

в силу лишь тогда, когда в знаменателе все равно уже доминирует первое слагаемое $\sim x^2$. Таким образом, приходим к формуле (4). Зависимость $U(x)$ в числителе (9), (4) необходимо сохранить, так как она обеспечивает «обрезание» хвостов распределения Коши и конечность моментов приращения. Но для оценок по вероятности (не слишком больших флуктуаций) и она несущественна, так что распределение малых приращений принимает асимптотически универсальную (с точностью до масштабного фактора $U(0)$) форму, отвечающую причудливой статистике Коши (о свойствах последней см. [1]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. — М.: Мир, 1967, т. 2.
2. Кузовлев Ю. Е., Бочков Г. Н. — Изв вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 10, с. 1505.
3. Никифоров А. Ф., Уваров В. Б. Основы теории специальных функций — М.: Наука, 1974.

Донецкий физико-технический институт
АН УССР

Поступила в редакцию
17 апреля 1986 г.

УДК 621.996.671

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЯДА ЯКОБИ—БЕССЕЛЯ ПРИ ОБРАБОТКЕ ДАННЫХ ПОЛЯ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ АНТЕННЫ, ИЗМЕРЕННЫХ В УЗЛАХ КВАЗИРАДИАЛЬНОЙ РИШЕТКИ

Ю. И. Белов, А. В. Калинин, Е. Е. Калинина

Преобразование Фурье (ПФ) данных, полученных при измерениях полей антенн в их ближней зоне на плоскости, пропорционально диаграмме направленности (ДН) исследуемой антенны. Обрабатываемые массивы при больших отношениях характерных размеров антенны (например, диаметра зеркала D_A) к длине волны обычно достаточно велики: 10^3 — 10^6 комплексных чисел. Поэтому экспериментаторы предпочитают использовать эффективные алгоритмы, экономящие время вычислений, в част-

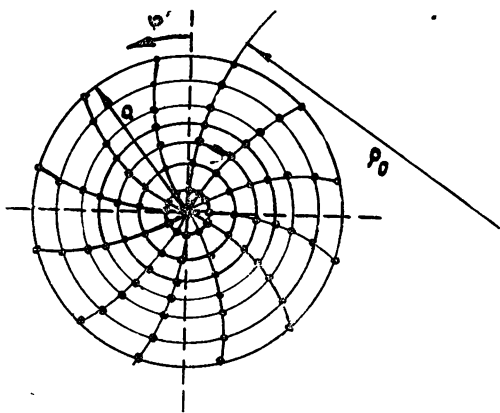


Рис. 1.

ности быстрое преобразование Фурье (БПФ). Использование БПФ требует определения исходных данных поля в ближней зоне (БП) в узлах прямоугольной решетки системы координат (x, y) на плоскости. Если же информация получена в полярной сетке координат, то естественно использование преобразования Фурье в соответствующей системе, как это сделано в [1]. На практике возможно проведение измерений БП в «квазирадиальной» решетке координат ρ, φ , показанной на рис. 1. Такая схема измерения (сканирования) данных имеет ряд технических преимуществ при ее реализации, поэтому предлагаемый ниже алгоритм ПФ направлен на использование этих преимуществ. Преобразование Фурье данных, полученных в узлах показанной

$$f(\theta, \varphi) = 2\pi \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^{M-\infty} i^n [C_{nm} \cos n\Phi + D_{nm} \sin n\Phi] \sqrt{2(n+2m+1)} \frac{J_{n+2m+1}(kaT)}{\{kaT\}}, \quad (1)$$

где

$$\Phi = \arctg \frac{\sin \theta \sin \varphi - \sin \theta_0 \sin \varphi_0}{\sin \theta \cos \varphi - \sin \theta_0 \cos \varphi_0},$$

$$T = [(\sin \theta \sin \varphi - \sin \theta_0 \sin \varphi_0)^2 + (\sin \theta \cos \varphi - \sin \theta_0 \cos \varphi_0)^2]^{1/2},$$

θ_0, φ_0 — предполагаемые значения координат максимума ДН исследуемой антенны. Коэффициенты C_{nm}, D_{nm} ряда (1), одинаковые для всех значений выходных координат θ, φ , определяются по измеренному распределению БП исследуемой антенны. Для рассматриваемой схемы сканирования, когда значения комплексных амплитуд БП E_{jl} получены в узлах с координатами (r_j, φ_l) :

$$r_j = \frac{2\rho_0}{a} \sin \tilde{\varphi}_j, \quad \tilde{\varphi}_j = \left(1 - \frac{j}{G}\right) \arcsin \frac{a}{2\rho_0}, \quad j = 0, \dots, G, \quad \varphi_l' = \frac{2\pi}{L} l - \tilde{\varphi}_j, \quad l = 0, \dots, (L-1),$$

где G и L — число окружностей и дуг в плоскости измерений (рис. 1), коэффициенты C_{nm}, D_{nm} могут быть записаны в виде

$$C_{nm} = \frac{\varepsilon_n}{2L} \sum_{j=1}^G F_m^n(r_j) r_j (r_j - r_{j+1}) (R_{nj} \exp(in\tilde{\varphi}_j) + R_{nj}^* \exp(-in\tilde{\varphi}_j)), \quad (2)$$

$$D_{nm} = -i \frac{\varepsilon_n}{2L} \sum_{j=1}^G F_m^n(r_j) r_j (r_j - r_{j+1}) (R_{nj} \exp(in\tilde{\varphi}_j) - R_{nj}^* \exp(-in\tilde{\varphi}_j)),$$

где $F_m^n(r)$ — модифицированные полиномы Якоби, связанные с полиномами Якоби $P_m^{(n, \beta)}$ следующим образом:

$$F_m^n(r) = \sqrt{2(n+2m+1)} P_m^{(n, 0)}(1-2r^2)r^n,$$

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 2, & n \neq 0 \end{cases}$$

R_{nj} и R_{nj}^* обозначают преобразование Фурье данных, полученных на кольце радиуса r_j :

$$R_{nj} = \sum_{l=0}^{L-1} E_{jl} \exp\{-2\pi i r_j \sin \theta_0 \cos(\varphi_l - \varphi_0)\} \exp(i(2\pi/L)nl), \quad (3)$$

$$R_{nj}^* \equiv R_{(L-n)j} = \sum_{l=0}^{L-1} E_{jl} \exp\{-2\pi i r_j \sin \theta_0 \cos(\varphi_l - \varphi_0)\} \exp(-i(2\pi/L)nl).$$

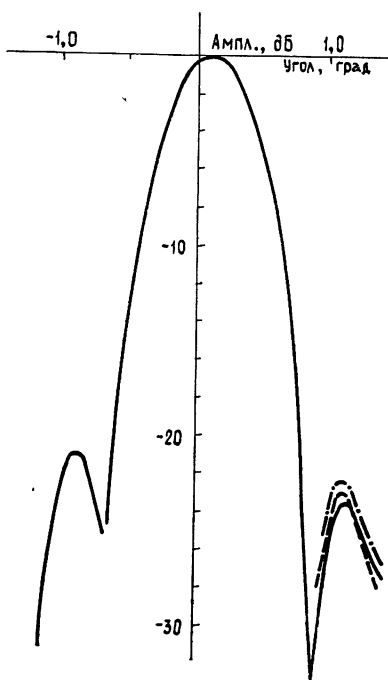


Рис. 2.

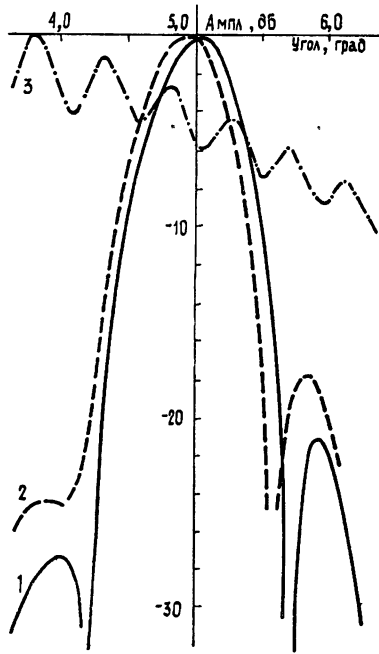


Рис. 3.

Таким образом, вычисление ПФ данных, измеренных в узлах квазирадиальной сетки с помощью данного алгоритма (модифицированного алгоритма Якоби—Бесселя), сводится к последовательному вычислению одномерного ПФ данных, измеренных на

каждом кольце, определению коэффициентов C_{nm} и D_{nm} и вычислению суммы ряда (1) при всех интересующих значениях координат θ, φ . Из соотношений (2) и (3) можно заметить (результаты модельного счета подтверждают это), что данный алгоритм наиболее эффективен при осесимметричном распределении исходных данных БП так как в этом случае лишь несколько первых коэффициентов C_{nm} отличны от нуля. В зависимости от степени осесимметрии измеряемого распределения БП изменятся и число (M, N) членов ряда (1), необходимое для правильного восстановления ДН.

Возможность коррекции фазового фронта БП для случая, когда координаты (θ_0, φ_0) главного максимума ДН известны заранее, предусмотрена в соотношении (3) с целью уменьшения числа членов ряда (1), необходимого для определения ДН антенн с лучом, отклоненным от нормали к раскрытию.

Предложенный алгоритм реализован в виде программ, написанных на языке ФОРТРАН для мини-ЭВМ ТУ-901А, и апробирован при обработке полей, измеренных на плоскости в ближней зоне зеркальной параболической антенны с размером раскрытия $D_A \sim 120$ длин волн. Исследованы возможности алгоритма для определения ДН антенны с несмещенным и с отклоненным от нормали к раскрытию лучом при различных значениях параметров обработки. На рис. 2 показано сечение ДН антенны с неотклоненным лучом ($\theta_0 = \varphi_0 = 0$), полученное при значениях $M, N = 10$ (— —) и $M, N = 5$ (— · — · —). На рис. 3 приведено сечение ДН антенны с лучом, отклоненным от нормали к раскрытию на угол $\theta = 5^\circ$, полученное при $M, N = 10$ в случае, когда координаты главного максимума известны и учтены в обработке $\theta_0 = 5^\circ, \varphi_0 = 0$ (кривая 2) и при неизвестных заранее координатах главного максимума — $\theta_0 = \varphi_0 = 0$ (кривая 3). На этих же рисунках сплошной линией (кривая 1) для сравнения показаны результаты непосредственного вычисления на ЭВМ БЭСМ-6 ПФ данных, измеренных в полярной системе координат. Представленные результаты демонстрируют возможность определения ДН с помощью модифицированного алгоритма Якоби—Бесселя при ограниченном числе членов суммируемого ряда (1) и подтверждают необходимость проведения фазовой коррекции измеренного БП для антенн с отклоненным от нормали к раскрытию лучом.

Нами проведен анализ эффективности используемого алгоритма с точки зрения экономии времени вычислений. Альтернативой рассматриваемого в данной работе алгоритма обработки является интерполяция данных из узлов квазирадиальной решетки на прямоугольную сетку с последующим выполнением двумерного БПФ (ДБПФ). При этом для уменьшения погрешности интерполяции необходимо увеличивать объем измеряемых данных БП в несколько раз (5—10 раз), что ведет к возрастанию используемого объема памяти ЭВМ и к увеличению времени обработки. Кроме того, собственно время выполнения ДБПФ может превышать время вычислений по алгоритму Якоби—Бесселя. Как известно, число операций умножения при ДБПФ определяется только объемом исходного массива данных.

Таблица 1

Объем исходного массива данных	Параметры обработки	
	$N=5$ $M=5$	$N=10$ $M=10$
64×125	48 мин	81 мин
128×63	47 мин	66 мин
32×121	30 мин	61 мин
64×43	20 мин	—

Число операций умножения в алгоритме Якоби—Бесселя зависит от объема исходного массива, от параметров M, N и от количества вычисляемых значений (точек) ДН. По нашим оценкам количество операций умножения в модифицированном алгоритме Якоби—Бесселя при вычислении сечения (100 точек) ДН и параметрах $M, N = 10$ составляет примерно от 1/2 до 1/4 числа умножений в ДБПФ при исходных массивах данных от 2^{13} до 2^{16} . В таблице приведены значения времени вычисления на ТУ-901А сечения ДН (100 точек) по модифицированному алгоритму Якоби—Бесселя при различных объемах исходных массивов данных.

Для сравнения заметим, что вычисление такого же числа выходных значений ПФ от исходного массива объемом 64×100 потребовало ~ 20 минут времени ЭВМ БЭСМ-6, быстрдействие которой примерно в 100—300 раз превышает быстрдействие ТУ-901А.

Приведенные значения реального времени вычислений подтверждают вывод, что модифицированный алгоритм Якоби—Бесселя эффективен для определения ДН антенн с осесимметричным распределением БП при больших (~ 10^4) объемах массивов исходных данных.

В заключение авторы выражают благодарность Д. Е. Емельянову за помощь при обработке данных на ЭВМ БЭСМ-6.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rahmat-Samii Y., Galindo-Israel V., Mittra R. — IEEE Trans. Anten. Propag., 1980, AP-28, № 2, p. 216.

Научно-исследовательский радиопизический институт

Поступила в редакцию 18 марта 1986 г.