

УДК 537.525.1

МЕХАНИЗМЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ И ЭВОЛЮЦИЯ ХАОСА В СТРАТИФИЦИРОВАННОМ ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ СТОЛБЕ ГАЗОВОГО РАЗРЯДА

В. С. Анищенко, Г. В. Мелехин, В. А. Степанов, М. В. Чиркин

Экспериментально исследованы бифуркационные явления в стратифицированном положительном столбе электрического разряда в неоне. Показано, что переход к хаосу осуществляется через «тор-аттрактор» малой размерности, энергетический спектр которого с ростом длины разрядного промежутка испытывает насыщение.

Вопрос о роли маломерных странных аттракторов в механизмах зарождения и развития турбулентности в сплошной среде является в настоящее время одним из наиболее важных в проблеме описания стохастичности неравновесных диссипативных систем. Очевидные трудности теоретического и экспериментального многопараметрического анализа механизмов развития стохастичности стимулировали ряд интересных модельных экспериментов [1-3]. Их результаты свидетельствуют о конечной и сравнительно малой размерности аттракторов при слабой надкритичности.

Экспериментальные исследования переходов к хаосу в гидродинамических [4,5] и электронно-волновых [6-8] системах также указывают на принципиальную роль маломерных аттракторов в процессах возникновения турбулентности. К такому выводу приводит сравнение эволюции спектров колебаний в указанных экспериментах с детально изученными закономерностями перехода к хаосу в конечномерных динамических системах.

В настоящей работе приводятся результаты физического эксперимента по исследованию механизмов возникновения и закономерностей эволюции хаотических режимов колебаний в автономном и неавтономном стратифицированном положительном столбе газового разряда.

В инертных газах можно реализовать режим бегущих ионизационно-диффузионных волн (страт) как в автономном случае, так и при модуляции тока разряда в частотном диапазоне их усиления [9]. Частота и число возбужденных мод определяются давлением газа, током разряда, длиной и диаметром разрядной трубки [10,11]. С экспериментальной точки зрения наиболее существенным параметром, определяющим число взаимодействующих собственных типов колебаний, является длина разрядного промежутка. Относительная простота регистрации страт и возможность изменения числа генерируемых мод делают стратифицированный положительный столб газового разряда удобным радиофизическим объектом для изучения динамики распределенных систем с управляемым числом эффективных степеней свободы. Это позволяет, последовательно изменяя эффективную размерность фазового пространства, экспериментально анализировать эволюцию режимов колебаний с целью выявления типичных бифуркационных механизмов перехода к стохастичности.

1. Описание экспериментальной установки. В эксперименте исследованы бегущие страты в неоне в диапазоне давлений 0,2—3 мм рт. ст. в трубках с диаметрами от 10 до 40 мм. Трубки имели подогреваемый катод и подвижный анод, что давало возможность изменять длину

разрядного промежутка; коническая форма анода приводила к сильной диссипации энергии ионизационно-диффузионной волны на его длине. В таких трубках отражения бегущей волны от анода не происходит, обратная волна, описанная в [9] и зарегистрированная в [11], не образуется, и обратная связь осуществляется только за счет колебаний тока на частотах страт.

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1. Страты регистрировались по переменной составляющей интенсивности излучения разряда. Для этого рядом с трубкой 1, подключенной последовательно с сопротивлениями R и R_2 к источнику постоянного напряжения 2, размещался световод 3, излучение через который подавалось на вход фотоэлектронного умножителя 4. Колебания тока ФЭУ регистрировались с помощью осциллографа С1-81 5, селективного микровольтметра В6-9 6, частотомера ЧЗ-34 7 и анализатора спектра СК4-56 8. Одновременно с сопротивлением R в электрической цепи разряда сигнал, пропорциональный колебаниям тока, подавался на вход запоминающего осциллографа С8-13 9. Для наблюдения проекции фазового портрета колебаний вход X осциллографа С1-65 также подключался к сопротивлению R , а вход Y — к металлической фольге 11, окружающей небольшой участок разрядной трубки. (Распространение страт в разряде вызывает за счет индукции появление на фольге переменного электрического заряда.) Воздействие на плазму внешним сигналом осуществлялось с помощью модуляции тока от генератора гармонических колебаний 12, подключенного к электрической цепи разряда через сопротивление R_1 и емкость C_1 , $R_1 \gg R + R_2$. Частота и амплитуда модулирующего сигнала контролировались с помощью частотомера ЧЗ-34 7 и вольтметра В7-27 13. (На рис. 1 14 — миллиамперметр.)

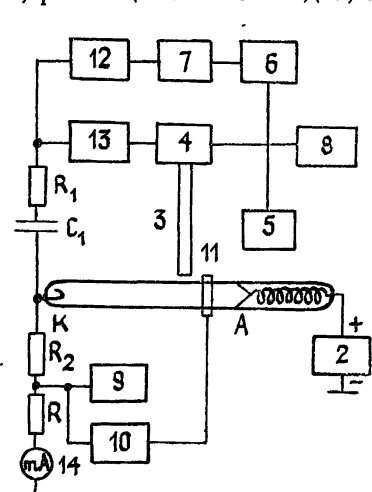


Рис. 1.

Для диагностики режимов генерации страт и их бифуркаций мы использовали методики, подробно описанные в [11, 12].

2. Бифуркационные явления в неавтономном режиме. Строгий результат Крылова—Боголюбова—Левинсона свидетельствует, что при слабом внешнем периодическом возмущении системы с устойчивым (грубым) предельным циклом, период которого несоизмерим с периодом внешнего воздействия, в последней реализуется режим эргодических биений. В исследуемом случае режим квазипериодических колебаний осуществлялся за счет взаимодействия ионизационной волны в плазме газового разряда с колебаниями, возбужденными внешним гармоническим сигналом. Пространством управляющих параметров выбрана плоскость: амплитуда u — нормированная частота воздействия $\rho = \omega_l / \omega_0$, где ω_l — частота внешней модуляции, ω_0 — частота страт в автономном режиме. При малой глубине модуляции тока внешним сигналом колебания в фиксированной точке на длине трубки являются квазипериодическими с дискретным спектром частот

$$\omega_{ij} = i\omega_0 + j\omega_l, \quad (1)$$

где $i, j = 1, 2 \dots$. Наиболее интенсивные составляющие в спектре имеют частоты

$$\omega_j = \omega_0 + j\Delta\omega.$$

$$\Delta\omega = \begin{cases} \omega_l, & \text{если } \omega_l < \omega_0/2 \\ |\omega_0 - \omega_l|, & \text{если } \omega_l \geq \omega_0/2 \end{cases}. \quad (2)$$

Математическим образом таких колебаний в фазовом пространстве системы служит инвариантный двумерный тор. Рождение стохастического режима, как будет показано ниже, обусловлено бифуркациями, приводящими к разрушению двумерного тора с образованием «тор-аттрактора».

В условиях эксперимента в разряде возбуждаются страты n -типа (по терминологии, принятой в [9]), имеющие закон дисперсии вида $k \sim \omega^{-1}$, k — волновое число страт. В этом случае нелинейность стратифицированного положительного столба в первом приближении является кубической [13]. Взаимодействие волн в таких средах осуществляется как за счет эффекта насыщения усиления, так и путем обмена энергией между четырьмя волнами. Последнее возможно лишь для волн с такими частотами и волновыми числами, для которых выполнены условия временного и пространственного синхронизма. Грубая структура на торе (резонанс) реализуется только в тех случаях, когда между взаимодействующими волнами возможен эффективный обмен энергией.

Условие временного синхронизма для волн с частотами $\omega_0, \omega_l, \omega_m, \omega_q$, удовлетворяющими (2), имеет вид

$$q = m + l, \quad (3)$$

где l, m, q — целые числа.

Особенностью исследуемой системы является возможность не только непосредственного взаимодействия четырех волн, но и взаимодействия волн с колебаниями тока на частотах страт. Это приводит к появлению трех вариантов условия пространственного синхронизма:

$$k_0 + k_q = k_m + k_l; \quad (4a)$$

$$k_0 + k_q = k_m; \quad (4б)$$

$$k_0 = k_m + k_l, \quad (4в)$$

где k_0, k_l, k_m, k_q — волновые числа страт.

Расстройки волновых чисел от условий пространственного синхронизма соответственно равны*:

$$\Delta k_1 = \frac{k_0 (\Delta \omega)^2 \omega_0}{\omega_l \omega_m \omega_q} ml \left[\frac{\Delta \omega}{\omega_0} q + 2 \right]; \quad (5a)$$

$$\Delta k_2 = \frac{k_0 \omega_0^2}{\omega_m \omega_q} \left[\left(\frac{\Delta \omega}{\omega_0} \right)^2 mq + \frac{\Delta \omega}{\omega_0} 2m + 1 \right]; \quad (5б)$$

$$\Delta k_3 = \frac{k_0 \omega_0^2}{\omega_l \omega_m} \left[\left(\frac{\Delta \omega}{\omega_0} \right)^2 ml - 1 \right]. \quad (5в)$$

В первом случае расстройка будет мала ($\Delta k_1 \ll k_0$), только если ω_l достаточно близка к ω_0 , однако в такой ситуации, как правило, происходит захват частоты страт внешним сигналом. Для двух других условий точный пространственный синхронизм имеет место в случаях:

- 1) $q=0, m<0, \Delta \omega/\omega_0 = -1/2m$.
- 2) $q>0, m<0, \Delta \omega/\omega_0 = (\sqrt{1-q/m} - 1)/q$,
- 3) m, l — одного знака, $\Delta \omega/\omega_0 = 1/\sqrt{ml}$.

Из них наибольший интерес представляют ситуации: $q=0, m=-1, l=1$, соответствующая отношению частот ω_l : $\omega_0=1:2$, и $q=3, m=-1, l=4$, соответствующая отношению частот ω_l : $\omega_0=2:3$. Таким образом, если возбужденная внешним воздействием волна не будет подавлена за счет эффекта насыщения усиления, резонансное взаимодействие волн с колебаниями тока приведет к их внутренней синхронизации.

В эксперименте подбором давления газа, величины тока и длины разряда легко реализуются режимы, когда на плоскости управляющих

* Условие (3) предполагается выполненным.

параметров в окрестности этих резонансов регистрируются характерные «клювы» синхронизации с постоянными числами вращения $\nu = \omega_1 : \omega_0 = p : q$, где p и q — натуральные числа. На рис. 2 приведена бифуркационная диаграмма режимов взаимодействия волн на плоскости управляющих параметров, полученная при токе разряда 34,2 мА, в трубке длиной 243 мм, диаметром 10 мм, наполненной неоном до давления 2 мм рт. ст. На ней выделены области синхронизации, соответствующие числам вращения $\nu = 1:3, 1:2, 2:3$, а также зона захвата ($\nu = 1:1$). Точками заполнены области существования двухчастотных квазипериодических колебаний, наклонной штриховкой с наклоном справа налево выделены зоны удвоений периода двухтактного и трехтактного циклов, область стохастичности показана горизонтальной штриховкой. На плоскости параметров существуют также зоны других резонансов, однако они занимают весьма узкий частотный диапазон (на рис. 2 не приведены) и не вклиниваются в зону стохастичности.

Как видно из рисунка, существует пороговое значение амплитуды внешнего сигнала, соответствующее переходу от квазипериодических колебаний к стохастичности, которое изменяется в зависимости от частоты воздействия. Для $p > 1$ оно особенно резко спадает после выхода из зоны захвата. Переход из области захвата к стохастичности происходит после нескольких бифуркаций. С увеличением частоты внешнего сигнала резонансный предельный цикл претерпевает субкритическую бифуркацию удвоения периода с рождением цикла удвоенного периода (область IV на рис. 2). Двухтактный цикл затем теряет устойчивость с мягким рождением тора, который после возникновения резонанса $\nu = 12:11$ разрушается с переходом к хаосу. Аналогичная ситуация регистрируется и при движении в сторону уменьшения p , однако удвоения здесь отсутствуют.

Детали механизмов появления тор-аттрактора при потере устойчивости двухчастотными колебаниями удобно проиллюстрировать, двигаясь в различных направлениях по плоскости параметров в окрестности одного из резонансов. Рис. 3, 4 отражают эволюцию спектров колебаний и проекций фазовых траекторий при выходе из зоны синхронизации $\nu = 1:2$ в направлениях, обозначенных на рис. 2 буквами А, Б, В, Г и Д*.

Движение в направлении А характеризуется сгущением бифуркаций удвоения (наблюдалось не более трех последовательных бифуркаций), завершающихся мягким рождением аттрактора ленточного типа. Соответствующая эволюция спектров представлена на рис. 3 (точки 0, a_1 , a_2 , a_3 плоскости параметров рис. 2). При пересечении бифуркационной линии l_1 (вероятно это линия седло-узловой бифуркации) в направлении Б регистрируется обогащение спектра дискретными частотными составляющими ω_{ij} , свидетельствующими о негладкости тора, который еще не разрушен (рис. 4). Выход в направлении В визуализирует негладкий тор вблизи бифуркации его разрушения: в спектре заметно больше дискретных частот с увеличившимися амплитудами. Пересечение границы зоны синхронизации по направлениям Г и Д приводит к рождению тор-аттрактора. В первом случае (Г) стохастичность возникает мягко и в спектрах четко выделены основные группы частот негладкого тора. Гистерезис здесь практически отсутствует. В случае Д переход к стохастичности осуществляется жестко, что регистрируется по резкому возрастанию шумового пьедестала в спектре сразу же при пересечении линии l_1 . Вблизи линии l_1 , но с внешней стороны зоны синхронизации, наблюдается перемежаемость между тор-аттрактором и резонансным циклом. Углубление в области стохастичности по любому направлению сопровождается резким уширением спектральных линий и быстрым ростом шумового пьедестала. Характерные спектральные линии тора при этом исчезают, что свидетельствует о переходе от тор-аттрактора к аттрактору спирального типа [14]. Аналогичная

* По оси ординат отложена переменная составляющая интенсивности излучения разряда $I_{\sim}$ нормированная на постоянную составляющую $I_{=}$.

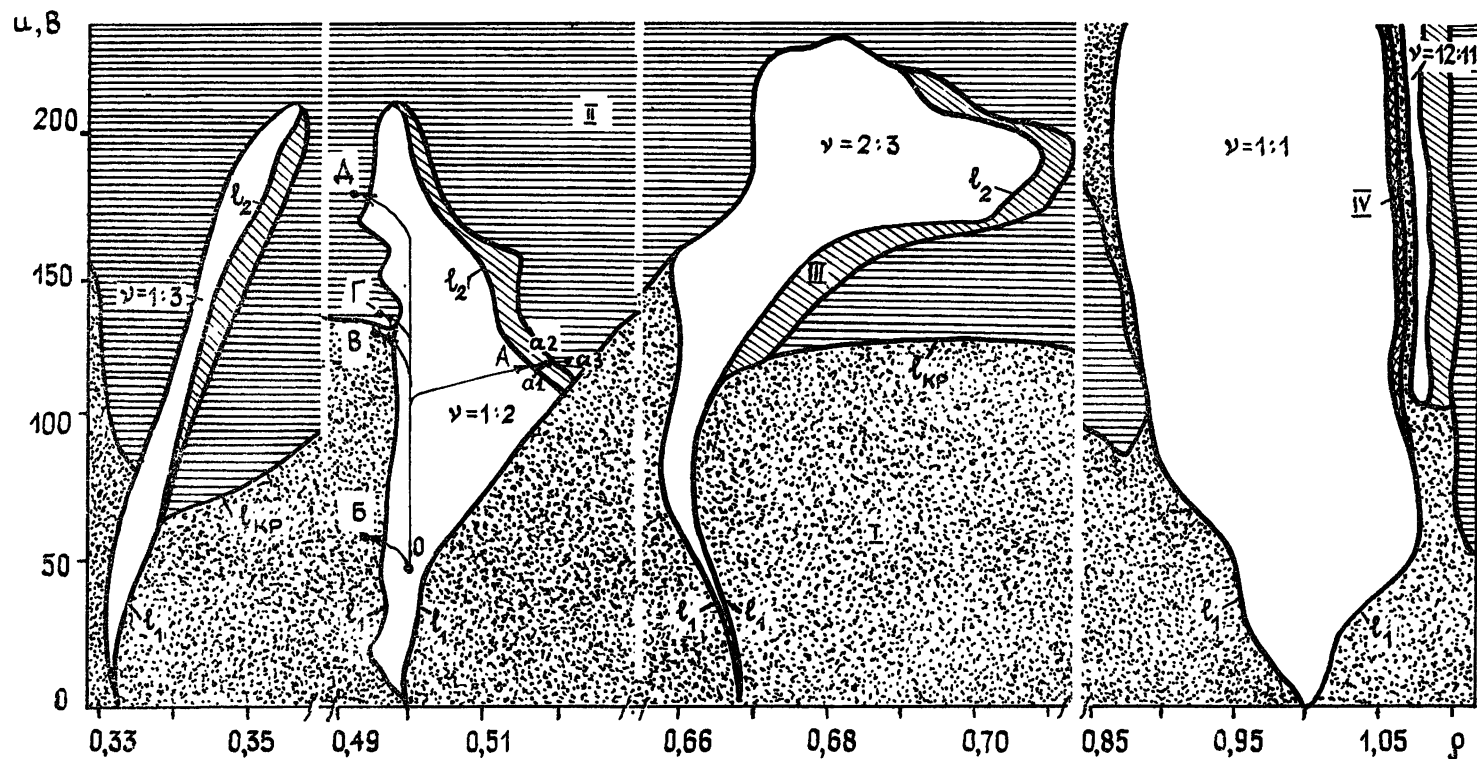


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма разряда в неавтономном режиме. Области с топологически отличающимися режимами: резонансы — $\nu=1:1$, $\nu=2:3$, $\nu=1:2$, $\nu=1:3$; $\nu=12:11$; I — эргодический тор (биения); II — стохастические колебания, III — удвоенные резонансные циклы; IV — двухтактный цикл. Основные бифуркационные линии: l_1 — линия возникновения эргодических биений, l_2 — линия удвоения периода резонансного цикла, $l_{кр}$ — линия перехода от квазипериодических колебаний к стохастическим.

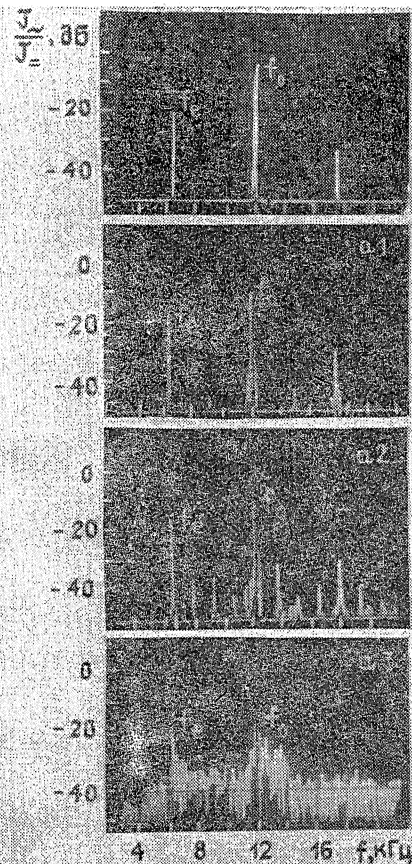


Рис. 3.

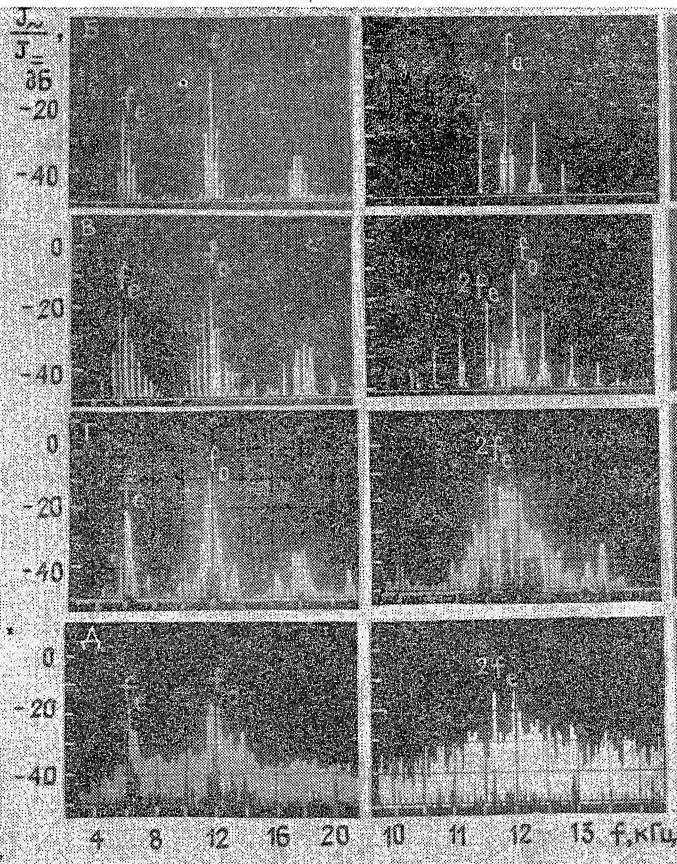


Рис. 4.

Рис. 3. Эволюция спектров колебаний при выходе из зоны синхронизации на рис. 2 по пути 0А.

Рис. 4. Эволюция спектров и фазовых портретов колебаний при выходе из зоны синхронизации на рис. 2 по направлениям 0В, 0В, 0Г, 0Д.

с качественной точки зрения картина регистрировалась и в окрестности других резонансов.

3. Бифуркации в автономном режиме. Результаты исследования взаимодействия страт в неавтономном режиме позволяют понять закономерности бифуркационных явлений в автономном газовом разряде. В автономном режиме управляющими параметрами системы, как и в [11], выбраны ток, которому пропорционален коэффициент усиления страт n -типа, и длина разряда, определяющая число и длины волн возбужденных автоколебательных мод. На плоскости этих параметров на рис. 5 приведена бифуркационная диаграмма состояний разряда для трубки диаметром 20 мм, наполненной неон до давления 0,2 мм рт. ст. В частотный диапазон усиления среды в этих условиях попадает малое число мод (не более трех), которое, однако, увеличивается с ростом длины разряда. При увеличении длины пороговый ток возникновения страт уменьшается. Вместе с тем, на его монотонное изменение накладываются колебания с периодом, совпадающим с длиной страт.

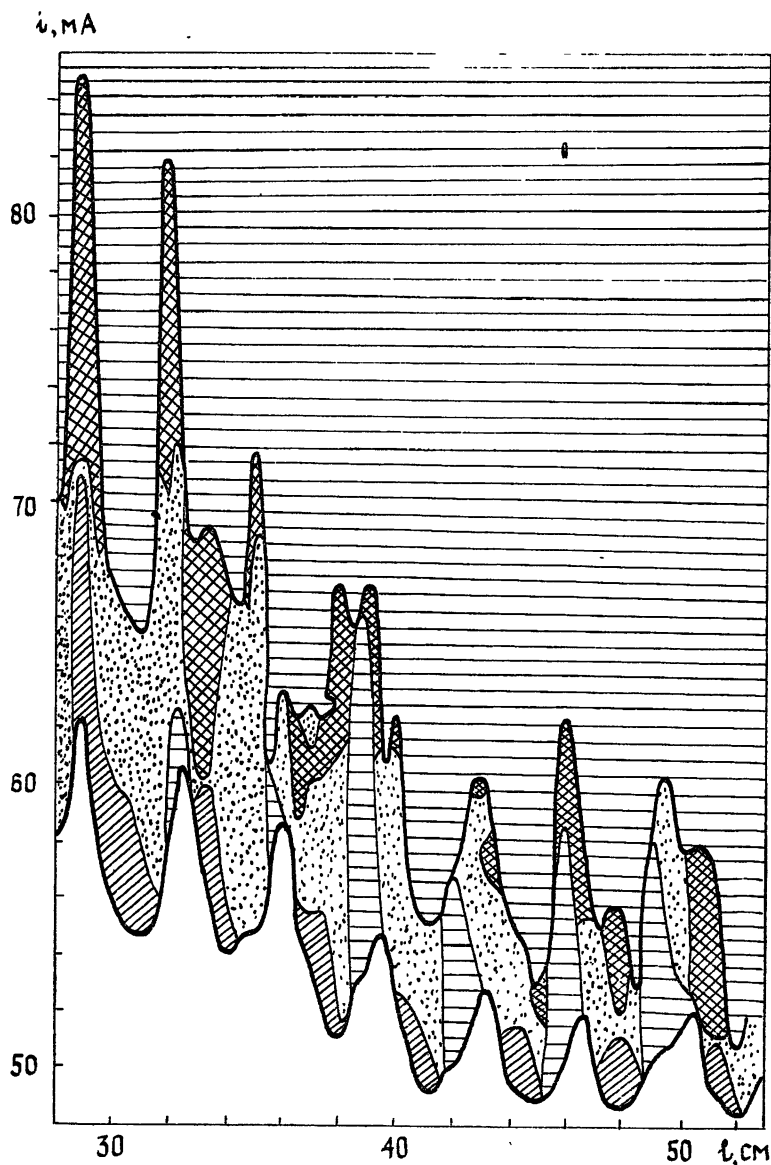


Рис. 5.

Локальным минимумам тока возникновения страт соответствует генерация моды с максимальным коэффициентом усиления в положительном столбе. Для небольших длин разряда смена режимов генерации страт с увеличением тока происходит следующим образом: сначала возникает одномодовый режим (области его существования показаны на диаграмме наклонной штриховкой), затем возбуждается вторая мода и колебания становятся двухчастотными квазипериодическими (зоны, занятые двумерным тором, выделены на диаграмме точками), после чего наблюдается последовательность резонансов на торе (штриховка в клеточку) и переход к стохастичности (горизонтальная штриховка). Увеличение длины разряда приводит к уменьшению областей существования одномодового режима и расширению зон стохастичности.

Способы перехода к стохастичности зависят от направления на плоскости «ток—длина», по которому осуществляется выход из зоны синхронизации, и порядка резонанса. Стохастичность в эксперименте возникает после образования тока, удвоений и даже утроений периода колебаний как мягко, так и жестко. В целом механизм возникновения и структура зон синхронизации, а также наблюдаемые пути перехода к хаосу аналогичны реализующимся в неавтономном режиме, однако анализ бифуркаций часто бывает затруднен перекрытием зон соседних резонансов.

Рост давления наполнения вызывает расширение областей существования одномодового режима генерации. Как правило, генерируется мода, частота которой лежит вблизи максимума зависимости коэффициента усиления страт от частоты, остальные моды подавляются за счет эффекта насыщения усиления. Однако одновременное возбуждение двух и более мод все же может произойти, если усиление для них оказывается примерно одинаковым. Дальнейшее увеличение длины разряда после возбуждения других мод быстро приводит к возникновению стохастичности. На рис. 6а показан участок бифуркационной диаграммы для трубки диаметром 10 мм, наполненной неонем до давления 2 мм рт. ст. Обозначения областей аналогичны принятым на рис. 5. С увеличением длины разряда зоны существования одномодового режима и стохастичности чередуются друг с другом с периодом, совпадающим с длиной страт. Постепенно увеличение длины приводит к сжатию зон одномодового режима генерации, расширению областей стохастичности, и, наконец, начиная с определенного значения длины разряда, остается только область стохастических колебаний. Эволюция энергетического спектра стохастических колебаний с увеличением длины разряда при неизменном токе показана на рис. 6б, в. Видно, что с углублением в зону стохастичности форма спектра быстро приближается к насыщенной, причем в соседних зонах стохастичности и в области сплошной стохастичности спектры практически не отличаются друг от друга. Стремление формы энергетического спектра к насыщенной обнаружено также в [11] при несколько иных условиях разряда.

Полученные данные указывают на то, что, несмотря на увеличение длины разрядного промежутка (а значит, и числа возбужденных мод), эволюция странного аттрактора практически прекращается. Имеет место эффект стабилизации энергетического спектра стохастических колебаний. Это может дать основания для проведения некоторой аналогии между наблюдаемым явлением и эффектом пространственной синхронизации хаоса [1-3]. Однако отметим существенное отличие: в проведенных экспериментах наблюдались пространственно однородные режимы колебаний, характер которых определяется длиной разрядного промежутка, а в работах [1-3] обсуждается эволюция характеристик хаоса непосредственно вдоль системы. Можно полагать, что стабилизация спектра хаотических пульсаций свидетельствует о насыщении размерности аттрактора. Последнее обосновывает возможность приближенного конечномерного описания динамики распределенной системы не только вблизи порога самовозбуждения в ней колебаний, но и при существенных уровнях надкритичности.

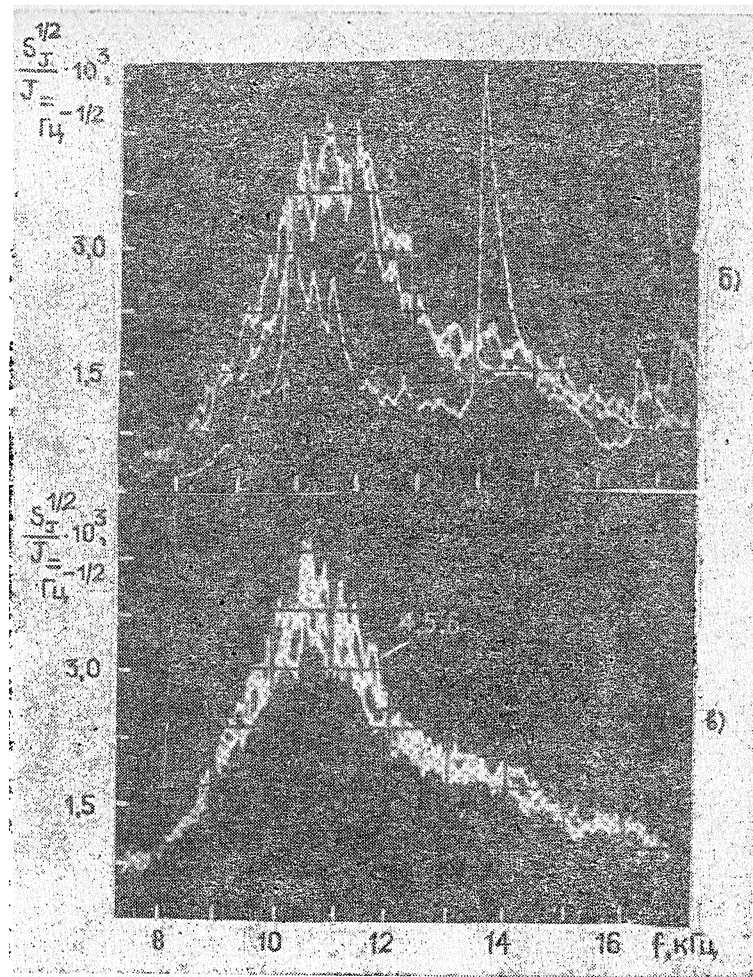
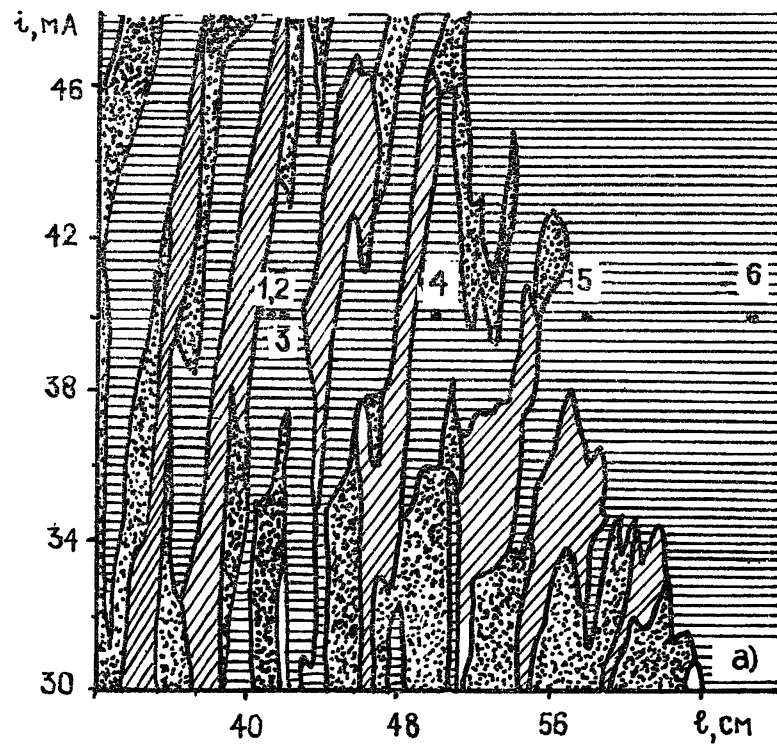


Рис. 6.

В результате экспериментального исследования бифуркационных явлений в сильно неравновесной распределенной системе, представляющей собой стратифицированный положительный столб газового разряда, можно утверждать следующее.

1. Стохастичность возникает в результате резонансного взаимодействия между волнами с разными частотами и волновыми числами, реализующегося при выполнении условий пространственного и временного синхронизмов.

2. В исследованном диапазоне изменения физических условий разряда переход к хаосу как в автономном, так и в неавтономном режимах колебаний осуществляется через маломерный аттрактор, рождающийся при разрушении двумерного тора в качественном соответствии с теоретическим результатом работы [15].

3. Наблюдается эффект насыщения статистических характеристик хаоса с увеличением длины разрядного промежутка, что свидетельствует о правомерности конечномерного описания режима стохастических колебаний в исследуемой распределенной системе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гапонов-Грехов А. В., Рабинович М. И., Старобинец И. М. — Письма в ЖЭТФ, 1984, 39, вып. 12, с. 561.
2. Brandsstätter A. and all. — Phys. Rev. Lett., 1984, 51, № 16, p. 1442.
3. Анищенко В. С., Арансон И. С., Постнов Д. Э., Рабинович М. И. — ДАН СССР, 1985, 281, вып. 12, с. 1153.
4. Gollub J. P., Benson S. V. — J. Fluid. Mech., 1980, 100, part 3, p. 449.
5. Синергетика / Ред. Б. Б. Кадомцев. — М.: Мир, 1984, с. 220.
6. Кислов В. Я., Залогин Н. Н., Мясин Е. А. — Радиотехника и электроника, 1979, 26, вып. 6, с. 1118.
7. Безручко Б. П., Кузнецов С. П., Трубецков Д. И. — Письма в ЖЭТФ, 1979, 29, вып. 3, с. 180.
8. Кац В. А., Трубецков Д. И. — Письма в ЖЭТФ, 1984, 39, вып. 3, с. 116.
9. Ланда П. С., Мискинова Н. А., Пономарев Ю. В. — УФН, 1980, 132, вып. 4, с. 601.
10. Мелехин Г. В., Москвичева И. Ю., Степанов В. А., Чиркин М. В. — Радиотехника и электроника, 1985, 30, вып. 9, с. 1776.
11. Мелехин Г. В., Москвичева И. Ю., Степанов В. А., Чиркин М. В. — Электронная техника. Сер. 4. Электровакuumные и газоразрядные приборы, 1985, вып. 5, с. 3.
12. Анищенко В. С., Летчфорд Т. Е., Сафонова М. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1985, 28, № 9, с. 1112.
13. Ланда П. С. Автоколебания в распределенных системах. — М.: Наука, 1983, с. 197.
14. Shilnikov L. P. — In: Nonlinear and turbulent processes, 1984, 2, N. Y., p. 1627.
15. Афраймович В. С., Шильников Л. П. В кн.: Методы качественной теории дифференциальных уравнений. — Горький. ИПФ АН СССР, 1983, с. 3.

Рязанский радиотехнический
институт

Поступила в редакцию
14 июня 1985 г.

APPEARANCE MECHANISMS AND CHAOS EVOLUTION IN STRATIFIED POSITIVE COLUMN OF GAS DISCHARGE

V. S. Anishchenko, G. V. Melekhin, V. A. Stepanov, M. V. Chirkin

Bifurcation phenomena in stratified positive column of electrical discharge in neon have been experimentally investigated. It is shown, that the transition to chaos occurs through low-dimensional «tore-attractor», which power spectrum draws to saturation with discharge space length increasing.