

УДК 537.868.4/876.23

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ СРЕДЫ, СОДЕРЖАЩЕЙ ДВУХСЛОЙНЫЕ СФЕРИЧЕСКИЕ ВКЛЮЧЕНИЯ

Е. А. Галстьян, А. А. Раваев

Приведено строгое решение задачи о распространении плоских электромагнитных волн в полупространстве, содержащем двухслойные сферические частицы, расположенные в узлах кубической решетки. Получены аналитические выражения, по которым проведен численный расчет эффективных комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей такой среды для конкретных материалов.

Матричные дисперсные материалы, представляющие собой диэлектрик с распределенными по объему проводящими, ферромагнитными, полупроводниковыми либо инородными диэлектрическими частицами, находят широкое применение в самых различных областях науки и техники. При этом часто возникает необходимость в знании макроскопических электродинамических параметров таких материалов. Вместе с тем, экспериментальное исследование многокомпонентных материалов в широком диапазоне частот очень трудоемко. Более того, до настоящего времени не существует надежного и простого способа измерения электродинамических параметров материалов с высокой диэлектрической проницаемостью, большим коэффициентом поглощения, а также бикомплексных материалов (т. е. обладающих одновременно комплексными диэлектрической и магнитной проницаемостями) [1]. Этим объясняется большое количество публикаций, посвященных теоретическому исследованию неоднородных материалов (см., например, обзор в [2]). Однако большинство этих работ носит ограниченный полуэмпирический характер. Впервые строго (в дипольном приближении) задачу о распространении волн в матричной среде (ϵ_1, μ_1) со сферическими частицами наполнителя (ϵ_2, μ_2), расположенными в узлах кубической решетки, решил Левин [3]. Его результаты относятся к двухкомпонентной среде, в которой включения однородны по объему, однако даже однородные в исходном состоянии компоненты во время технологического процесса могут подвергаться окислению, легированию и т. д., что необходимо, по возможности, учесть в расчетной модели среды. Эти же явления затрудняют интерпретацию результатов экспериментальных работ, посвященных изучению оптических свойств дисперсных сред, магнитных свойств малых частиц [2]. Самый простой способ учета неоднородности включений — это замена однородных сферических частиц двухслойными.

Рассмотрим пространство (рис. 1), целиком заполненное средой с параметрами ϵ_1, μ_1 . В полупространство $z > 0$ введены образующие кубическую решетку с периодом s двухслойные сферические частицы: внутренний шарик радиуса b состоит из вещества с параметрами ϵ_3, μ_3 , шаровой слой характеризуется параметрами ϵ_2, μ_2 , внешний радиус слоя (частицы) равен a . Плоская электромагнитная волна единичной амплитуды, поляризованная параллельно оси x , падает слева. Поле этой волны описывается выражениями

$$E_x = e^{-ik_1 z}, \quad H_y = \frac{1}{W_1} e^{-ik_1 z}, \quad (1)$$

где $k_1 = \omega(\epsilon_1 \mu_1)^{1/2}$ — волновое число, $W_1 = (\mu_1/\epsilon_1)^{1/2}$ — волновое сопротивление среды, ω — круговая частота.

В макроскопическом приближении среда, заполненная частицами ($z > 0$), характеризуется параметрами ϵ и μ , т. е. фактически делается предположение, что структура отраженной волны соответствует структуре плоской волны, а в среде с частицами, где структура поля весьма сложна, существует преимущественное направление распространения вдоль оси z , причем полное поле при $z > 0$ пропорционально e^{-ikz} , где $k = \omega(\epsilon \mu)^{1/2}$.

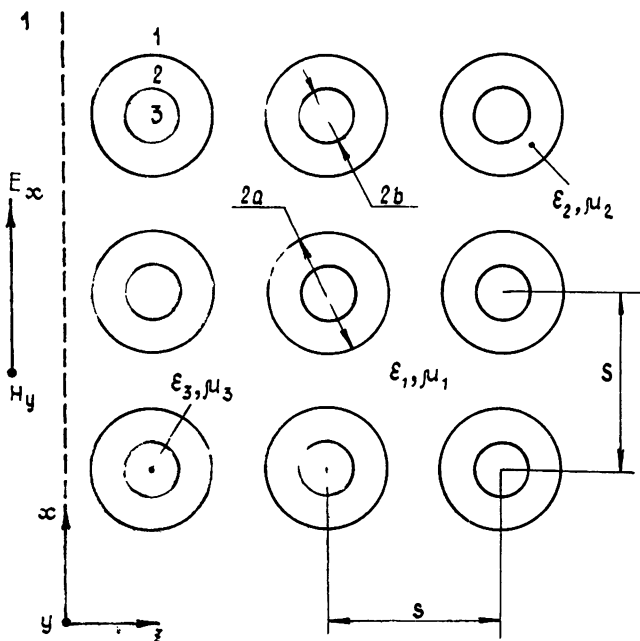


Рис. 1. Двухслойные сферические частицы в кубической решетке.

Рассмотрим поле в окрестности частицы, расположенной в точке с координатами (x_0, y_0, z_0) . На частицу воздействует падающая волна (1) и рассеянная волна, являющаяся суперпозицией полей, переотраженных остальными частицами. Обозначим компоненты этого полного поля через $E_x(z_0) \equiv E(z_0)$ и $H_y(z_0) \equiv H(z_0)$. Они являются функцией только координаты z_0 , так как все частицы, расположенные в плоскости $z=z_0$, возбуждаются одинаковым образом. Влияние данной частицы можно учесть, рассматривая рассеяние волны с компонентами $E(z_0)$ и $H(z_0)$ сферой, находящейся в среде с параметрами ϵ_1, μ_1 . При этом ограничимся дипольным приближением, введя ограничение $|k_1 a| \ll 1$, что позволяет, как показано в [3], «развязать» граничные условия для электрических и магнитных полей.

Поле в среде «1» (рис. 1) связано с электрическим и магнитным векторами Герца выражениями

$$E = (\text{grad div} + k_1^2) \Pi - i\omega\mu_1 \text{rot } \Psi, \quad (2)$$

$$H = (\text{grad div} + k_1^2) \Psi + i\omega\epsilon_1 \text{rot } \Pi.$$

Вектор Π ориентирован параллельно оси x , а Ψ — оси y . Оба вектора пропорциональны $e^{-ik_1 r}/r$, где r — расстояние между центром рассматриваемой частицы (x_0, y_0, z_0) и точкой наблюдения (x, y, z) . Тогда согласно (2) переизлученное поле имеет вид

$$E_x = \left\{ A \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_1^2 \right) + i\omega\mu_1 B \frac{\partial}{\partial z} \right\} \frac{e^{-ik_1 r}}{r}, \quad (3)$$

$$H_y = \left\{ B \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_1^2 \right) + i\omega\varepsilon_1 A \frac{\partial}{\partial z} \right\} \frac{e^{-ik_1 r}}{r}.$$

Константы A и B находятся из граничных условий непрерывности касательных составляющих полных полей и нормальных составляющих индукций на поверхностях сфер $r=a$ и $r=b$. В сферической системе координат поля $\vec{E}(z_0)$ и $\vec{H}(z_0)$ представим в виде

$$\begin{aligned} E_r &= E(z_0) \cos \varphi \sin \theta, & H_r &= H(z_0) \sin \varphi \sin \theta, \\ E_\theta &= E(z_0) \cos \varphi \cos \theta, & H_\theta &= H(z_0) \sin \varphi \cos \theta, \\ E_\varphi &= -E(z_0) \sin \varphi, & H_\varphi &= H(z_0) \cos \varphi. \end{aligned} \quad (4)$$

Разложив аналогичным образом Π и Ψ , из (2) можно определить электрическое и магнитное поля, пренебрегая вкладом вектора Ψ в \vec{E} и вектора Π в \vec{H} . Внутри сферы поля также описываются двумя векторами Герца и выражениями, подобными (3). В шаровом слое все поля будут производными от функции с неизвестными амплитудами

$$A_1 \frac{\cos k_2 r}{r} + A_2 \frac{\sin k_2 r}{r}, \quad b < r \leq a,$$

а во внутренней сфере—

$$A_3 \frac{\sin k_3 r}{r}, \quad r \leq b,$$

с соответствующими угловыми функциями, совпадающими с угловыми зависимостями в (4). Вычисляя все поля и удовлетворяя при $r=a$, $r=b$ граничным условиям непрерывности касательных составляющих полей и нормальных составляющих индукции, приходим к двум системам алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитуд A , A_1 , A_2 , A_3 и B , B_1 , B_2 , B_3 . Двухслойность сферы сильно усложняет окончательный вид выражений для коэффициентов A и B , необходимых для дальнейшего решения задачи:

$$A = a^3 \frac{\varepsilon_p - \varepsilon_1}{\varepsilon_p + 2\varepsilon_1} E(z_0), \quad B = a^3 \frac{\mu_p - \mu_1}{\mu_p + 2\mu_1} H(z_0), \quad (5)$$

$$\varepsilon_p = - \frac{2\varepsilon_2(\varepsilon_3 G_1 + \varepsilon_2 G_2)}{\varepsilon_2 G_3 + \varepsilon_3 G_4}, \quad \mu_p = - \frac{2\mu_2(\mu_3 G_1 + \mu_2 G_2)}{\mu_2 G_3 + \mu_3 G_4},$$

где

$$G_1 = F(\xi_3) [(\xi_2^2 - \xi_1 \xi_2 - 1) \sin \delta - (\xi_1 \xi_2^2 - \xi_1 + \xi_2) \cos \delta],$$

$$G_2 = \delta \cos \delta - (1 + \xi_1 \xi_2) \sin \delta,$$

$$G_3 = (\xi_1^2 - \xi_1 \xi_2 - 1) \sin \delta + (\xi_2 \xi_1^2 - \xi_2 + \xi_1) \cos \delta,$$

$$G_4 = F(\xi_3) [\delta (1 + \xi_1 \xi_2) \cos \delta - (\xi_1^2 \xi_2^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2 + \xi_1 + \xi_2 + 1) \sin \delta],$$

$$F(\xi_3) = \frac{\sin \xi_3 - \xi_3 \cos \xi_3}{(\xi_3^2 - 1) \sin \xi_3 + \xi_3 \cos \xi_3}, \quad \delta = (a-b)k_2,$$

$$\xi_1 = k_2 a, \quad \xi_2 = k_2 b, \quad \xi_3 = k_3 b.$$

Функция Левина $F(\xi_3)$ [3] характеризует глубину проникновения поля во внутреннюю сферу частицы. Дальнейший вывод уравнений полностью совпадает с выводом, проведенным в работе [3]. Окончательные выражения для расчета эффективных объемных электродинамических параметров среды с двухслойными сферическими частицами по

форме совпадают с приведенными в [4] выражениями для однородных частиц

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \left(\frac{1+2vL}{1-vL} \right), \quad \mu = \mu_1 \left(\frac{1+2vM}{1-vM} \right), \quad (6)$$

где v — объемный коэффициент заполнения, а

$$L = \frac{\varepsilon_p - \varepsilon_1}{\varepsilon_p + 2\varepsilon_1}, \quad M = \frac{\mu_p - \mu_1}{\mu_p + 2\mu_1}.$$

Однако значения ε_p и μ_p теперь другие, см. (5). Легко убедиться, что при $b \rightarrow a$ выражения (5) в точности переходят в выражения для среды с однородными частицами [3]. Заметим, что (6) можно получить, используя выражение для поляризуемости уединенной двухслойной сферы в электростатическом поле, выведенное в [5], однако это совпадение справедливо только по форме.

Перейдем к изложению результатов численных расчетов поглощающих свойств ряда матричных трехфазных материалов по формулам (5), (6). Расчеты выполнены для материалов, в которых в качестве наполнителя служат сферические двухслойные (плакированные) частицы с оболочкой из титана с проводимостью $\sigma = 2,38 \cdot 10^6$ 1/Ом·м. При этом рассматривались лишь полые микросферы с $\varepsilon_3 = \mu_3 = 1$, так как анализ результатов показал, что эффективные параметры рассматриваемых материалов в практически интересных случаях очень слабо зависят от материала ядра частицы в пределах $|\varepsilon_3| = 1 \div 20$. В качестве связующего (диэлектрической матрицы) выбран тефлон (парафин) с $\varepsilon_1' = 2,2$, $\text{tg } \delta_\varepsilon = 10^{-3}$.

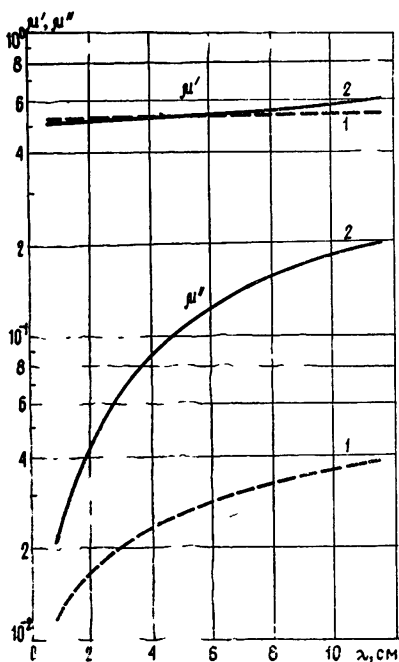


Рис. 2.

Рис. 2. Графики зависимостей $\mu(\lambda)$ для сферических частиц на основе Ti при $v=0,4$, $a=100$ мкм:

1 — однородные частицы, 2 — двухслойные частицы, толщина слоя $\Delta=1$ мкм.

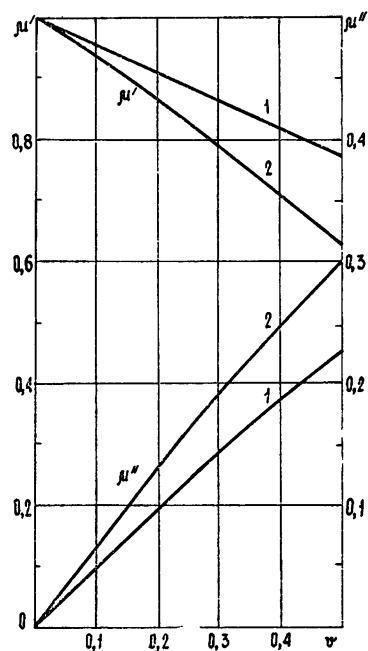


Рис. 3.

Рис. 3. Зависимости $\mu(v)$ при $\lambda=6$ ГГц:

1 — однородные частицы, $a=10$ мкм, 2 — двухслойные частицы, $a=100$ мкм, $\Delta=0,3$ мкм.

На рис. 2 приведены частотные зависимости эффективной магнитной проницаемости $\mu = \mu' - i\mu''$ указанного материала в сантиметро-

вом диапазоне длин волн, внешний радиус включений — $a=100$ мкм. Видно, что коэффициент поглощения μ'' материалов с двухслойными частицами в длинноволновой области спектра почти на порядок превышает коэффициент μ'' материала с однородными включениями того же размера. При этом действительные части проницаемостей во всем диапазоне практически совпадают.

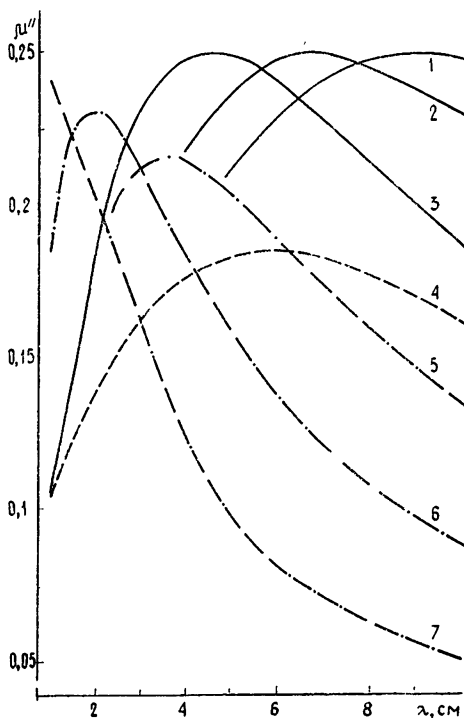


Рис. 4.

Рис. 4. Графики зависимостей $\mu''(\lambda)$ для двухслойных частиц при различных толщинах внешнего металлического слоя:

а) $a=100$ мкм: 1 — $\Delta=0,4$ мкм, 2 — $\Delta=0,3$ мкм, 3 — $\Delta=0,2$ мкм;

б) $a=10$ мкм: 4 — однородные частицы, $\Delta=a$, 5 — $\Delta=2$ мкм, 6 — $\Delta=1$ мкм, 7 — $\Delta=0,5$ мкм.

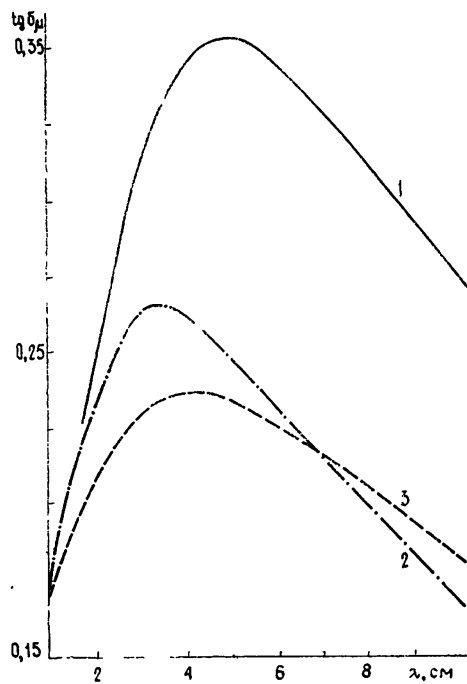


Рис. 5.

Рис. 5. Зависимости $\text{tg } \delta_{\mu}$ от длины волны λ :

1 — $a=100$ мкм, $\Delta=0,3$ мкм, 2 — $a=10$ мкм, $\Delta=3$ мкм, 3 — $a=10$ мкм, однородные частицы.

Более мелкодисперсные среды также обладают аналогичными свойствами. На рис. 3 приведены зависимости μ для однородных порошков с $a=10$ мкм, имеющих максимум поглощения на длине волны $\lambda \approx 6$ см в сравнении с проницаемостью трехфазных материалов при $a=100$ мкм, у которых максимум поглощения на той же частоте наблюдается при толщине металлического слоя частиц $\Delta \approx 0,3$ мкм (рис. 4). На рис. 4 представлены также зависимости $\mu''(\lambda)$ и для двухслойных частиц радиуса $a=10$ мкм при различных значениях Δ . Видно, что для любого, не слишком малого размера a существует такая толщина Δ , что в некотором диапазоне частот поглощающие свойства трехфазных систем превышают аналогичные свойства двухфазных с однородными частицами. Максимальный угол магнитных потерь у материалов с металлическими однородными включениями на заданной частоте достигается при условии соизмеримости размеров частиц с величиной скин-слоя в веществе частицы. В материалах с двухслойными включениями размеры последних, с точки зрения магнитных потерь, могут быть фактически любыми (не менее размеров однородных частиц при равных условиях), при этом меняется лишь оптимальная толщина внешнего металлического слоя. В рассматриваемом случае (рис. 5) максимально возможное значение $\text{tg } \delta_{\mu}$ у материалов с полы-

ми металлическими включениями при $a=20\div 200$ мкм в 1,5 раза больше, чем у материалов с однородными включениями.

Расчеты показывают, что диэлектрическая проницаемость обоих типов материалов совпадает при одинаковых объемных коэффициентах заполнения и размерах частиц и не зависит от материала и размеров ядра двухслойной частицы. Лишь незначительно возрастают диэлектрические потери, при этом сохраняется соотношение $\text{tg } \delta_e \ll \text{tg } \delta_m$.

Таким образом, применение в композиционных материалах двухслойных металлических частиц с диэлектрическим ядром, в том числе полых, может дать значительный выигрыш в поглощающих свойствах, а также в экономии металла. Одновременно, при соответствующем подборе соотношения размеров ядра и внешнего слоя частиц, можно получить материалы с весьма низкими потерями, что может быть использовано при разработке «искусственных» диэлектриков, применяемых при изготовлении СВЧ линз с высокими коэффициентами преломления.

Определенный интерес представляют также материалы, у которых ядро частицы наполнителя металлическое, а «рубашка» — диэлектрик, например, окисел того же металла. Окисление частиц при заданном коэффициенте заполнения приводит к уменьшению эффективной диэлектрической проницаемости материала, а магнитные потери, как и в случае однородных частиц, зависят от размера и не зависят от диэлектрической проницаемости внешнего шарового слоя. Следовательно, целенаправленное окисление частиц, например, плазменно-химическим методом [6], позволит, видимо, получать материалы с контролируемыми поглощающими свойствами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Методы и средства измерений электромагнитных характеристик материалов на ВЧ и СВЧ Тезисы V Всесоюзной конференции. — Новосибирск, 1983
2. Петров Ю. И. Физика малых частиц. — М.: Наука, 1982. — 360 с.
3. Lewin L. — J. IEE, 1947, part III, 94, № 27, p. 65.
4. Левин Л. Теория волноводов — М.: Радио и связь, 1981 — 312 с.
5. Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами — М.: ИЛ, 1961.
6. Ковнеристый Ю. К., Петруничев В. Р., Лазарева И. Ю., Раваев А. А. и др. Тезисы докладов IV Всесоюзного совещания Плазменные процессы металлургии и технологии неорганических материалов. — М.: ИМЕТ, 1983, с. 86.

Московский радиотехнический институт
АН СССР

Поступила в редакцию
2 декабря 1985 г.

ELECTRODYNAMIC PARAMETERS OF MEDIUM IMPREGNATED BY TWO-LAYER SPHERULES

E. A. Galst'yan, A. A. Ravaev

This paper presents an exact solution of the plane wave propagation problem in semi-infinite space including a cubic lattice of two-layer spherules. The effective complex dielectric/magnetic permeability is received analytically. There are some numerical results for real materials.