

УДК 621.385.6

К ТЕОРИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ МЦР, РАБОТАЮЩИХ В РЕЖИМЕ СИНХРОННОГО АДИАБАТИЧЕСКОГО ТОРМОЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ

H. С. Гинзбург

Построена приближенная нелинейная теория релятивистских гиротронов с переменным магнитным полем. Предполагается, что для одного электрона, находящегося в тормозящей фазе ВЧ поля, условие циклотронного резонанса выполнено тождественно на всей длине пространства взаимодействия. Другие электроны захватываются волной и, совершая малые колебания, тормозятся вместе с резонансным электроном. В рамках метода адиабатических инвариантов найдено продольное распределение амплитуды ВЧ поля, обеспечивающее отсутствие выхода электронов из режима захвата.

1. Одним из перспективных методов повышения кпд приборов СВЧ является использование режима синхронного адиабатического торможения электронного пучка электромагнитной волной. В подобном режиме значительная доля электронов уже на входе в пространство взаимодействия захватывается электромагнитной волной, а затем параметры электродинамической или электрооптической систем плавно варьируются с таким расчетом, чтобы электроны находились в тормозящей фазе волны в среднем несколько дольше, чем в ускоряющей, и за много периодов колебаний в потенциальной ловушке передали значительную долю своей энергии захватившей их волне.

В настоящий момент режим адиабатического торможения наиболее подробно рассмотрен для приборов с продольной группировкой электронов: черенковских ЛБВ, убитронов, скатронов (см., например, [1–6])* . Определенный интерес представляет исследование возможности реализации такого режима в приборах с поперечной группировкой, к числу которых относятся мазеры на циклотронном резонансе [8]. Использование режима адиабатического торможения привлекательно в тех случаях, когда в приборах с однородным магнитным полем высокий кпд недостижим. В частности, такая ситуация имеет место в релятивистских гиротронах [9, 10]. Как известно, в гиротронах винтовой электронный пучок взаимодействует с электромагнитными волнами, распространяющимися почти поперек магнитного поля $H=H_0 z$, и при работе на основном циклотронном резонансе условие синхронизма имеет вид

$$\omega \approx \omega_H, \quad (1)$$

где $\omega_H = eH/mc\gamma$ — гирочастота, γ — релятивистский масс-фактор. В релятивистской области энергий электронов уже небольшое изменение энергии электрона сильно изменяет гирочастоту и при $H=\text{const}$ приводит к выходу электрона из резонанса с волной**. Очевидно, для поддержания резонанса следует варьировать величину продольного магнитного поля [9].

* В режиме адиабатического торможения перечисленные приборы по существу представляют собой обращенный вариант линейных ускорителей [7].

** Кпд релятивистских гиротронов с однородным магнитным полем пропорционален ширине полосы циклотронного резонанса: $\eta \sim N^{-1} \ll 1$, где $N = \omega_H T / 2\pi$ — число циклотронных вращений, совершаемых электроном за время взаимодействия с волной T [9].

В данной статье рассмотрена работа релятивистского гиротрона в предположении, что для одного электрона условие резонанса (1) выполнено тождественно на всей длине пространства взаимодействия. При достаточно плавном законе изменения напряженности магнитного поля автоматически произойдет захват значительной доли частиц пучка волной и может быть реализован режим адиабатического торможения. Отметим, что описание режима адиабатического торможения может быть проведено без использования численного моделирования движения электронов, поскольку задача сводится к анализу движения одного резонансного электрона и последующему исследованию с помощью метода адиабатических инвариантов малых колебаний захваченных электронов.

2. Рассмотрим простейшую модель гиротрона, предполагая, что винтовой электронный пучок, движущийся в слабонеоднородном магнитном поле

$$H = H(z) z_0 - \frac{r}{2} \frac{dH}{dz} r_0 \quad (2)$$

(z, r — полярные координаты), взаимодействует с циркулярно-поляризованной ТЕМ-волной

$$E_+ = E_x + iE_y = -A(z) e^{i\omega t}, \quad (3)$$

распространяющейся в среде с показателем преломления $n \rightarrow 0$. Усредненные уравнения движения электронов в полях (2), (3) могут быть представлены в виде (ср. с [11, 12])

$$\begin{aligned} \frac{dp_+}{dz} &= \frac{e}{v_z} Ae^{i\varphi} + \frac{p_+}{2H} \frac{dH}{dz}, \quad \frac{dp_z}{dz} = -\frac{|p_+|^2}{2p_z H} \frac{dH}{dz}, \\ \frac{d\mathcal{E}}{dz} &= e \operatorname{Re} \left(\frac{p_+^*}{p_z} Ae^{i\varphi} \right), \quad \frac{d\varphi}{dz} = \frac{\omega}{v_z} - \frac{eH}{cp_z}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $p_+ = p_x + ip_y$, $p_{x,y,z} = mv_{x,y,z}$ — декартовы компоненты импульса электрона, $\mathcal{E} = mc^2\gamma$ — энергия электрона, $\varphi = \omega t - \int_0^t \Phi_H dt$. Далее удобно представить поперечный импульс электрона в виде $p_\perp = ip_\perp e^{i\chi}$, где p_\perp , χ — действительные величины, и перейти к безразмерным переменным и параметрам

$$p'_{\perp,z} = \frac{p_{\perp,z}}{mc^2}, \quad a = \frac{eA}{mc\omega}, \quad h = \frac{eH}{mc\omega}, \quad Z = \frac{\omega}{c} z, \quad \beta_z = \frac{v_z}{c}.$$

В результате уравнения движения могут быть приведены к форме (штрихи опускаем)

$$\frac{dp_\perp}{dZ} = -\frac{a}{\beta_z} \sin \theta + \frac{p_\perp}{2h} \frac{dh}{dZ}; \quad (5)$$

$$\frac{d\chi}{dZ} = -\frac{ap_\perp}{p_z} \sin \theta; \quad (6)$$

$$\frac{d\theta}{dZ} = -\frac{1}{\beta_z} + \frac{h}{\tau\beta_z} - \frac{a}{p_\perp \beta_z} \cos \theta, \quad (7)$$

где $\theta = \chi - \varphi$, а уравнение для продольного импульса заменено очевидным соотношением

$$p_z = \sqrt{\gamma^2 - 1 - p_\perp^2}. \quad (8)$$

3. Рассмотрим сначала движение резонансного электрона (индекс R), для которого $d\theta_R/dZ \equiv 0$. Соответственно напряженность магнитного поля подбирается таким образом, чтобы на всей длине рабочего пространства выполнялось

$$1 - \frac{h}{\gamma_R} + \frac{a}{p_{\perp R}} \cos \theta_R = 0. \quad (9)$$

Из (5), (6) вытекает следующее уравнение, связывающее изменения поперечного импульса электрона его энергии и напряженности магнитного поля:

$$\frac{dp_{\perp R}^2}{dZ} = \frac{d\gamma_R^2}{dZ} + \frac{p_{\perp R}^2}{h} - \frac{dh}{dZ}. \quad (10)$$

Подставим теперь в (9) соотношение (10), в котором, считая амплитуду волны достаточно малой ($a \ll 1$), пренебрежем последним слагаемым, полагая тем самым $h \approx \gamma_R$. В результате приходим к интегралу (ср. с [13])

$$p_{\perp R}^2/\gamma_R - 2\gamma_R = p_{\perp 0}^2/\gamma_0 - 2\gamma_0. \quad (11)$$

Индексом «0» здесь и далее указываются начальные значения величин. Согласно (11) процесс торможения резонансного электрона сопровождается уменьшением его поперечного импульса. Торможение прекращается: $\gamma_R^k = \gamma_0(1 - \beta_{\perp 0}^2/2)$, когда поперечный импульс электрона обращается в нуль. При этом относительная потеря энергии резонансного электрона составит

$$\eta_{lim} = \frac{\gamma_0 - \gamma_R^k}{\gamma_0 - 1} = \frac{\beta_{\perp 0}^2}{2(1 - \gamma_0^{-1})}, \quad (12)$$

где $\beta_{\perp} = v_{\perp}/c$. Это выражение полностью идентично с выражением, определяющим из законов сохранения энергии и импульса предельные потери энергии электронов в релятивистских гиротронах с однородным магнитным полем [9].

Формулы (11), (8) позволяют выразить текущие значения поперечной и продольной компонент импульса резонансного электрона через его энергию:

$$p_{\perp R} = \sqrt{2\gamma_R^2 - \gamma_0 \gamma_R (2 - \beta_{\perp 0}^2)}; \quad (13)$$

$$p_{zR} = \sqrt{\gamma_0 \gamma_R (2 - \beta_{\perp 0}^2) - 1 - \gamma_R^2}. \quad (14)$$

В результате уравнение для энергии резонансного электрона приобретает замкнутый вид:

$$\frac{d\gamma_R}{dZ} = - \frac{\sqrt{2\gamma_R^2 - \gamma_0 \gamma_R (2 - \beta_{\perp 0}^2)}}{\sqrt{\gamma_0 \gamma_R (2 - \beta_{\perp 0}^2) - 1 - \gamma_R^2}} a \sin \theta_R. \quad (15)$$

4. Рассмотрим теперь движение электронов, фазы которых отличны от θ_R . При малой амплитуде волны (см. ниже условие (24)) отклонение энергии $u = \gamma_R - \gamma$ захваченных электронов от энергии резонансного электрона не велико: $|u|/\gamma_R \ll 1$. В этом случае можно также считать, что поперечные и продольные компоненты импульсов захваченных электронов совпадают с соответствующими компонентами импульса резонансного электрона. В таких предположениях, вычитая уравнение (6) из уравнения (15), для отклонения энергии получим

$$\frac{du}{dZ} = \frac{ap_{\perp R}}{p_{zR}} (\sin \theta - \sin \theta_R). \quad (16)$$

Для фазы электронов, пренебрегая при $a \ll 1$ в правой части уравнения (7) вторым слагаемым, ответственным за силовую группировку, и линеаризуя первое слагаемое, имеем

$$\frac{d\theta}{dZ} = \frac{d}{d\gamma} \left(\frac{1}{\beta_z} - \frac{\hbar}{\gamma \beta_z} \right) \Big|_{\gamma=\gamma_R} u = -\frac{1}{\gamma_R \beta_{zR}} u. \quad (17)$$

Объединяя уравнения (16) и (17), приходим к хорошо известному в теории ускорителей уравнению синхротронных колебаний [7]:

$$\frac{d}{dZ} \left(M \frac{du}{dZ} \right) = K (\sin \theta - \sin \theta_R), \quad (18)$$

где $M = \gamma_R \beta_{zR} = p_{zR}$ — эффективная масса осциллятора, $K = ap_{zR}/p_{zR}$ — коэффициент упругости.

Уравнения (16), (17), очевидно, могут быть также приведены к каноническому виду

$$\frac{d\theta}{dZ} = \frac{\partial H}{\partial u}, \quad \frac{du}{dZ} = -\frac{\partial H}{\partial \theta} \quad (19)$$

с гамильтонианом

$$H = (u^2/2M) + KV(\theta), \quad (20)$$

$$V(\theta) = \cos \theta + (\theta - \theta_R) \sin \theta_R - \cos \theta_R.$$

Первое слагаемое в (20) является аналогом кинетической, а второе — потенциальной энергии осциллятора.

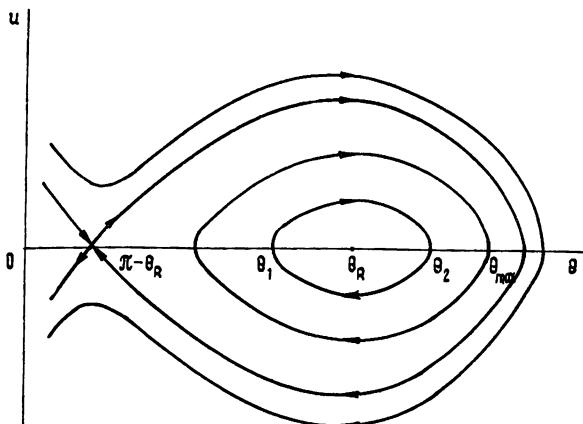


Рис. 1. Фазовый портрет, определяющий движение электронов в режиме синхронного адиабатического торможения.

Захват электронов волной на входе в пространство взаимодействия можно рассмотреть, пренебрегая зависимостью величин M и K от продольной координаты. При этом гамильтониан есть интеграл движения ($\partial H/\partial Z = 0$), и уравнение $H = \text{const}$ определяет траектории электронов на фазовой плоскости u, θ (рис. 1). Резонансному электрону при $\pi/2 < \theta_R < \pi$ соответствует устойчивое состояние равновесия типа центр. Захваченные частицы двигаются на фазовой плоскости по замкнутым траекториям, охватывающим устойчивое состояние равновесия; движение незахваченных частиц происходит по незамкнутым инфинитным траекториям. Эти два типа траекторий разделены сепаратрисой, которая проходит через неустойчивое состояние равновесия типа седла: $\theta = \pi - \theta_R$. Отношение отрезка, охватываемого сепаратрисой по оси абсцисс, к 2π определяет для моноскоростного электронного пучка ($u|_{z=0} = 0$) начальный коэффициент захвата, т. е. долю частиц, попадающих в режим адиабатического торможения.

$$F_0 = \Phi_{\max}/2\pi, \quad (21)$$

где $\Phi_{\max} = |\pi - \theta_R - \theta_{\max}|$, θ_{\max} — координата правой точки пересечения сепараторы с осью абсцисс, являющаяся корнем уравнения $V(\theta) = V(\pi - \theta_R)$. Зависимость коэффициента захвата от фазы резонансного электрона приведена на рис. 2. Очевидно, чем ближе θ_R к $\pi/2$ и чем в соответствии с (15) выше темп торможения, электронов, тем меньше размах сепараторы и меньше доля захваченных частиц.

Поскольку величина γ_R и соответственно величины M и K являются функциями продольной координаты, то амплитуда осцилляций захваченных электронов может изменяться. Определить текущую амплитуду осцилляций захваченных электронов нетрудно из закона сохранения адиабатического инварианта. При условии, что изменение величины γ_R происходит адиабатически медленно,

$$\left| \frac{\lambda_{\text{синх}}}{\gamma_R} \frac{d\gamma_R}{dZ} \right| \ll 1,$$

в масштабе периода синхротронных колебаний $\lambda_{\text{синх}} \simeq 2\pi/MK$, должна сохраняться площадь, охватываемая траекторией электрона на фазовой плоскости

$$I = \oint u d\theta = 2\sqrt{MK} Y(\theta) = \text{const}. \quad (22)$$

Здесь

$$Y(\theta) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sqrt{C - V(\theta)} d\theta,$$

$\theta = \theta_2 - \theta_1$, величины $\theta_{1,2}$ представляют собой точки пересечения траектории электрона с осью абсцисс и связаны с константой C соотношениями $C = V(\theta_{1,2})$. Функция $Y(\theta)$ является монотонно растущей [7]. Поэтому, если в процессе торможения величина MK возрастает, то амплитуда осцилляций захваченных электронов падает, если же величина MK уменьшается, то амплитуда осцилляции возрастает и электроны начинают покидать область захвата, когда их фазовая траектория подходит к сепараторе. Электрон, покинувший область захвата, становится несинхронным волне, и его энергообмен с волной пренебрежимо мал.

Предположим далее, что благодаря вариации амплитуды электромагнитного поля по закону

$$ap_{\perp R} = a_0 p_{\perp 0} = \text{const} \quad (23)$$

величина MK поддерживается постоянной. При этом выход электронов из режима захвата отсутствует. Максимальное отклонение энергии захваченных электронов от энергии резонансного электрона определяется отрезком, отсекаемым сепараторой по оси ординат, и по порядку величины равно $|u_{\max}| \sim \sqrt{MK} \simeq \sqrt{a_{\beta_0} \gamma_0}$. При выполнении условия

$$\sqrt{a_{\beta_0} \gamma_0} \ll 1 \quad (24)$$

отклонением энергии захваченных электронов от энергии резонансного электрона при вычислении кпд можно пренебречь ($|u_{\max}|/\gamma_R \ll 1$) и

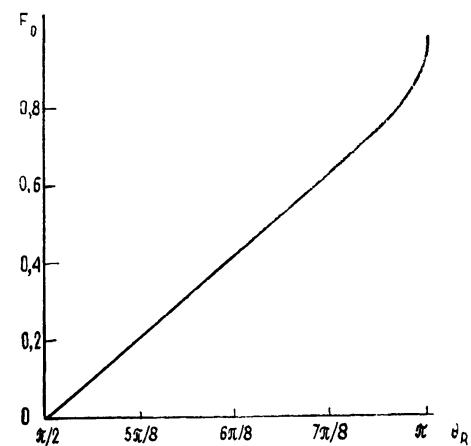


Рис. 2 Начальный коэффициент захвата электронов F_0 как функция фазы резонансного электрона θ_R .

считать энергию таких электронов совпадающей с энергией резонансного электрона. В том же приближении можно пренебречь и энергобменом с волной незахваченных электронов. В результате кпд гиротрона, работающего в режиме адиабатического торможения, определяется соотношением

$$\eta = \frac{\beta_{\perp 0}^2}{2(1-\gamma_0^{-1})} F_0(\theta_R) w_R, \quad (25)$$

где $w_R = (1 - \gamma_R/\gamma_0)(2/\beta_{\perp 0}^2)$ — нормированные потери энергии резонансного электрона. С учетом (23) уравнение для потерь энергии резонансного электрона приведем к виду

$$\frac{dw_R}{dZ} = \left((2 - \beta_{\perp 0}^2) \left(1 - \frac{\beta_{\perp 0}^2}{2} w_R \right) - \gamma_0^{-2} - \left(1 - \frac{\beta_{\perp 0}^2}{2} w_R \right)^2 \right)^{-1/2}, \quad (26)$$

где $\zeta = \frac{2a_0 \sin \theta_R}{\beta_{\perp 0} \gamma_0} Z$. Уравнение (26) легко интегрируется, зависимости величин w_R и a от нормированной продольной координаты ζ при различных значениях $\beta_{\perp 0}^2$ приведены на рис. 3.

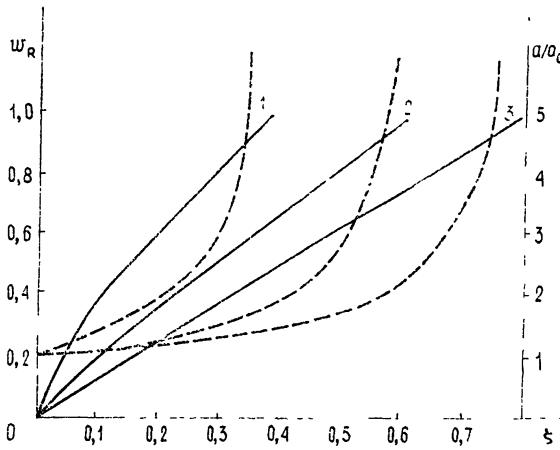


Рис. 3. Зависимости от продольной координаты нормированных потерь энергии резонансного электрона (сплошные линии) и амплитуды ВЧ поля, обеспечивающей отсутствие выхода электронов из режима захвата (пунктир); $\gamma_0=3$,

1) $\beta_{\perp 0}^2 = 0,3$, 2) $\beta_{\perp 0}^2 = 0,6$, 3) $\beta_{\perp 0}^2 = 0,88$.

Сделаем в заключение оценку параметров релятивистского гиротрона при энергии электронов $E_0 = 1$ МэВ ($\gamma_0 = 3$) и длине волны $\lambda = 1$ см. Пусть начальные значения вращательной и поступательной скоростей электрона равны $\beta_{\perp 0} = 0,78$, $\beta_{z0} = 0,55$, а фаза резонансного электрона $\theta_R = (15/16)\pi$. При этом предельный кпд $\eta_{lim} = 0,45$, начальный фактор захвата $F_0 = 0,8$. Если принять конечное значение величины $w_R = 0,9$, то полный кпд гиротрона составит 30 %. При напряженности электрического поля волны $E_0 = 50$ кВ/см ($a_0 \approx 0,02$) значение $w_R = 0,9$ достигается на длине $L/\lambda \approx 30$. Сопоставление с [9, 10] показывает, что кпд гиротрона с однородным магнитным полем при том же значении напряженности ВЧ поля и оптимальном подборе длины будет примерно в три раза ниже.

Автор признателен В. Л. Братману за стимулирующие обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

- Беляевский Е. Д. — Радиотехника и электроника, 1971, 16, № 1, с. 208.
- Манькин И. А., Поляк В. Е. — Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ, 1978, № 11, с. 27.

3. Kroll N. M., Mortón P. L., Rosenbluth M. N. — IEEE J. Quant. Electr., 1981, QE-17, № 8, p. 1436.
4. Sprangle P., Tang C. M., Manheimer W. M. — Phys. Rev., 1980, 21, № 1, p. 293.
5. Гинзбург Н. С. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР, 1983, вып. 3, с. 26.
6. Гинзбург Н. С., Крупин С. Ю. — ЖТФ, 1985, 55, № 11, с. 1378.
7. Коломенский А. А. Физические основы методов ускорения заряженных частиц. — М.: Гос. ун-т, 1980.
8. Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К. — Изв. вузов — Радиофизика, 1967, 10, № 9—10, с. 1414.
9. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Нусинович Г. С. — Письма в ЖТФ, 1977, 3, № 18, с. 961.
10. Гинзбург Н. С., Нусинович Г. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 6, с. 754.
11. Юлпатов В. К. В кн.: Гиротроны. — Горький: ИПФ АН СССР, 1981, с. 26.
12. Жураховский В. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 12, с. 1847.
13. Воронин В. С., Кононов В. К. — ЖТФ, 1970, 40, № 1, с. 160.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
4 декабря 1985 г.

ON THE THEORY OF RELATIVISTIC CRM OPERATED UNDER SYNCHRONOUS
ADIABATIC DECELERATION OF THE ELECTRON BEAM
BY THE ELECTROMAGNETIC WAVE

N. S. Ginzburg

Approximate nonlinear theory of relativistic gyrotrons with a variable magnetic field is constructed. It is assumed that the cyclotron resonance condition for one electron in the decelerating phase of the rf field is fulfilled identically throughout the interaction space. The other electrons are trapped by the wave and decelerated together with the resonant electron. The longitudinal distribution of the rf field for which there is no de-trapping is found within the frames of adiabatic invariants.