## ЛИТЕРАТУРА

1. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 6, с. 762.



Харьковский государственный университет



Поступила в редакцию 5 мая 1986 г.


---


УДК 621.39667.021:533.951


# ИЗМЕНЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ И ИМПЕДАНС ПЕТЛЕВОЙ АНТЕННЫ В ПЛАЗМЕ


*С. А. Горбунов, Т. Л. Потапова*


Исследование ближней зоны и импеданса антенны в виде кругового витка, помещенной в плазму, представляет значительный интерес ввиду широкого использования таких антенн в качестве приемных и излучающих в проводимых и планируемых экспериментах.

В [1] отмечено, что магнитное поле в ближней зоне антенн такого типа, помещенных в плазму и имеющих достаточно малые размеры $a \ll \lambda/n_{эфф}$ ($a$ — размер антенны, $\lambda$ — длина волны, $n_{эфф}$ — некоторый эффективный показатель преломления), близко к создаваемому ими магнитному полю в вакууме В настоящей работе исследуется изменение магнитного поля, связанное с наличием плазмы. На основе полученных выражений определены расстояния, где магнитное поле может быть найдено в квазистатическом приближении. В рамках этого приближения вычислено изменение индуктивности антенны, обусловленное наличием плазмы.

**Изменение магнитного поля вблизи антенны.** Рассмотрим круговой виток с амплитудой тока $I$ радиуса $a$, помещенный в плазму. Предполагая зависимость всех величин от времени пропорциональной ехр $(-i\omega t)$ и представляя амплитуду магнитного поля $\boldsymbol{B}(\omega, \boldsymbol{R}) = \boldsymbol{B}_c(\boldsymbol{R}) + \boldsymbol{b}(\omega, \boldsymbol{R}), B_c \gg b$, где $\boldsymbol{B}_c$ — магнитное поле, создаваемое статическим током той же конфигурации в вакууме, для $\boldsymbol{b}$ имеем

$$\mathrm{rot}\, \boldsymbol{b} = -ik_0 \boldsymbol{E} + (4\pi/c)\, \boldsymbol{j}^{(p)}, \qquad \mathrm{div}\, \boldsymbol{b} = 0, \quad k_0 = \omega/c \tag{1}$$

Здесь $\boldsymbol{E}$ — напряженность электрического поля, $\boldsymbol{j}^{(p)}$ — связанная с ней плотность тока плазмы. Представление решения (1) в виде свертки по плоским волнам получено в [1].

Представим $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{b}^{в} + \boldsymbol{b}^{п}$, где $\boldsymbol{b}^{в,п}$ — изменения магнитного поля, связанные с вихревой и потенциальной составляющими электрического поля и соответствующими токами плазмы. Составляющая $\boldsymbol{b}^{п}$ имеет различный характер при $\varepsilon_1\varepsilon_3 > 0$ и $\varepsilon_1\varepsilon_3 < 0$ (обозначения соответствуют принятым в [1]), так как во втором случае в плазме возможны электростатические колебания. Отметим, что $\boldsymbol{b}^{в}$ содержит часть $\boldsymbol{b}_{в}$, не связанную с влиянием плазмы и входящую в магнитное поле вблизи антенны в вакууме. Эту часть можно получить из записанных далее формул, полагая $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 1$, $\varepsilon_2 = 0$. Условие $B_c \gg b_{в}$, $R \gg a$, приводящее к очевидному соотношению $R \ll k_0^{-1}$, как раз и определяет границы ближней зоны в вакууме В плазме это условие заменяется на $B_c \gg b$ и размеры ближней зоны, как показано далее, существенно уменьшаются.

Предполагая, что магнитный момент антенны направлен вдоль внешнего магнитного поля, имеем для компонент $\boldsymbol{b}^{в}$

$$b_r^{в} = i\varepsilon_1 \varepsilon_2^{-1} b_\varphi^{в}, \quad b_\varphi^{в} = -i\varepsilon_2 k_0^2\, Ic^{-1} qzr^{-1}[q^{-2}(R^2 + a^2)K(p) - E(p)],$$

$$b_z^{в} = \varepsilon_1 k_0^2\, Ic^{-1} q[E(p) - (R^2 - a^2)q^{-2}K(p)],$$

где $q^2 = (a+r)^2 + z^2$, а $p = 2(ar)^{1/2}/q$ — аргумент полных эллиптических интегралов первого и второго рода $K(p)$, $E(p)$. Ось $z$ цилиндрической системы координат $(r, \varphi, z)$, начало которой помещено в центр витка, совпадает с направлением его магнитного момента, $R = (r^2 + z^2)^{1/2}$. На оси витка ($r = 0$) и в его плоскости ($z = 0$) эти выражения существенно упрощаются [2] На расстояниях $R \gg a$ $\boldsymbol{b}^{в}$ определяется выражениями для магнитного диполя с моментом $m = \pi a^2 I/c$:

$$b_{\varphi m}^{в} = -i\varepsilon_2 k_0^2 (m/2) zrR^{-3}, \quad b_{zm}^{в} = \varepsilon_1 k_0^2\, (m/2)(z^2R^{-3} + R^{-1}). \tag{2}$$

Для компонент $\boldsymbol{b}^{п}$ имеем

$$b_r^{п} = i\varepsilon_2 b_\varphi^{п}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^{-1}, \quad b_\varphi^{п} = -ik_0^2\, Ic^{-1}\varepsilon_2\{(1-\gamma^2)^{-1}[\zeta_1(r, \hat{z}) - \zeta_1(r, z)] - z\xi_1(r, z)\},$$

$$b_z^{\text{п}} = k_0^2 I c^{-1}\varepsilon_2^2(\varepsilon_1-\varepsilon_3)^{-1}\{(1-\gamma^2)^{-1}[2\gamma^{-1}\zeta_0(r,\hat{z}) - (3-\gamma^2)\zeta_0(r,z)] - z\xi_0(r,z)\},$$

где $\gamma = (\varepsilon_1/\varepsilon_3)^{1/2}$ при $\varepsilon_1\varepsilon_3 > 0$, $\gamma = (-\varepsilon_1/\varepsilon_3)^{1/2}$ при $\varepsilon_1\varepsilon_3 < 0$, $\hat{z} = \gamma z$, а функции $\xi_{1,0}$

$$\xi_1 = (a/r)^{1/2}p^{-1}[(2-p^2)K(p) - 2E(p)],\quad \xi_0 = -zq^{-1}K(p) \pm \frac{\pi}{2}\Lambda_0(\psi,p) + \left\{\begin{matrix}0\\ \pi\end{matrix}\right\}. \quad (3)$$

Функции $\zeta_{1,0}$ определяются различными формулами в зависимости от знака $\varepsilon_1\varepsilon_3$. Так, при $\varepsilon_1\varepsilon_3 > 0$

$$\zeta_1(r,z) = zq(2r)^{-1}[E(p) - (z^2+2r^2+2a^2)q^{-2}K(p)] \mp$$
$$\mp \pi(a^2-r^2)(4r)^{-1}\Lambda_0(\psi,p) + (a\pi/2)(a/r)^{\pm 1},$$
$$\zeta_0(r,z) = qE(p) + (a^2-r^2)q^{-1}K(p) \mp \pi z\Lambda_0(\psi,p)/2 - \left\{\begin{matrix}0\\ \pi z\end{matrix}\right\},$$

где верхние знаки и члены в фигурных скобках, так же, как и в (3), соответствуют $r > a$, а нижние — $r<a$, $\Lambda_0(\psi,p)$ — лямбда-функция Хеймана [3]. При $\varepsilon_1\varepsilon_3<0$

$$\zeta_{1,0}(r,iz) = \pi a\int_0^\infty x^{-1}J_1(ax)J_{1,0}(r,x)\exp(ixz)dx$$

могут быть выражены через гипергеометрические функции [3] При $r=0$, $z=0$ $b^{\text{п}}$ выражается через элементарные функции [2]. При $|\hat{z}^2 + r^2| \gg a$ справедливо приближение магнитного диполя, которое для краткости мы приведем лишь при $\varepsilon_1\varepsilon_3 > 0$.

$$b_{\varphi m}^{\text{п}} = -ik_0^2(m/2)\,\varepsilon_2\{(1-\gamma^2)^{-1}[2zr^{-1}R^{-1} - 2\hat{z}r^{-1}(\hat{z}^2+r^2)^{-1/2}] - zrR^{-3}\},$$
$$b_{zm}^{\text{п}} = k_0^2(m/2)\varepsilon_2^2(\varepsilon_1-\varepsilon_3)^{-1}\{(1-\gamma^2)^{-1}[2\gamma^{-1}(\hat{z}^2+r^2)^{-1/2} - \quad (4)$$
$$-(3-\gamma^2)R^{-1}] - z^2R^{-3}\}.$$

**Размеры ближней зоны** исследуем для свистового диапазона частот, в котором выполняется соотношение $|\varepsilon_1| \ll |\varepsilon_2| \ll |\varepsilon_3|$. Сравнивая (2), (4) с полем магнитного диполя $B_c = m(3z^2+R^2)^{1/2}/R^4$, получим при $r^2/z^2 \gg |\varepsilon_1/\varepsilon_3|$, т. е. практически для всех направлений, за исключением узкой области углов вблизи направления внешнего магнитного поля $B_0$, соотношение $R \ll k_0^{-1}\min(|\varepsilon_2|^{-1/2}\ |\varepsilon_1\varepsilon_3|^{1/4}/|\varepsilon_2|)$. Следовательно, расстояния, где возможно приближение ближней зоны в плазме, существенно уменьшаются по сравнению с вакуумом. Для определения размеров ближней зоны в направлениях, близких к направлению $B_0$, следует воспользоваться выражениями, описывающими $b$ на оси витка [2].

**Изменение импеданса петлевой антенны в плазме** определим, вычисляя изменение амплитуды электродвижущей силы ввиду отличия магнитного потока через контур от имевшего бы место в вакууме

$$\hat{\varepsilon} = 2\pi\int_0^a [b_z(r,0) - b_{\text{в}\,z}(r,0)]\,r\,dr = (i(\omega/c^2)\hat{L} - \hat{R})I.$$

Величины $\hat{L}$ и $\hat{R}$ представляют собой изменение индуктивности антенны из-за наличия плазмы и сопротивление излучения, связанное с возбуждением плазменного резонанса. Имеем при $\varepsilon_1\varepsilon_3 < 0$

$$\hat{R}_- = (16\pi/3c)a^3k_0^3\,\varepsilon_2^2|\gamma|^{-1}(\varepsilon_1-\varepsilon_3)^{-1},$$
$$\hat{L}_- = (8\pi/3)\,a^3k_0^2[\varepsilon_1^{-1} - \varepsilon_2^2(\varepsilon_1-\varepsilon_3)^{-1}(3+\gamma^2)(1+\gamma^2)^{-1}].$$

При $\varepsilon_1\varepsilon_3 > 0$ получим $\hat{R}_+ = 0$, $\hat{L}_+ = \hat{L}_- + (c/k_0)\hat{R}_-$. Результаты расчетов $\hat{L}_\pm$ по этим формулам совпадают с результатами, приведенными для антенн такого типа в [4], а выражение для $\hat{R}_-$ — с результатами работ [1,5], полученными методом интегрирования нормальной составляющей вектора Пойнтинга по замкнутой поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чугунов Ю. В. — Радиотехника и электроника, 1973, 6, № 6, с 1111.
2. Горбунов С. А., Потапова Т. Л. Препринт ИЗМИРАН № 70(603). Троицк, 1985.

3. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. Н. Интегралы и ряды. Специальные функции. — М.: Наука, 1983.
4. Wang T N. C, Bell T. F. — IEEE Trans., 1972, **AP-20**, № 1, p. 394.
5. Bell T. F., Wang T. N. C. — IEEE Trans., 1971, **AP-19**, № 4, p. 517.

Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн АН СССР

Поступила в редакцию 20 января 1986 г.

---

УДК 621 3.032.266

# О ВОЗМОЖНОСТИ ШИРОКОПОЛОСНОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ВОЛН ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

*Н. Я. Коцаренко, А. А. Силивра*

Использование сильноточных релятивистских электронных пучков позволило достичь значительного прогресса в получении мощного электромагнитного излучения в коротковолновой части СВЧ диапазона. В то же время продвижение в область более коротких длин волн в ряде случаев сдерживается трудностями в осуществлении группировки электронных пучков.

Ниже показано, что в электронном пучке при наличии электромагнитной волны накачки определенной частоты может иметь место не обсуждавшаяся ранее параметрическая неустойчивость волн пространственного заряда, приводящая к эффективной модуляции электронного пучка по плотности в широкой области частот, в том числе и значительно превышающих частоту накачки. Рассматриваемый процесс является, в сущности, одним из вариантов трехволновых процессов в электронных пучках. Из условий параметрической связи волн

$$\omega_1 - \omega_2 = \omega_3\,, \quad k_1 - k_2 = k_3 \tag{1}$$

с учетом законов дисперсии $k_s(\omega_s)$ можно получить соотношение между частотами взаимодействующих волн. Обычно в теории лазеров на свободных электронах интересуются взаимодействием двух электромагнитных волн ($\omega_1$ и $\omega_3$) с пучковой волной — медленной волной пространственного заряда $\omega_2$ [1, 2] или медленной циклотронной волной [3]. При этом в релятивистском электронном пучке $\omega_1 \leqslant \omega_3(1+\beta)/(1-\beta)$ ($\beta = v_0/c$; $v_0$ — скорость электронного пучка) Анализ таких трехволновых процессов с учетом наличия волновода приводит к появлению целого спектра частот генерируемых волн $\omega_1$, которые вследствие модовой структуры волн в волноводе находятся в синхронизме с данной волной накачки и пучковой волной [1—3].

Если же в качестве высокочастотных волн $\omega_1$ и $\omega_2$ выбрать соответственно быструю и медленную волны пространственного заряда

$$\omega_{1,2} - k_{1,2}\, v_0 = \pm\, \omega_b/\gamma^{3/2} \tag{2}$$

($\gamma = (1-v_0^2/c^2)^{-1/2}$ — релятивистский фактор), то условия синхронизма (1) могут выполняться при произвольных частотах $\omega_{1,2}$, если частота и постоянная распространения волны накачки удовлетворяют условию

$$\omega_3 - k_3 v_0 = 2\omega_b/\gamma^{3/2}\,. \tag{3}$$

Причиной отсутствия ограничения на частоты $\omega_1$ и $\omega_2$ является то, что в линейном приближении дисперсионные зависимости взаимодействующих пучковых волн являются прямыми линиями, и, таким образом, при их параметрическом совмещении получается не точка, а полоса синхронизма, ограниченная со стороны высоких частот только пределами применимости исходных уравнений (так, используемая ниже модель холодного электронного пучка требует выполнения неравенства $\omega_1 v_T/v_0 \ll \omega_b/\gamma^{3/2}$, где $v_T$ — тепловая скорость электронов пучка). Заметим, что, поскольку речь идет о незамагниченном электронном пучке, существующие в нем волны пространственного заряда имеют коэффициент редукции плазменной частоты, равный единице [4] Существенно также, что рассмотренный процесс взаимодействия двух волн пространственного заряда с электромагнитной волной возможен лишь в радиально ограниченных волноведущих системах, где все волны имеют продольную компоненту электрического поля и могут быть связаны в квадратичном по амплитудам приближении.

Необходимо однако убедиться, что связь между волнами пространственного заряда в поле электромагнитной волны накачки является активной, т. е имеет место их неустойчивость. Для этого рассматривался скомпенсированный по заряду и току релятивистский электронный пучок плотности $\rho_0$, движущийся со скоростью $v_0$ в круглом волноводе радиуса $R$. Исходными являются уравнения Максвелла и релятивист-