

УДК 621.372.413

РАССЕЯНИЕ ВОЛНЫ H_{10} ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ

В. М. Буторин

Решена трехмерная векторная краевая задача о рассеянии волны H_{10} на цилиндрическом диэлектрическом резонаторе, лежащем на нижней стенке прямоугольного волновода. Исследовано влияние смещения диэлектрического образца от продольной оси волновода на его резонансные свойства в широкой области изменения отношения геометрических размеров и длины волны. Показано влияние поляризационного вырождения несимметричных типов колебаний цилиндрической структуры на величину их дифракционной добротности.

Цилиндрическим диэлектрическим резонаторам посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ [1-7], что обусловлено их широким применением в технике СВЧ. Создание композиционных материалов с большой диэлектрической проницаемостью и малыми диссипативными потерями позволило значительно повысить радиотехнические параметры СВЧ фильтров, стабилизирующих резонаторов и т. п.

При теоретических расчетах дифракционной связи диэлектрического резонатора с волноводом обычно ограничивались длинноволновым приближением, а собственные частоты определялись в предположении магнитных стенок на его цилиндрической поверхности. Это объясняется сложностью решения трехмерной векторной краевой задачи в резонансной области параметров.

Для расчета цилиндрических неоднородностей в прямоугольном волноводе в [8-10] был развит метод парциальных задач, который использует осевую симметрию структуры и позволяет решение трехмерной векторной краевой задачи провести в два этапа: вначале определить неизвестные коэффициенты трансформации радиальных волн на цилиндрическом препятствии, а затем использовать эти коэффициенты при решении общей волноводной задачи.

Здесь поступим аналогичным образом. Решим двумерные векторные краевые задачи о цилиндрическом диэлектрическом резонаторе, лежащем на одной из бесконечных параллельных металлических плоскостей, расстояние между которыми равно высоте волновода, и определим коэффициенты трансформации E - и H -поляризованных радиальных волн с различными азимутальными и вертикальными индексами (при этом будем учитывать и реактивные волны, экспоненциально нарастающие на бесконечности). Далее эти коэффициенты используем при решении общей трехмерной задачи о возбуждении известными токами кругового цилиндра прямоугольного волновода.

1. Трансформация радиальных волн на цилиндрическом диэлектрическом резонаторе. Рассмотрим структуру в виде диэлектрического цилиндра радиуса a , высоты h с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ в одномодовом прямоугольном волноводе с поперечными размерами $c \times d$, где c — размер широкой стенки волновода, d — его высота (рис. 1а). Ось симметрии резонатора смещена относительно продольной оси волновода на расстояние l . Диссипативные потери электромагнитной энергии в металле и диэлектрике учитывать не будем. Последнее можно сделать методом возмущений.

Предположим, что боковые стенки волновода отсутствуют, а нижняя и верхняя стенки продлены до бесконечности и образуют радиальную линию высоты d . Тогда при возбуждении диэлектрического цилиндра электромагнитным полем с зависимостью от времени в виде $\exp(-i\omega t)$ и от угла φ в виде $\exp(im\varphi)$ для вертикальных компонент электрического и магнитного поля в области $r \geq a$ можно записать следующие выражения:

$$E_y = X_{ms} \kappa_m(k_s r) \cos \frac{s\pi}{d} y + \sum_{n=0}^{\infty} X_{mns} \zeta_m(k_n r) \cos(n\pi/d) y, \quad (1)$$

$$H_y = Y_{ms} \kappa_m(k_s r) \sin \frac{s\pi}{d} y + \sum_{n=1}^{\infty} Y_{mns} \zeta_m(k_n r) \sin(n\pi/d) y,$$

где

$$\kappa_m(k_s r) = \begin{cases} J_m(k_0 r) \\ J_m(k_0 a) \\ I_m(k_s r) \\ I_m(k_s a) \end{cases}, \quad s = 0 \\ s \neq 0, \quad \zeta_m(k_n r) = \begin{cases} N_m(k_0 r) \\ N_m(k_0 a) \\ K_m(k_n r) \\ K_m(k_n a) \end{cases}, \quad n = 0 \\ n \neq 0, \quad (2)$$

$$k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}, \quad k_s = \sqrt{(s\pi/d)^2 - k_0^2},$$

ϵ_0 и μ_0 — диэлектрическая и магнитная проницаемости свободного пространства, J_m , N_m , I_m , K_m — цилиндрические функции, X_{ms} и Y_{ms} — амплитуды возбуждающих E - и H -поляризованных полей, X_{mns} и Y_{mns} — неизвестные коэффициенты трансформации.

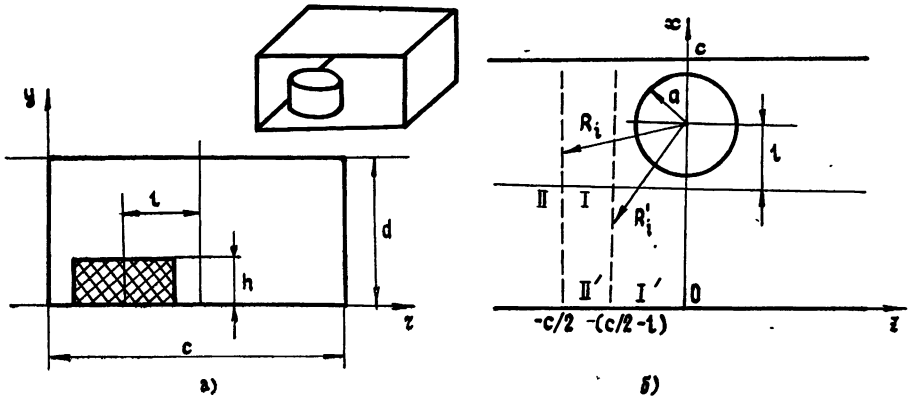


Рис. 1.

С целью получения действительных систем уравнений в выражениях (1), (2) не используется традиционная форма представления распространяющихся радиальных волн в виде функций Ханкеля, которые удовлетворяют условию излучения на бесконечности.

Область радиальной линии $r \leq a$ по своим физическим свойствам разделяется на две подобласти: $0 \leq y \leq h$ и $h \leq y \leq d$. Поэтому электромагнитное поле при $r \leq a$ будем представлять в виде

$$E_y = \sum_{n=1}^{\infty} X_n \Theta_m(\alpha_n r) \cos \gamma_1^n (y-d), \quad h \leq y \leq d; \quad (3)$$

$$H_y = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \Theta_m(\beta_n r) \sin \nu_1^n (y-d),$$

$$E_y = \sum_{n=1}^{\infty} X_n \Theta_m(\alpha_n r) \frac{\cos \gamma_1^n (h-d)}{\epsilon \cos \gamma_2^n h} \cos \gamma_2^n y, \quad 0 \leq y \leq h, \quad (4)$$

$$H_y = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \Theta_m(\beta_n r) \frac{\sin \nu_1^n (h-d)}{\sin \nu_2^n h} \sin \nu_2^n y,$$

где

$$\Theta_m(\lambda_n r) = \begin{cases} \frac{J_m(\lambda_n r)}{J_m(\lambda_n a)}, & \lambda_n^2 \geq 0 \\ \frac{I_m(\lambda_n r)}{I_m(\lambda_n a)}, & \lambda_n^2 < 0 \end{cases}, \quad (5)$$

α_n и $\beta_n \rightarrow$ корни дисперсионных уравнений для E - и H -поляризованных волн:

$$\frac{\operatorname{tg} \gamma_1^n (h-d)}{\operatorname{tg} \gamma_2^n h} = \frac{\gamma_2^n}{\varepsilon \gamma_1^n}, \quad \frac{\operatorname{tg} \nu_1^n (h-d)}{\operatorname{tg} \nu_2^n h} = \frac{\nu_1^n}{\nu_2^n}; \quad (6)$$

$$(\gamma_1^n)^2 = k_0^2 - \alpha_n^2, \quad (\gamma_2^n)^2 = k_0^2 \varepsilon - \alpha_n^2, \quad (7)$$

$$(\nu_1^n)^2 = k_0^2 - \beta_n^2, \quad (\nu_2^n)^2 = k_0^2 \varepsilon - \beta_n^2.$$

Выражения (3)–(7) записаны с учетом непрерывности тангенциальных составляющих электромагнитного поля на границе диэлектрик—вакуум ($y=h$, $r \leq a$). Необходимые в дальнейшем азимутальные составляющие электромагнитного поля E_φ и H_φ легко получить из уравнений Максвелла.

После удовлетворения граничным условиям на цилиндрической поверхности $r=a$, $0 \leq y \leq d$ получим систему функциональных уравнений, которую решим методом моментов с базисом

$$f_k^{(1)}(y) = \cos \frac{k\pi}{d} y, \quad f_k^{(2)}(y) = \sin \frac{k\pi}{d} y, \quad k = 1, 2, \dots \quad (8)$$

В результате придем к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных X_n и Y_n :

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_{kn}^{(1)} X_n + B_{kn}^{(1)} Y_n = X_{ms}, \quad k = 0, 1, \dots; \quad (9)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_{kn}^{(2)} X_n + B_{kn}^{(2)} Y_n = Y_{ms}, \quad k = 1, 2, \dots$$

Коэффициенты $A_{kn}^{(1)}$, $A_{kn}^{(2)}$, $B_{kn}^{(1)}$, $B_{kn}^{(2)}$ являются проекциями на базисные функции (8). Последние не учитывают особенности в поведении составляющих электромагнитного поля вблизи ребра диэлектрического цилиндра. Можно дополнить базис (8) функциями, удовлетворяющими условию на ребре. Однако модельный эксперимент показал, что учет особенности на остром крае диэлектрика не приводит к увеличению точности расчетов, что согласуется с выводами, приведенными в [11].

Искомые коэффициенты трансформации радиальных волн линейно связаны с неизвестными величинами X_n и Y_n следующим образом:

$$X_{mns} = \frac{1}{1 + \delta_n^0} \sum_{l=0}^{\infty} X_l (P_n^l + R_n^l \varphi_l) - X_{ms} \delta_n^s, \quad (10)$$

$$Y_{mns} = \sum_{l=0}^{\infty} Y_l (S_n^l + T_n^l \psi_l) - Y_{ms} \delta_n^s,$$

где

$$\varphi_l = \frac{\cos \gamma_1^l (h-d)}{\varepsilon \cos \gamma_2^l h}, \quad \psi_l = \frac{\sin \nu_1^l (h-d)}{\sin \nu_2^l h}, \quad (11)$$

$$P_n^l = \frac{2}{d} \int_h^d f_l^{(1)}(y) \cos \gamma_1^l (y-d) dy, \quad R_n^l = \frac{2}{d} \int_0^h f_l^{(1)}(y) \cos \gamma_2^l y dy, \quad (12)$$

$$S_n^l = \frac{2}{d} \int_h^d f_l^{(2)}(y) \sin \gamma_1^l (y-d) dy, \quad T_n^l = \frac{2}{d} \int_0^h f_l^{(2)}(y) \sin \gamma_2^l y dy.$$

Система уравнений (9) разделяется на две независимые системы уравнений относительно поляризации возбуждающего поля. При $X_{ms}=1$ и $Y_{ms}=0$ вычисляются коэффициенты трансформации E -поляризованных волн в E - и H -поляризованные волны XE_s^{mn} и YE_s^{mn} , а при $X_{ms}=0$ и $Y_{ms}=1$ — коэффициенты трансформации H -поляризованных волн XH_s^{mn} и YH_s^{mn} .

2. Диэлектрический цилиндр в прямоугольном волноводе. В соответствии с методом парциальных задач электромагнитное поле в окрестности диэлектрического цилиндра (область I на рис. 1б) представим в виде [8]

$$E_y^I = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \left\{ \sum_{p=0}^{\infty} T_{mp} [\chi_m(k_p r) \cos(p\pi/d)y + \sum_{s=0}^{\infty} XE_s^{mp} \zeta_m(k_s r) \cos(s\pi/d)y] + \right. \\ \left. + \sum_{p=1}^{\infty} P_{mp} \sum_{s=0}^{\infty} XH_s^{mp} \zeta_m(k_s r) \cos(s\pi/d)y \right\}, \quad (13)$$

$$H_y^I = (1/Z_0) \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \left\{ \sum_{p=1}^{\infty} P_{mp} [\chi_m(k_p r) \sin(p\pi/d)y + \right. \\ \left. + \sum_{s=1}^{\infty} YH_s^{mp} \zeta_m(k_s r) \sin(s\pi/d)y] + \sum_{p=0}^{\infty} T_{mp} \sum_{s=1}^{\infty} YE_s^{mp} \zeta_m(k_s r) \sin(s\pi/d)y \right\}.$$

Здесь T_{mp} и P_{mp} — неизвестные амплитуды радиальных волн с m -вариациями по азимуту и p -вариациями по оси y , $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ — волновое сопротивление свободного пространства.

В области прямоугольного волновода (область II на рис. 1б) электромагнитное поле представим в виде разложения по его собственным волнам:

$$E_y^{II} = (e^{ik_{10}z} + A_{10} e^{-ik_{10}z}) \sin(\pi/c)x + \sum_{n,p=0}^{\infty} A_{np} \exp(k_{np}z) (1 - \delta_n^1 \delta_p^0) \times \\ \times \sin(n\pi/c)x \cos(p\pi d)y, \quad (14)$$

$$H_y^{II} = (i/Z_0) \sum_{n,p=1}^{\infty} B_{np} \exp(k_{np}z) \cos(n\pi/c)x \sin(p\pi d)y,$$

где

$$k_{10} = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{c}\right)^2}, \quad k_{np} = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{c}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{d}\right)^2 - k_0^2}, \quad n \neq 1, p \neq 0, \quad (15)$$

A_{np} и B_{np} — неизвестные амплитуды.

После удовлетворения граничным условиям в отдельных точках (метод коллокаций) на границе областей I и II, а также на боковых стенках волновода с учетом симметрии задачи относительно плоскости $z=0$ получим две действительные системы линейных уравнений, полностью аналогичные (вплоть до обозначений) системам (5), приведенным в [8]. Эти уравнения позволяют определить неизвестные коэффици-

коэффициенты отражения волны H_{10} A_{10}^+ и A_{10}^- для четной и нечетной задач, когда в плоскости $z=0$ расположена магнитная и электрическая стенки.

3. Координаты коллокационных точек и внутренняя сходимость систем уравнений. Исследование внутренней сходимости системы линейных уравнений (9) (двумерные задачи) показало, что стабилизация численных результатов в третьем-четвертом знаке достигается при учете 15 вертикальных гармоник в радиальной линии, а в четвертом-пятом знаке — при учете 20.

Гораздо сложнее получить требуемую внутреннюю сходимость в системе (5) [8], полученной методом коллокаций, из-за наличия некоординатной границы для цилиндрической системы координат. Здесь точность результатов зависит от выбора координат коллокационных точек. Как было показано в [8], для симметрично расположенной цилиндрической неоднородности в прямоугольном волноводе наилучшая сходимость достигается, если граница сопряжения областей I и II находится на линии $z = -c/2$, а точки расположены примерно равномерно вдоль нее.

Однако при смещении оси симметрии цилиндрической структуры относительно продольной оси волновода возрастает асимметрия матричных коэффициентов системы (5) [8] относительно главной диагонали, так как коэффициенты пропорциональны отношению цилиндрических функций:

$$\alpha_{mp}^{(i)} \sim \chi_m(k_p r_i) / \chi_m(k_p r_0), \quad (16)$$

где r_0 — расстояние от центра цилиндрической структуры до ближайшей коллокационной точки, r_i — радиус i -й коллокационной точки. Для симметричного расположения величина $\max \alpha_{mp}^{(i)} \sim 2^{m/2}$, и при 20 точках коллокации ($m=I-1$, I — количество точек) эта величина не превышает 10^3 . Система уравнений (5) [8] является устойчивой к округлению при численном решении. При несимметричном расположении, когда $l/c = 0,25$ и $I = 20 \max \alpha_{mp}^{(i)} \sim 10^{12}$, матрица имеет сильную асимметрию, и здесь уже нельзя получить устойчивое решение.

Чтобы уменьшить асимметрию матрицы, используем рекомендации, предлагаемые в [12]. Границу с коллокационными точками расположим таким образом, чтобы отношение радиусов самой удаленной точки и самой ближайшей из точек было минимальным. Границей областей I и II, удовлетворяющей данному условию, является линия $z = -c/2 + l$ (рис. 16). Численный эксперимент показал, что, когда точки расположены равномерно вдоль линии $z = -c/2 + l$ и по боковым стенкам волновода, решение остается устойчивым вплоть до $l/c \approx 0,45$.

Исследование внутренней сходимости показало также, что количество учитываемых азимутальных гармоник зависит не только от поперечных размеров цилиндрической неоднородности, но также и от величины смещения. Если структура расположена в центре, необходимо учитывать тем больше азимутальных гармоник, чем больше ее диаметр. Когда структура касается боковых стенок для более тонких неоднородностей, требуется брать также больше гармоник. При $l/c = 0,25$ результаты стабилизируются в четвертом-пятом знаке независимо от диаметра цилиндрической неоднородности, когда $I=14$.

4. Рассеяние волны H_{10} на диэлектрическом резонаторе в волноводе. На рис. 2, 3 представлены результаты расчета модуля K (сплошная линия) и фазы φ (пунктир) коэффициента прохождения волны H_{10} от относительной длины волны $\lambda/\lambda_{кр}$ (λ — длина волны свободного пространства, $\lambda_{кр}$ — критическая длина волны H_{10}). При идентификации резонирующих типов колебаний использовалось общепринятое приближение для больших значений относительной диэлектрической проницаемости, т. е. собственные частоты диэлектрического диска вычис-

лялись в предположении магнитных стенок на цилиндрической поверхности. Так, при $\epsilon=70$, $2a/c=0,15$, $h/d=0,2$ резонансные частоты диэлектрического образца с магнитными стенками на его цилиндрической поверхности отличаются от резонансных частот той же структуры в волноводе не более чем на 2%. Естественно, при больших диаметрах структуры погрешность будет возрастать из-за экранирующего влияния боковых стенок волновода.

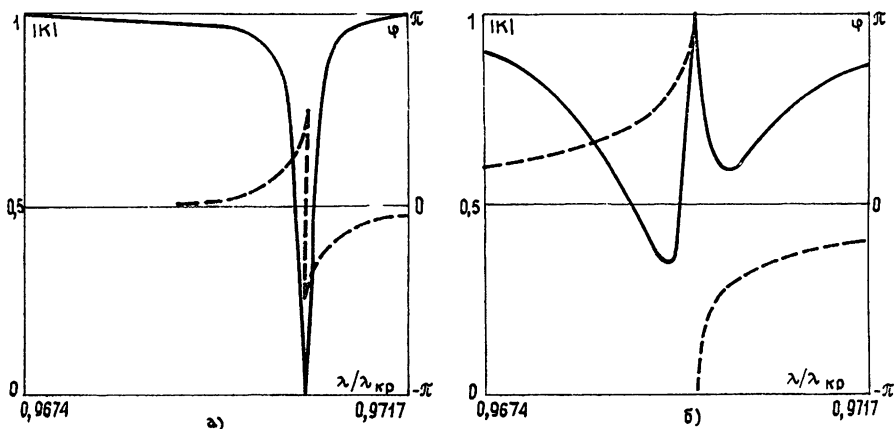


Рис. 2.

Как следует из графиков, для $c/d=2,3$, $2a/d=0,3$, $h/d=0,1$, $\epsilon=70$ наблюдаются резонансы несимметричных типов колебаний EH_{mnq} (рис. 2, 3). Первый индекс m указывает число вариаций электромагнитного поля по азимуту, второй индекс n — по радиусу и третий q — по высоте цилиндра. Колебание EH_{110} , собственная частота которого не зависит от длины образца, проявляется в длинноволновой области (рис. 2а), а колебание EH_{111} — в коротковолновой, когда по высоте цилиндра укладывается примерно четверть длины волны (рис. 3а). Дифракционная добротность достигает нескольких тысяч, при этом колебание EH_{111} сильнее связано с волноводом.

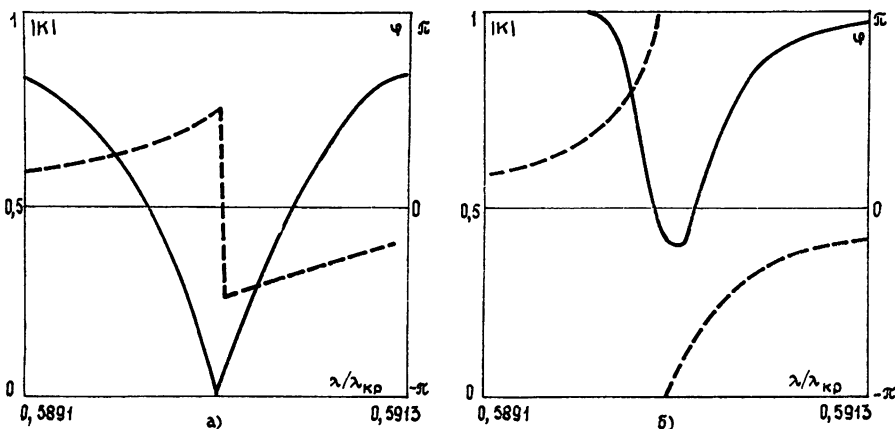


Рис. 3.

Смещение оси симметрии цилиндрической структуры от продольной оси волновода приводит к существенному изменению не только добротности, но и вида резонансной характеристики. Это обусловлено наличием поляризационного вырождения у несимметричных колебаний с азимутальным индексом $m \neq 0$. Здесь возможны два устойчивых положения вектора поляризации диполя несимметричного собственного колебания диэлектрического резонатора. В области, где выполняются резонансные условия для колебания EH_{111} , амплитудно-частотная ха-

рактика модуля коэффициента прохождения при $l/c=0,25$ имеет явно выраженную деформацию. Если для $l/c=0$ имеется частотная точка, где $K=0$, то при $l/c=0,25$ (рис. 3б) она отсутствует, т. е. электродинамическая система может быть описана только двумя сильно связанными между собой контурами. В области резонанса электромагнитная энергия перекачивается из диполя с одной поляризацией в энергию диполя с другой поляризацией и из последнего возвращается в волновод.

Собственные колебания EH_{110} , имеющие различные поляризации диполей, связаны между собой гораздо слабее (рис. 2б). Для $l/c=0,25$ наблюдаются два последовательных резонанса и один явно выраженный параллельный резонанс, где модуль коэффициента прохождения равен единице. При симметричном расположении в этой частотной области наблюдается всего один последовательный резонанс (рис. 2а).

Увеличение геометрических размеров резонатора приводит к сгущению спектра собственных частот. О сложности электромагнитного взаимодействия между диэлектриком и волноводом можно судить по рис. 4, где приведены зависимости модуля коэффициента прохождения от относительной длины волны для $c/d=2,3$, $2a/d=0,4$, $h/d=0,3$, $\epsilon=70$, $l/c=0,25$ (сплошная линия), $l/c=0$ (пунктир). Так, в окрестности частотной точки $\lambda/\lambda_{кр} = 0,6087$ наблюдаются резонансные явления, которые можно описать тремя сильно связанными между собой контурами. При симметричном расположении цилиндрической неоднородности здесь наблюдаются всего два резонанса. Расчеты показывают, что в окрестности данной точки находятся собственные частоты колебаний EH_{010} и EH_{211} цилиндрического диэлектрического резонатора.

Сравнение резонансных кривых (см., например, рис. 4) показывает, что дифракционная добротность колебания диэлектрического цилиндра тем больше, чем больше азимутальный индекс. Так, добротность колебания EH_{211} больше, чем добротность колебания EH_{112} , а наименьшую добротность ($Q \sim 10^2 \div 10^3$) имеет колебание EH_{010} .

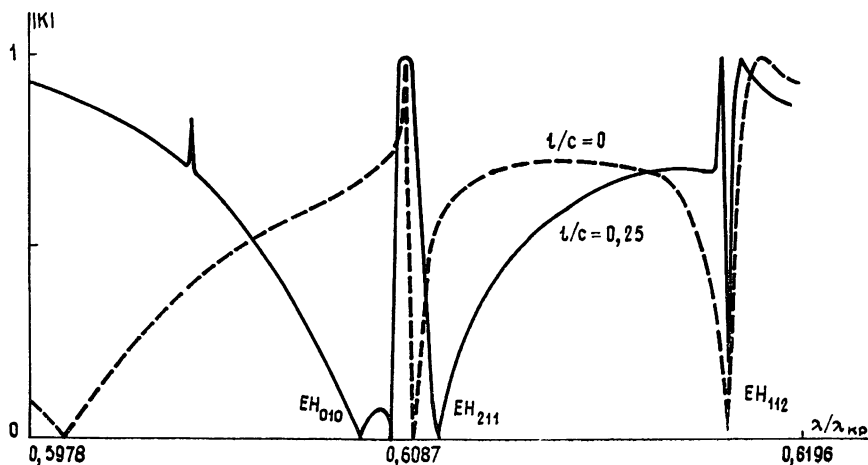


Рис. 4.

Смещение цилиндрической структуры от продольной оси волновода приводит к возникновению высокодобротного (с признаками поляризационного вырождения) резонанса с $Q \sim 10^5$ (рис. 4). Численное моделирование показало, что этот резонанс обусловлен взаимодействием реактивных волн в электродинамической системе диэлектрический цилиндр — прямоугольный волновод.

Таким образом, решена трехмерная векторная краевая задача о рассеянии волны H_{10} прямоугольного волновода на цилиндрическом диэлектрическом резонаторе. Проведено исследование численной ус-

тойчивости систем линейных алгебраических уравнений, к которым сведено решение.

Рассмотрены резонансные явления, обусловленные собственными колебаниями диэлектрического тела. Показано влияние геометрических размеров цилиндрической неоднородности на характер ее электромагнитных взаимодействий с экранирующей системой прямоугольного волновода.

Полученные в работе результаты окажутся полезными при теоретических и экспериментальных исследованиях цилиндрических диэлектрических резонаторов и устройств на их основе.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Сопп S. В. — IEEE Trans, 1968, МТТ-16, № 4, p 218
- 2 Ильченко М. Е., Кудиев Е. В. Ферритовые и диэлектрические резонаторы — Киев: Гос. ун-т, 1973.
- 3 Гассанов Л. Г., Ротенберг Б. А. и др. — Электронная техника Сер Электроника СВЧ, 1981, вып 6, с. 21.
- 4 Взятых В. Ф., Калинин В. И. — Изв вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 4, с 475.
- 5 Mauster D., Vincent P., Mage J. C. — IEEE Trans, 1983, МТТ-31, № 10, p. 844.
- 6 Гольдберг Л. Б. — Радиотехника и электроника, 1985, 30, № 3, с 434
- 7 Взятых В. Ф., Калинин В. И., Куимов В. И. — Радиотехника и электроника, 1985, 30, № 4, с. 705
- 8 Буторин В. М., Фиалковский А. Т. — Радиотехника и электроника, 1981, 26, № 11, с 2273.
- 9 Буторин В. М., Фиалковский А. Т. — Радиотехника и электроника, 1982, 27, № 11, с. 2148.
- 10 Буторин В. М., Фиалковский А. Т. — Радиотехника и электроника, 1985, 30, № 2, с. 218.
- 11 Заргано Г. Ф., Лерер А. М. и др. Линии передачи сложных сечений — Ростов: Гос. ун-т, 1983.
- 12 Марчук Г. И., Агошков В. И. Введение в проекционно-сеточные методы. — М: Наука, 1981.

Поступила в редакцию
13 января 1986 г

RECTANGULAR WAVEGUIDE H_{10} -MODE SCATTERING BY THE CYLINDRICAL DIELECTRIC RESONATOR

V. M Butorin

Three-dimensional vector boundary problem on H_{10} -mode scattering by the cylindrical dielectric resonator placed on the bottom wall of a rectangular waveguide is solved. The impact of a removal of a dielectric body from axes of a rectangular waveguide on the resonator characteristics was studied. The polarization degeneration effects of cylindrical structure nonsymmetrical modes on the diffraction quality factor is studied
