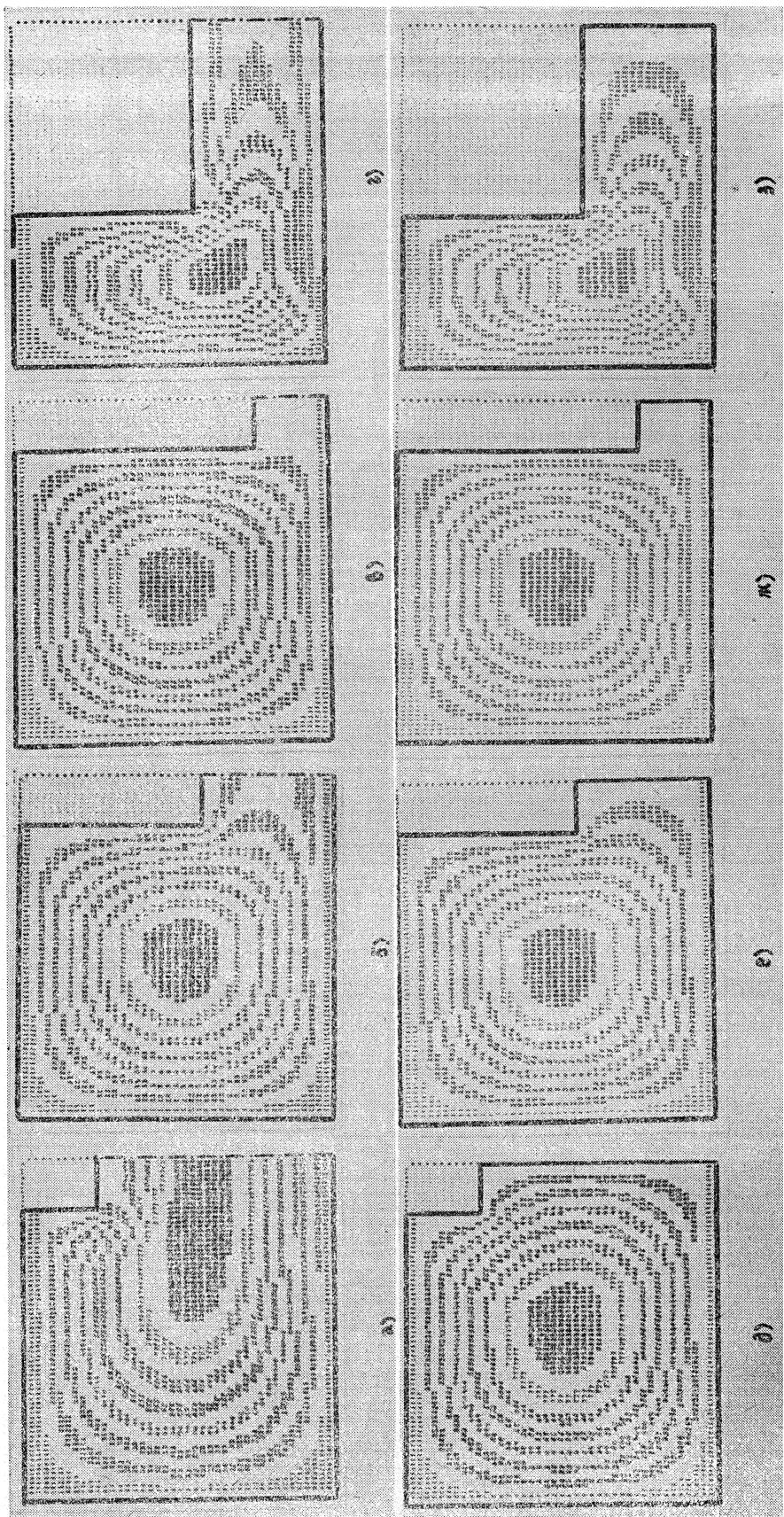
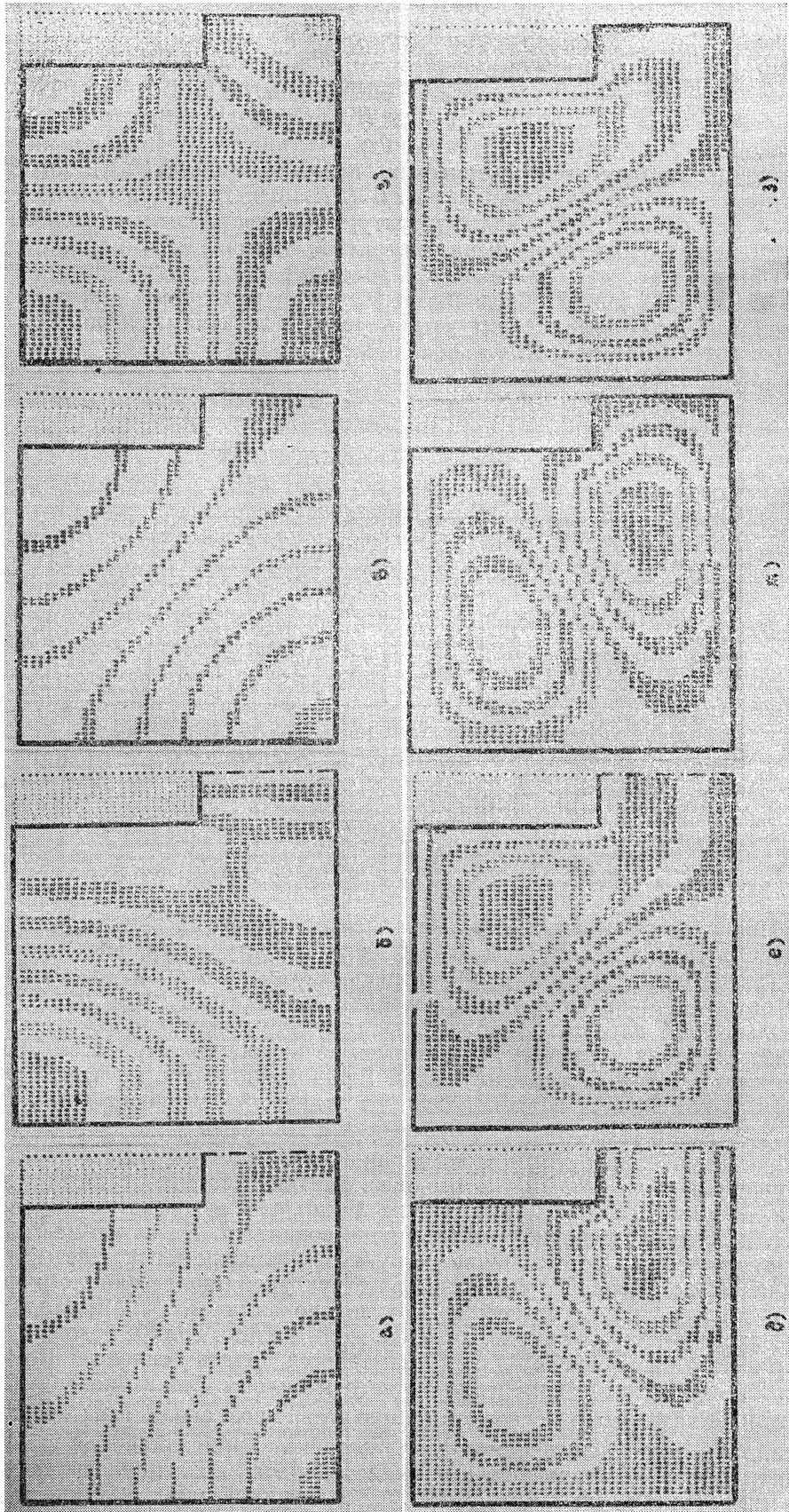


Рис. 4.



Электрической стенке. При наличии магнитной стенки на этом участке моделируются волны H_n^0 , E_n^0 (так называемые нечетные волны) в П-волноводе и волны H_n^{0e} , E_n^{0e} в Н-волноводе. При наличии электрической стенки — волны H_n^e , E_n^e (четные волны) в П- и Т-волноводах, волны H_n , E_n в Г-волноводе, волны H_n^{ee} , E_n^{ee} в Н- и крестообразном волноводах.

Результаты расчетов критических волновых чисел $k_{nvl} l$ в зависимости от изменения размеров g/l и c/l ($h/l=0,908$) Г-образной области для различных типов волн, структура электромагнитного поперечного поля которых изображена на рис. 2, 3, приведены в табл. 1. В табл. 2 представлены критические волновые числа второй и третьей Н- и Е- волны для Г-образной области с размерами $c/l=0,375$, $h/l=0,908$, $g/l=0,845$, структура поперечного электромагнитного поля которых приведена на рис. 4.

Таблица 1

g/l	c/l	Тип волны в П-волноводе							
		H_1^0		H_1^e		E_1^0		E_1^e	
		$k_{1h}^0 l$	рис. 1	$k_{1h}^e l$	рис. 1	$k_{1e}^0 l$	рис. 2	$k_{1e}^e l$	рис. 2
0,845	0,713	1,4361	а	3,1890	д	4,3074	а	4,7854	д
0,845	0,375	1,0860	б	3,1707	е	5,0207	б	5,3770	е
0,845	0,187	0,8241	в	3,2583	ж	5,0951	в	5,0952	ж
0,423	0,375	1,0623	г	2,3507	з	7,3308	г	7,6424	з

Таблица 2

Тип волны	$k_2^0 l$	рис. 3	$k_3^0 l$	рис. 3	$k_2^e l$	рис. 3	$k_3^e l$	рис. 3
H	3,577618	а	3,599783	в	7,577184	д	7,756237	ж
E	4,155991	б	4,766162	г	8,037916	е	8,077167	з

При расчете и моделировании электромагнитных полей учитывалось, что уравнение $H_z(x, y)=\text{const}$ дает структуру силовых линий электрического поля, а $E_z(x, y)=\text{const}$ — магнитного поля. Приведенные на рис. 2—4 картины распределения полей получены на ЭВМ. Используемый алгоритм изображения структуры поперечного электромагнитного поля учитывал дискретность печатающего устройства ЭВМ. Находились и выпечатывались точки Г-образной области, в которых $W^{av}(x, y)$ -компоненты поля попадала в заданный интервал значений $\bar{W}^{av} \pm \delta$, где $\bar{W}^{av} = \text{const}$, а δ выбиралась с учетом непрерывности изображаемой линии. При этом ширина изображенной линии обратно пропорциональна $|\text{grad } W^{av}|$, что позволяет качественно судить о напряженности поля: чем уже ширина линии, тем выше напряженность поля. Силовые линии поперечного поля совпадают с границами выпечатанных точек. Исследование структуры электромагнитных полей гребневых волноводов и сравнение со структурой полей аналогичных типов волн в прямоугольном волноводе показывает, что металлический гребень как бы «выдавливает» силовые линии поля в боковые области. Картина силовых линий изменяется очень сильно. Так на рис. 2а—2г показано изменение структуры силовых линий поперечного электрического поля основной волны H_1^0 П-волновода (под гребнем волновода расположена магнитная стенка) при изменении высоты и ширины гребня волновода. Как видно, для этой волны силовые линии электрического поля замыкаются на боковую стенку даже при очень малых размерах выступа, т. е. в отличие от прямоугольного волновода

в первой области появляется E_x -составляющая поля, которой, при использовании полей в дальнейших расчетах различных неоднородностей, пренебречь нельзя. Структура силовых линий поперечного электрического поля волны H_1^e в П-волноводе (под гребнем — электрическая стенка, рис. 2д—2з) показывает, что с увеличением высоты и ширины гребня волновода E_x -компоненты поля резко возрастают, силовые линии начинаются на боковой стенке и замыкаются на гребень волновода. Размеры волновода на рис. 2, 3б, е соответствуют размерам стандартного волновода с полосой пропускания 2,4:1 [5].

Для волны E_1^0 в П-волноводе (рис. 3а—3г) увеличение высоты и ширины гребня волновода изменяет структуру силовых линий поперечного магнитного поля таким образом, что появляются дополнительные вариации поля вдоль оси x . Так, волна E_{11} в прямоугольном волноводе начинает переходить в волну E_{21} в П-волноводе (обозначения волн в терминах прямоугольного волновода). Поэтому терминологию, применяемую для обозначения типов волн в прямоугольном волноводе, не всегда можно использовать для описания волн в волноводах сложных сечений. Таким образом, волна E_1^0 в П-волноводе имеет две вариации поля по оси x . Структура поля волны E_1^e в П-волноводе (рис. 3д—3з) совпадает со структурой поля волны E_{21} прямоугольного волновода, и увеличение размеров гребня не сильно искажает ее, только деформируется структура и нарушается симметрия.

На рис. 4 представлены картины распределения силовых линий поперечного электрического поля волн H_2^0 (а), H_3^0 (б), H_2^e (в), H_3^e (г) и силовых линий поперечного магнитного поля волн E_2^0 (д), E_3^0 (е), E_2^e (ж), E_3^e (з) для стандартного П-волновода с полосой пропускания 2,4:1 [5], т. е. структура поля второй и третьей волн каждого типа. Такие картины распределения поля особенно важны при конструировании направленных ответвителей многомодовой мощности. Их анализ показывает, что гребень волновода оказывает значительно большее влияние на структуру поля нечетных типов волн, т. е. когда под выступом волновода находится магнитная стенка, чем на структуру поля четных типов волн. Так, если в структуре поперечного поля нечетных типов волн появляются новые вариации поля по соответствующей оси координат, то структура поперечного поля четных типов волн только пространственно деформируется.

Таким образом, в работе на основе эффективного метода расчета проведено исследование с помощью ЭВМ структуры электромагнитных полей в гребневых волноводах. Изложенная методика может быть использована при исследовании полей в других волноводных структурах, замедляющих системах и полосковых линиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fook Loy Ng.—IEEE Trans., 1974, MTT-22, № 3, р. 322.
2. Заргано Г. Ф., Ляпин В. П., Михалевский В. С., Синявский Г. П.—Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 7, с. 820.
3. Montgomeru J R — IEEE Trans., 1971, MTT-19, № 6, р. 547.
4. Мариносян Г. И.—Изв АН АрмССР. Сер. Физика, 1974, 9, № 6, с. 463.
5. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р., Смирнов В. П. Справочник по элементам волноводной техники.—М.: Сов. радио, 1967.—652 с.

Ростовский государственный
университет

Поступила в редакцию
17 января 1986 г.

RESEARCH OF ELECTROMAGNETIC FIELDS STRUCTURE IN RINGE WAVEGUIDES

G. F. Zargano, G. P. Sinyavskij, V. P. Tkachenko

A structure of electromagnetic fields of H - and E -modes in ridge waveguides is investigated by the method of partial regions with account of peculiarities at the edge. Calculation and modeling algorithms of field structure are presented. The effect of height and width of waveguide ridge on structure of various modes is analyzed. Computer-aided patterns of fields in ridge waveguides are presented.