

УДК 538.566

**О ПРИМЕНИМОСТИ СКАЛЯРНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ В ЗАДАЧЕ  
О РАСПРОСТРАНЕНИИ РАДИОВОЛН  
В ЛОКАЛЬНО-НЕОДНОРОДНОМ ВОЛНОВОДЕ**

*О. В. Соловьев*

Исследована задача о поле вертикального электрического диполя в плоском волноводе с локальной неоднородностью на верхней стенке. Свойства верхней стенки волновода заданы неоднородным по площади импедансом. Задача сведена к системе двумерных интегральных уравнений, которая решается методом последовательных приближений. Определены границы применимости скалярного приближения решения данной задачи.

В работе продолжены теоретические исследования влияния локальных неоднородностей ионосферы на распространение электромагнитных волн в приземном волноводе, начатые в [1]. В рамках модели плоского импедансного волновода рассматриваются неоднородности, относительно малые в масштабах трассы распространения и произвольно расположенные на верхней стенке волновода. Волноводная задача в этом случае оказывается существенно трехмерной.

Отличие от работ [2, 3], где неоднородность волновода описывалась малым возмущением постоянной распространения регулярного волновода, в нашей модели возмущение волновода задается неоднородным по площади импедансом, как это делается в задачах о распространении радиоволн над неоднородной в электрическом отношении земной поверхностью [4, 5]. При этом мы используем идеи работы [6], где показано, что при наличии вертикальных профилей концентрации и частоты соударений заряженных частиц отражательные характеристики ионосферы могут быть описаны с помощью импеданса, отнесенного к некоторому, вполне конкретному уровню над поверхностью Земли. Принятая модель позволяет расширить изучаемый диапазон частот до десятков килогерц (результаты [2, 3] применимы только в СНЧ диапазоне) и рассматривать неоднородности, располагающиеся непосредственно над источником или над приемником.

В данной работе учитывается деполаризация отраженного от неоднородности электромагнитного поля, т. е. решается не скалярная, как в [1, 2], а векторная задача. Предлагаемый подход отличается от рассмотренного в [3], он позволяет исследовать неоднородности с поперечными размерами, превосходящими длину волны (в [3] предполагалось, что размеры неоднородности малы по сравнению с длиной волны).

Итак, рассматривается задача о возбуждении электромагнитных волн вертикальным электрическим диполем с моментом  $P_0$  в плоском волноводе, границы которого в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$ , связанной с источником, есть  $z=0, z=h$ . Тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей на границах волновода удовлетворяют импедансным граничным условиям

$$[n, E] = - \hat{Z} [n, [n, H]], \tag{1}$$

где

$$\hat{Z} = \begin{cases} \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \delta_3, & z=0 \\ \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \begin{pmatrix} \delta_1(r, \varphi) & 0 \\ 0 & \delta_2(r, \varphi) \end{pmatrix}, & z=h \end{cases},$$

$\epsilon_0, \mu_0$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума,  $\mathbf{n} = n\mathbf{e}_z$  — внешняя нормаль к границам волновода. Учитывая потери в стенках волновода, требуем затухания поля при  $r \rightarrow \infty$ . Свойства заполнения волновода совпадают со свойствами вакуума. Зависимость от времени принята в виде  $\exp(-i\omega t)$ .

Необходимо отметить, что, хотя мы ограничимся в данной работе исследованием только плоского волновода, полученные в дальнейшем формулы легко переносятся и на цилиндрический, и на сферический локально-неоднородные волноводы, на стенках которых выполняются граничные условия вида (1).

Используя стандартную процедуру, уравнения Максвелла для волноводной области можно записать в виде

$$\Delta \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = -k^2 \frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0} - \text{grad div} \frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0}, \quad \Delta \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = i\omega \text{rot} \mathbf{P}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{P} = P_{of}(r, z)\mathbf{e}_z$  — функция источника,  $k$  — волновое число в вакууме. Система уравнений (2) может быть сведена к системе уравнений Гельмгольца для отдельных составляющих векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ , которые, с использованием скалярной теоремы Грина, можно преобразовать в систему двумерных интегральных уравнений. Необходимые в этом случае выражения для нормальных производных компонентов векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  на поверхностях, ограничивающих волновод ( $\partial/\partial n = \pm \partial/\partial z$ ), получаются из уравнений Максвелла для вакуума (волноводная область) и граничных условий (1). Достаточно ограничиться системой только из четырех уравнений для  $E_\varphi, E_z, H_\varphi, H_z$ , тогда оставшиеся компоненты поля  $E_r$  и  $H_r$  могут быть получены непосредственно из уравнений Максвелла обычным дифференцированием. При написании интегральных уравнений возможно использование различных функций Грина для отдельных уравнений (2).

Выберем в качестве функции Грина  $\Pi(R, R')$  к уравнениям для ТМ-составляющих поля (в том числе  $E_z$ ) вектор Герца задачи о возбуждении вертикальным электрическим диполем  $P_0$  регулярного волновода, свойства нижней стенки которого определяются импедансом  $\delta_3$ , а свойства верхней стенки — матричным импедансом  $\hat{\delta}_0 = \begin{pmatrix} \delta_1^0 & 0 \\ 0 & \delta_2^0 \end{pmatrix}$ , таким, что  $\delta_1(r, \varphi) - \delta_1^0 \neq 0$  и  $\delta_2(r, \varphi) - \delta_2^0 \neq 0$ , если  $(r, \varphi) \in S_v$ , где  $S_v$  — область, соответствующая локальной неоднородности верхней стенки волновода. К уравнениям для ТЕ-составляющих поля (в том числе  $H_z$ ) в качестве функции Грина  $\Pi_1(R, R')$  возьмем вектор Герца задачи о возбуждении того же регулярного волновода, но вертикальным магнитным диполем с моментом  $P_0^{(m)}$ .

Ввиду громоздкости получаемой таким образом системы интегральных уравнений, эквивалентной исходной волноводной задаче (1), (2), запишем уравнения только для вертикальных составляющих полей  $E_z$  и  $H_z$ , которые будем использовать в дальнейшем:

$$E_z(R) = E_z^0(R) + \frac{ik\epsilon_0}{P_0} \int_{S_v} \Pi(R, R') E_z(R') (\delta^2(r', \varphi') - \delta_2^0) dS' +$$

$$+ \frac{\epsilon_0}{P_0} \int_{S_{in}} \Pi(R, R') \left[ r' \frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi'} \left( \frac{\delta_2}{\delta_1} - 1 \right) - \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} H_\varphi \frac{\partial \delta_2}{\partial r'} - \right.$$

$$\left. - \frac{\delta_2}{\delta_1} E_\varphi \frac{\partial \ln \delta_1}{r' \partial \varphi'} \right] dS', \quad (3)$$

$$H_z(R) = - \frac{ik\mu_0}{P_0^{(m)}} \int_{S_v} \Pi_1(R, R') H_z(R') (1/\delta_1(r', \varphi') - 1/\delta_1^0) dS' -$$

$$-\frac{\mu_0}{P_0^{(m)}} \int_{S_{\text{и}}} \Pi_1(R, R') \left[ r' \frac{\partial \dot{H}_\varphi}{\partial \varphi'} \left( \frac{\delta_2}{\delta_1} - 1 \right) + \frac{\partial (1/\delta_1)}{\partial r'} E_\varphi \right] \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} + \frac{\delta_2}{\delta_1} H_\varphi \frac{\partial \ln \delta_2}{r' \partial \varphi'} \Big] dS'.$$

Здесь  $R = (r, \varphi, z)$  — радиус-вектор точки наблюдения, штрихованные переменные отвечают переменным интегрирования,  $S_{\text{и}}$  — обозначает поверхность  $z = h$ ,  $E_z^0$  — компонента поля вертикального электрического диполя в описанном выше регулярном плоском волноводе.

Имея решение для регулярного волновода с постоянными импедансами границ, т.е. зная выражения для электрического  $\Pi^0(r, z, z_0)$  (например, в виде ряда нормальных волн [7]) и магнитного  $\Pi_1^0(r, z, z_0)$  векторов Герца ( $r$  — расстояние источник — точка наблюдения,  $z$  и  $z_0$  — высота над плоскостью Земли соответственно приемника и источника), выражения для используемых в (3) функций Грина  $\Pi(R, R')$  и  $\Pi_1(R, R')$  можно получить, произведя в  $\Pi^0$  и  $\Pi_1^0$  следующие замены:  $r \rightarrow r_1 = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\varphi - \varphi')}$ ,  $z_0 \rightarrow z' = h$ . Напомним, что компоненты поля вертикального электрического диполя в регулярном волноводе  $E_z^0$  и  $H_\varphi^0$  выражаются через  $\Pi^0(r, z, z_0)$  стандартным образом:

$$E_z^0 = \left( k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Pi^0, \quad H_\varphi^0 = i\omega\epsilon_0 \frac{\partial \Pi^0}{\partial r}.$$

Уравнения (3) используем для оценки применимости развитого в [1] скалярного подхода к решению задачи о локальной неоднородности в плоском импедансном волноводе. В линейном приближении теории возмущений (борновское приближение), рассматривая в качестве начального приближения поле исходного диполя в регулярном волноводе (в данном случае, отличными от нуля компонентами поля будут только  $E_z^0, E_r^0, H_\varphi^0$ , остальные  $E_\varphi^0 = H_r^0 = H_z^0 = 0$ ), можно получить

$$E_z^{(1)}(R, z_0) = E_z^0(R, z_0) + I_{\text{ск}}(R, z_0) + I_{\text{вект}}(R, z_0),$$

$$I_{\text{ск}}(R, z_0) = \frac{ik\epsilon_0}{P_0} \int_{S_{\text{в}}} \Pi(R, R') E_z^0(R') (\delta_2(r', \varphi') - \delta_2^0) dS', \quad (4)$$

$$I_{\text{вект}}(R, z_0) = -\frac{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}{P_0} \int_{S_{\text{и}}} \Pi(R, R') H_\varphi^0(R') \frac{\partial \delta_2(r', \varphi')}{\partial r'} dS'.$$

Сумма ( $I_{\text{ск}} + I_{\text{вект}}$ ) в формуле (4) определяет отличие поля в возмущенном волноводе от поля  $E_z^0$  регулярного волновода, причем  $I_{\text{ск}}(R, z_0)$  точно соответствует решению, полученному в скалярном приближении [1], а учет векторного характера возбуждаемого поля приводит к появлению дополнительного слагаемого  $I_{\text{вект}}(R, z_0)$ .

Произведем сравнительную оценку  $I_{\text{ск}}$  и  $I_{\text{вект}}$  в случае, когда импеданс возмущенной стенки волновода задан следующими соотношениями:  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_{\text{и}}$ ,  $\delta_1^0 = \delta_2^0 = \delta_{\text{и}}^0$ ,  $\delta_{\text{и}}(r, \varphi) - \delta_{\text{и}}^0 = \text{const} \neq 0$  для  $(r, \varphi) \in S_{\text{в}}$ . Если окажется  $|I_{\text{ск}}| \gg |I_{\text{вект}}|$ , то учитывать векторную добавку в решении (4) необязательно, а скалярное приближение [1] можно будет считать решением (с соответствующей степенью точности) задачи о поле вертикального электрического диполя в плоском импедансном локально-неоднородном волноводе. В противном случае ( $|I_{\text{вект}}| \gtrsim |I_{\text{ск}}|$ ) учет векторной добавки будет обязательным.

Отметим, что борновское приближение (приближение однократного рассеяния), рассматриваемое нами, предполагает, что размеры неоднородности малы в масштабе длины трассы распространения. Дополнительным фактором, обеспечивающим сходимость метода последовательных приближений, оказывается то, что для большинства практически значимых ситуаций выполняется условие  $|\delta_n - \delta_n^0| \ll 1$ .

Рассмотрим отдельно два случая: 1) возмущенная область, которая представляет собой круг радиуса  $r_v$ , достаточно удалена как от источника ( $kr \gg 1$ ), так и от приемника ( $kr_1(r', \varphi') \gg 1$ ); 2) центр этой возмущенной области располагается непосредственно над источником в точке  $r' = 0$ .

Остановимся на первом случае. Выделим в подинтегральных функциях быстро меняющиеся части

$$\Pi(R, R') = \Pi^0(r_1, z, z') = \frac{\exp(ikr_1)}{r_1} W_{\Pi}(r_1, z, z'), \quad (5)$$

$$E_z^0 = \frac{\exp(ikr)}{r} W_E(r, z, z_0), \quad H_{\varphi}^0 = \frac{\exp(ikr)}{r} W_H(r, z, z_0).$$

Для оценки  $I_{\text{СК}}(R, z_0)$  вынесем медленно меняющиеся  $W_{\Pi}$  и  $W_E$  из-под знака интеграла в некоторой средней точке возмущенной области  $(r'_0, \varphi'_0)$ . В формуле для  $I_{\text{Вект}}(R, z_0)$  произведем интегрирование по частям и медленно меняющуюся часть подинтегральной функции вынесем из-под знака интеграла в некоторой точке  $(r_0, \varphi_0) \in S_v$ .

Пренебрегая разницей функций ослабления  $W_j$  ( $j = \Pi, E, H$ ) для точек  $(r'_0, \varphi'_0)$  и  $(r_0, \varphi_0)$ , что возможно, если выполняются неравенства

$$|W_{\Pi}(r_1(r'_0, \varphi'_0), z, h) - W_{\Pi}(r_1(r_0, \varphi_0), z, h)| \ll |W_{\Pi}(r_1(r_0, \varphi_0), z, h)|, \quad (6)$$

$$|W_j(r'_0, h, z_0) - W_j(r_0, h, z_0)| \ll |W_j(r_0, h, z_0)| \quad (j = E, H),$$

можно записать оценку для  $E_z^{(1)}(R)$ :

$$\begin{aligned} E_z^{(1)}(R, z_0) &= E_z^0(R, z_0) + \frac{ik\varepsilon_0}{\rho_0} (\delta_n - \delta_n^0) W_{\Pi}(r_1(r_0, \varphi_0), z, h) \times \\ &\times \int_{S_v} \frac{\exp[ik(r_1 + r')]}{r_1 r'} dS' \left\{ W_E(r_0, h, z_0) - i \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} W_H(r_0, h, z_0) \times \right. \\ &\times \left[ \frac{ik(r_1(r_0, \varphi_0) + r_0 - r \cos(\varphi - \varphi_0))}{kr_1(r_0, \varphi_0)} - \frac{r_0 - r \cos(\varphi - \varphi_0)}{kr_1^2(r_0, \varphi_0)} + \right. \\ &\left. \left. + \frac{\partial \ln W_{\Pi}(r_1(r', \varphi_0), z, h)}{\partial kr'} \right|_{r'=r_0} + \frac{\partial \ln W_H(r', h, z_0)}{\partial kr'} \right|_{r'=r_0} \right] \}. \end{aligned} \quad (7)$$

Из формулы (7) следует, что условием малости векторной добавки  $I_{\text{Вект}}$  по сравнению со скалярным решением  $I_{\text{СК}}$  будет следующее неравенство:

$$\begin{aligned} &\left| \frac{ik(r_1(r_0, \varphi_0) + r_0 - r \cos(\varphi - \varphi_0)) - (r_0 - r \cos(\varphi - \varphi_0))/r_1(r_0, \varphi_0)}{kr_1(r_0, \varphi_0)} + \right. \\ &\left. + \frac{\partial \ln W_{\Pi}(r_1(r', \varphi_0), z, h)}{\partial kr'} \right|_{r'=r_0} + \frac{\partial \ln W_H(r', h, z_0)}{\partial kr'} \bigg|_{r'=r_0} \ll 1, \end{aligned} \quad (8)$$

в котором в силу условий (6) производными медленно меняющихся функций можно пренебречь.

Если обратиться к наиболее интересному случаю, когда неоднородность располагается на линии, соединяющей источник и приемник ( $\varphi - \varphi_0 \rightarrow 0$ ), и влияние ее наиболее заметно [4], то сравнительная оценка  $I_{\text{СК}}$  и  $I_{\text{вект}}$  дает

$$|I_{\text{вект}}/I_{\text{СК}}|_{(\varphi - \varphi_0) \rightarrow 0} = O(1/kr_1(r_0, \varphi_0)) = O(1/kr_0).$$

Перейдем ко второму случаю, когда возмущенная область располагается непосредственно над источником\*. Считая, что точка наблюдения и возмущенная область разнесены настолько, что по-прежнему  $kr_1(r', \varphi') \gg 1$  во всей области  $S_v$ , в выражении для  $I_{\text{СК}}$  выделим из  $\Pi(R, R')$  быстро осциллирующую и медленно меняющуюся части (5). Воспользуемся для  $E_z^0$  хорошо известным [7] представлением в виде ряда нормальных волн, которое мы запишем в виде

$$E_z^0(r, z, z_0) = \frac{iP_0}{k\epsilon_0} \sum_n \mu_n^2 \Lambda_n H_0^{(1)}(\mu_n r) f_n(z) f(z_0), \quad (9)$$

где  $f_n(x)$  — высотные множители,  $\mu_n$  — постоянные распространения,  $\mu_n^2 \Lambda_n$  — размерные коэффициенты возбуждения отдельных нормальных волн. Необходимо отметить, что представление (9) есть точное решение регулярной волноводной задачи, применимое для всех  $r$  и  $z$ , в том числе и для  $r \rightarrow 0$ .

Оценки интегралов будем производить, учитывая малость радиуса возмущенной области в масштабах трассы распространения, так что наряду с  $r_v/r \ll 1$  должно выполняться  $kr_v^2/2r < 1$ . Будем также считать, что источник и точка наблюдения разнесены настолько, что имеет место неравенство  $|\mu_n r| \gg 1$  для всех  $n = 1, 2, \dots$

Привлекая хорошо известные [8] свойства обобщенных функций, к которым относится функция скачка  $(\delta_n(r, \varphi) - \delta_n^0)$ , моделирующая наше возмущение, и ограничиваясь в вычислениях линейными по  $(r_v/r)$  членами, можно получить

$$\begin{aligned} E_z^{(1)}(R, z_0) = E_z^0(R, z_0) + \frac{ik\epsilon_0}{P_0} (\delta_n - \delta_n^0) 2\pi \Pi^0(r, z, h) kr_v (1 + O(r_v/r)) \times \\ \times \left\{ -J_0(kr_v) \frac{\partial \Pi^0(r, h, z_0)}{\partial kr} \Big|_{r=r_v} - J_1(kr_v) \Pi^0(r_v, h, z_0) + \right. \\ \left. + \frac{iP_0}{k\epsilon_0} \sum_n \frac{k^2 \Lambda_n}{(k^2 - \mu_n^2)} f_n(h) f_n(z_0) [J_1(kr_v) H_0^{(1)}(\mu_n r_v) - \right. \\ \left. - J_0(kr_v) H_1^{(1)}(\mu_n r_v) \mu_n/k - 2i/\pi kr_v + O(r_v^2/r^2)] + \right. \\ \left. + \frac{i}{2\pi kr} \frac{\partial \Pi^0(r, h, z_0)}{\partial kr} \Big|_{r=r_v} \times \right. \\ \left. \times \frac{\Pi^0(r+r_v, z, h) (1+r_v/2r) - \Pi^0(r-r_v, z, h) (1-r_v/2r)}{\Pi^0(r, z, h)} \right\}. \quad (10) \end{aligned}$$

Символами  $J_{0,1}(x)$  и  $H_{0,1}^{(1)}(x)$  обозначены функции Бесселя и Ханкеля. В представленном выражении  $I_{\text{СК}}$  соответствует сумма первых трех членов в фигурной скобке (10), последнее слагаемое определяет  $I_{\text{вект}}$ .

\* Результаты для случая, когда неоднородность находится над приемником, можно получить, используя теорему взаимности.

Сопоставление «скалярной» и «векторной» частей решения (10) показывает, что только в случае  $kr_v < 1$ , когда главным в  $I_{СК}$  оказывается член  $J_0(kr_v) \left. \frac{\partial \Pi^0(r, h, z_0)}{\partial kr} \right|_{r=r_v}$ , можно пренебрегать  $I_{ВЕКТ}$  на фоне  $I_{СК}$ , поскольку имеет место оценка  $|I_{ВЕКТ}/I_{СК}| = O(r_v/r)$ .

Для  $kr_v > 1$   $I_{СК}$  как функция  $kr_v$  сильно осциллирует, и поэтому производить ее сопоставление с  $I_{ВЕКТ}$  необходимо в каждом конкретном случае отдельно. Эти осцилляции связаны с тем, что неоднородность, располагающаяся над источником, попадает в зону действия удаленных зон Френеля больших номеров (зоны Френеля понимаются как части эллипсов, вырезанных на плоскости  $z=h$  эллипсоидами вращения с фокусами в точках расположения источника и точки наблюдения [4]).

Обратимся к оценке компоненты электромагнитного поля  $H_z$ , возникающей за счет деполяризации поля при отражении от локальной неоднородности. В борновском приближении, используя в качестве начального шага выражение для поля регулярного волновода  $H_\varphi^0$  и интегрируя по частям в интеграле по  $S_{II}$  уравнения для  $H_z$  (3), можно получить

$$H_z^{(1)}(R, z_0) = \frac{\mu_0}{P_0^{(m)}} (\ln \delta_{II} - \ln \delta_{II}^0) \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} H_\varphi^0(r', h, z_0) \times \\ \times [\Pi_1^0(r_1(r'), \varphi_2(r')), z, h] - \Pi_1^0(r_1(r'), \varphi_1(r')), z, h] dr',$$

где  $\varphi_1(r)$  и  $\varphi_2(r)$  — функции, описывающие границы возмущенной области  $S_v$  от  $r_{\min}$  до  $r_{\max}$ . Поскольку функция Грина  $\Pi_1(R, R') = \Pi_1^0(r_1, z, h)$  зависит от  $\varphi$  и  $\varphi'$  только через посредство  $r_1 = [r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\varphi - \varphi')]^{1/2}$ , т. е. является четной функцией  $(\varphi - \varphi')$ , то при  $(\varphi_1(r) - \varphi) = (\varphi - \varphi_2(r))$ , что соответствует неоднородности, симметричной относительно линии, соединяющей источник и точку наблюдения, деполяризации поля наблюдаться не будет.

Здесь необходимо сделать небольшое отступление. Рассмотренная в работе модель подразумевает, что неоднородность верхней стенки волновода характеризуется двумя параметрами различной природы. Один —  $(\delta_{II} - \delta_{II}^0)$  — это отличие импеданса возмущенной области от импеданса регулярной части волновода, он характеризует степень изменения электрических свойств ионосферной плазмы. Второй характеризует геометрические параметры неоднородности: ее размер (площадь возмущенной области  $S_v$  в единицах  $k$ ) и положение относительно трассы распространения; он входит во все формулы неявно и учитывает пространственное взаимодействие неоднородности и исследуемых полей, которое находит свое наиболее простое объяснение на основе концепции зон Френеля [4].

В изотропном случае, оценки для которого проведены в работе, изменение импеданса  $(\delta_{II} - \delta_{II}^0)$  входит в выражение для  $E_z$  линейно как в  $I_{СК}$ , так и в  $I_{ВЕКТ}$ , именно поэтому сравнительная оценка  $|I_{ВЕКТ}/I_{СК}|$  в конечном итоге не зависит от  $(\delta_{II} - \delta_{II}^0)$ . Оценка  $H_z$ -компоненты электромагнитного поля, возникающей за счет деполяризации поля при отражении от локальной неоднородности, оказывается пропорциональной  $(\ln \delta_{II} - \ln \delta_{II}^0)$ .

Таким образом, полученные нами выводы касаются, в основном, геометрических параметров неоднородности. В пределах применимости борновского приближения решения полученных в работе уравнений (3) для неоднородностей, малых в масштабах трассы распространения ( $r_v/r \ll 1$ ,  $|kr_v^2/2r| < 1$ ), можно утверждать следующее. В том случае, когда неоднородность располагается на достаточном удалении как от источника, так и от приемника, лежит в окрестности прямой, соединяющей источник и приемник, поправка к результату, полученному

в скалярном приближении, имеет порядок  $O(1/kr_1) = O(1/kr_0)$  и ее можно не учитывать ( $kr_0 \sim kr_1(r_0, \varphi_0) \gg 1$ ,  $(\varphi - \varphi_0) \rightarrow 0$ ,  $(r_0, \varphi_0)$  — некоторая средняя точка возмущенной области). Если неоднородность смещается от линии, соединяющей источник и точку наблюдения,  $|I_{\text{вект}}|$  может расти на фоне  $|I_{\text{ск}}|$ , однако этот случай менее интересен с практической точки зрения, так как при этом  $I_{\text{ск}} \mp I_{\text{вект}}$  быстро убывает, осциллируя в окрестности нуля.

В том случае, когда неоднородность располагается непосредственно над источником (или над приемником), радиус ее удовлетворяет условию  $kr_v < 1$ , учет векторного характера задачи дает поправку к  $I_{\text{ск}}$  порядка  $O(r_v/r)$ , которой также можно пренебрегать.

Если неоднородность симметрична относительно прямой, соединяющей источник и точку наблюдения, то деполаризации поля при отражении от неоднородности не наблюдается.

Остановимся на примере, рассмотренном в работе [1], где в скалярной постановке было исследовано влияние на поле вертикального электрического диполя неоднородности, созданной путем искусственного нагрева ионосферы мощным КВ радиоизлучением [9]. По методике, подробно описанной в [1] с использованием профилей электронной концентрации и частоты соударений для невозмущенной ионосферы и ионосферы, подвергнутой нагреву КВ радиоизлучением [9], могут быть получены значения  $\delta_n^0$  и  $\delta_{\text{н}}$ , соответствующие некоторому эффективному уровню над плоскостью Земли. Так, для сигнала с частотой  $f \sim 20$  кГц, для импеданса дневной невозмущенной ионосферы [9], соответствующего первой (основной) моде регулярного волновода и отнесенного к высоте  $h = 58,9$  км, можно получить  $\delta_n^0 = 0,2968 + +0,1454i$ . Использование возмущенных профилей электронной концентрации и частоты соударений [9], отвечающих различным мощностям  $W_0$  нагревного КВ радиоизлучения с частотой  $F = 2,8$  МГц, дает для  $\delta_{\text{н}}$ , отнесенного к высоте  $h = 58,9$  км, следующие значения: для  $W_0 = 50$  МВт,  $\delta_{\text{н}} = 0,1615 + 0,1496i$ , для  $W_0 = 100$  МВт,  $\delta_{\text{н}} = 0,1339 + 0,1491i$ , для  $W_0 = 300$  МВт  $\delta_{\text{н}} = 0,0964 + 0,1539i$ . Проведенные с указанными  $\delta_n^0$  и  $\delta_{\text{н}}$  расчеты  $I_{\text{ск}}$  на трассе  $kr = 500$  при  $\delta_3 = 0$ ,  $z = z_0 = 0$ , размерах неоднородности  $0 < r_v/r \leq 0,06$ , показали (для  $W_0 = 50$  Мвт подробные результаты приведены в [1], и можно считать  $|I_{\text{ск}}/E_z^0| \sim \Delta M$  в обозначениях [1]), что в тех случаях, когда точка наблюдения не попадает в окрестности точек интерференции отдельных нормальных волн регулярного волновода,  $|I_{\text{ск}}/E_z^0|$  не превышает нескольких процентов. Поскольку, как следует из формул (7) и (10), во всех случаях, кроме отмеченных выше,  $I_{\text{ск}}$  и  $I_{\text{вект}}$  оказываются одного порядка, можно утверждать на основе решения векторной задачи, что для неоднородностей, вызванных искусственным нагревом ионосферы мощным КВ радиоизлучением [9], возмущение поля регулярного волновода будет иметь порядок нескольких процентов, т. е. новых эффектов по сравнению с уже отмеченными в скалярном приближении [1] не будет.

В тех же случаях, когда точка наблюдения оказывается в окрестности интерференционных минимумов поля регулярного волновода (что на частотах СДВ может наблюдаться как на поверхности Земли, так и при подъеме источника или приемника к плоскости  $z = h$ ) и параметры задачи, отмеченные выше, не гарантируют  $|I_{\text{вект}}| \ll |I_{\text{ск}}|$ , например не выполняется (8), расчеты необходимо производить с учетом всех членов в формулах (7) и (10).

Автор благодарит Г. И. Макарова и В. В. Кириллова за ряд важных замечаний при обсуждении работы, а также Е. Л. Тепа за проведение расчетов на ЭВМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Соловьев О. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1985, 28, № 10, с. 1236.
2. Field E. C., Joiner R. G. — Radio Sci., 1982, 17, № 3, p. 693.
3. Николаенко А. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, 27, № 10, с. 1227.

4. Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности.— М.: Наука, 1961.— 546 с
5. Пылаев А. А., Тихомиров Н. П. В кн.: Проблемы дифракции и распространения волн. Межвуз. сб — Л. Гос ун-т, 1981, вып 18, с 155.
6. Кириллов В. В. В кн.: Проблемы дифракции и распространения волн. Межвуз. сб.— Л. Гос ун-т, 1979, вып. 17, с. 57.
7. Макаров Г. И., Новиков В. В. В кн.: Проблемы дифракции и распространения волн. Межвуз. сб — Л. Гос ун-т, 1968, вып. 7, с. 19.
8. Гельфанд И. М., Шиллов Г. Е. Обобщенные функции и действия над ними: М.: Физматгиз, 1959, вып 1.— 470 с.
9. Иткина М. А., Котик Д. С., Кротова З. Н., Поляков С. В., Раппорт В. О. Препринт НИРФИ № 162 — Горький, 1983

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию 9 января 1986 г.

## ON THE APPLICATION OF SCALAR APPROACH TO THE PROBLEM OF PROPAGATION OF RADIO WAVES IN A WAVEGUIDE WITH A LOCAL INHOMOGENEITY

*O. V. Solov'ev*

The propagation of electromagnetic waves transmitted by a vertical electric dipole in a flat waveguide with a local inhomogeneity is investigated. The properties of an upper bound of the waveguide are described by the inhomogeneous surface impedance. The problem is reduced to a two-dimensional integral equations system, the solution of which is constructed by the method of successive approximation. The boundaries of application of the scalar approach to in solution of the present problem are derived.

### Аннотации депонированных статей

УДК 621.372,8

### АНАЛИЗ ВОЛНОВОДОВ С ПОПЕРЕЧНЫМ СЕЧЕНИЕМ В ВИДЕ ПРАВИЛЬНОГО ВЫПУКЛОГО МНОГОУГОЛЬНИКА

Г. И. Веселов, Н. И. Платонов

Разработан алгоритм анализа критических частот и полей квазисимметричных типов  $E$ -волн, соответствующих установке магнитных стенок в плоскостях симметрии идеального однородно заполненного экранированного волновода с поперечным сечением в виде правильного выпуклого многоугольника. При анализе используется метод частичных областей в сочетании с принципом обобщенного разделения переменных. Собственные функции представляются в виде рядов в цилиндрической системе координат с началом в центре симметрии поперечного сечения. Ряды удовлетворяют почленно уравнению Гельмгольца и граничным условиям в плоскостях симметрии системы.

Задача сводится к решению бесконечной системы линейных однородных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложений полей путем переразложения функционального равенства на стороне контура многоугольника по системе функций тригонометрического базиса

Численно и аналитически исследованы собственные значения и собственные функции. Проведено сравнение приближенных решений, полученных с использованием метода редукции, с известными точными, а также полученными методом конформных отображений. Дано обоснование использования метода. Рассмотрены способы уменьшения погрешностей расчета полей вблизи угловых точек

Статья депонирована в ВИНТИ,  
рег № 6910-В 87 Деп от 28 сентября 1987 г.