

фильтра. Индексом «а» отмечены параметры активной среды:  $I = cr |E|^2 / 8\pi$ ,  $\omega \sim \omega_k$ ,  $E \sim E_k$ ,  $d \sim d_{k1} \sim d_{k2}$ . Отличие выражений (10)–(12) от резонансного случая [1] состоит в том, что в последнем всюду вместо  $\eta_0$  входит  $\eta_0^{\text{opt}}$  — разность населенностей оптических переходов, а  $\omega$  заменено на  $\delta\omega$  — ширину линии поглощения резонансного фильтра. Таким образом, при одинаковых параметрах низкочастотного перехода когерентное взаимодействие в резонансном случае в  $(\omega/\delta\omega)^2 \eta_0^{\text{opt}}/\eta_0$  раз эффективней. Однако оценки показывают, что нелинейность ВКР-фильтра, в принципе, может оказаться достаточной для преодоления дисперсии и нелинейности активной среды. Например, для выполнения необходимых условий синхронизации (11), (12) твердотельного лазера с параметрами  $I \sim 10$  МВт/см<sup>2</sup>,  $|d_a|^2 \sim 10^{-41}$  ед. CGSE,  $T_{2a} \sim 10^{-13}$  с,  $T_c \sim 10^{-7}$  с,  $L_a/L_0 \sim 1/4$ ,  $\Delta\omega \sim 10^9$  с<sup>-1</sup>,  $r \sim 10^2$ ,  $\partial n/\partial\omega \sim 2 \cdot 10^{-17}$  с<sup>-1</sup> ( $n$  — показатель преломления,  $L_0$  — длина резонатора) можно использовать ВКР-фильтр на основе сверхтонкого расщепления в парах натрия (например, на переходе  $F=2$ ,  $m_F \leftarrow F=1$ ,  $m_F=0$ ) с параметрами  $N \sim 10^{15}$  см<sup>-3</sup>,  $\tau_2 \sim 10^{-6}$  с,  $\Omega \sim 10^{10}$  с<sup>-1</sup>,  $|d|^2 \sim 10^{-36}$  ед. CGSE. При проверке условия (11) считалось, что дисперсия обусловлена матрицей активной среды [2]:  $D \approx (\partial n/\partial\omega)(r\Delta\omega)^2 L_a/L_0$ .

Таким образом, ВКР-нелинейность наряду с резонансными нелинейностями может быть использована для пассивной синхронизации мод лазера. Преимуществами ВКР-фильтра по сравнению с насыщающимся поглотителем и резонансной средой с расщепленным уровнем являются неселективность по отношению к частоте генерации лазера, а также отсутствие потерь на резонансное поглощение поля.

Автор благодарен Я. И. Ханину и В. Б. Цареградскому за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кочаровская О. А., Ханин Я. И., Цареградский В. Б. — Квантовая электроника, 1985, 12, № 6, с. 1227.
2. Ханин Я. И. — Квантовая электроника, 1978, 5, № 3, с. 591.
3. Бутылкин В. С., Каплан А. Е., Хронополо Ю. Г., Якубович Е. И. Резонансные взаимодействия света с веществом. — М.: Наука, 1977.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию  
5 июня 1985 г.

УДК 681.511:621.317.76.089.68

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КРУТИЗНЫ ДИСКРИМИНАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВУХКОНТУРНОЙ СИСТЕМЫ АПЧ В КВАНТОВОМ СТАНДАРТЕ ЧАСТОТЫ

С. А. Козлов, В. А. Логачев

В настоящей работе, являющейся продолжением [1], проводится расчет крутизны дискриминационных характеристик в пассивном водородном стандарте частоты (ПВСЧ) с учетом эффекта насыщения спектральной линии в частном, но наиболее распространенном на практике случае быстрой модуляции фазы сигнала возбуждения квантового дискриминатора (частота модуляции  $\Omega_1$  много больше полуширины спектральной линии излучения атомов  $\gamma$ ).

Для работы системы АПЧ сигнал, возбуждающий квантовый дискриминатор, подвергается фазовой модуляции двумя частотами и может быть записан в виде

$$H_{\text{внеш}}(t) = H_0 \cos[\omega t + m_1 \sin \Omega_1 t + m_2 \sin \Omega_2 t] =$$

$$= H_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_n(m_1) J_k(m_2) \cos(\omega + n\Omega_1 + k\Omega_2)t,$$
(1)

где  $m_1$ ,  $m_2$  — индексы фазовой модуляции на частотах  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ ;  $J_n(m_1)$ ,  $J_k(m_2)$  — функции Бесселя первого рода порядка  $n$  и  $k$ . При этом выполняется

$$\beta \gg \Omega_1 \gg \gamma, \quad \Omega_1 \ll \Omega_2 \approx \beta,$$
(2)

где  $\beta$  — полуширина полосы резонатора квантового дискриминатора.

Квантовый дискриминатор описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений (см. выражение (3) работы [1]). При выполнении условий (2) из всего спектра, описываемого выражением (1), с атомами взаимодействует только несущая, поэтому вынужденное решение системы нелинейных уравнений при внешнем воздействии (1) будем искать в виде

$$H = \sum_{n,k} H_{n,k} \cos [(\omega + n\Omega_1 + k\Omega_2)t - \varphi_{n,k}], \quad (3)$$

$$M = M_0 \cos (\omega t + \psi), \quad N = \text{const.}$$

Подставляя (1) и (3) в исходную систему уравнений, получим амплитуды и фазы магнитного поля:

$$H_{0,0} = \frac{H_0 J_0(m_1) J_0(m_2) (1+s+x^2)}{\sqrt{(1+s-\alpha+x^2)^2 + [y(1+s+x^2)-\alpha x]^2}}, \quad (4)$$

$$\varphi_{0,0} = \frac{\pi}{2} - \text{arctg} \frac{y(1+s+x^2) - \alpha x}{1+s-\alpha+x^2};$$

$$H_{n,k} = \frac{H_0 J_n(m_1) J_k(m_2)}{\sqrt{1+(y-kq)^2}}, \quad n, k \neq 0 \text{ одновременно}, \quad (5)$$

$$\varphi_{n,k} = \frac{\pi}{2} - \text{arctg} (y - kq), \quad n, k \neq 0 \text{ одновременно}.$$

Здесь  $q = \Omega_2/\beta$ ,  $s = T_1 T_2 \mu^2 k - 2H_{0,0}^2$  — параметр насыщения спектральной линии. Остальные обозначения те же, что и в [1].

Приведенное напряжение на выходах синхронных детекторов при малых расстройках  $x$  и  $y$  равно:

$$\frac{u_1}{k_1 H_0^2} = \sum_n \sum_k H_{n+1,k} H_{n,k} \sin (\varphi_{n+1,k} - \varphi_{n,k} - \varphi_{0n1}) = S_{11}x + S_{12}y; \quad (6)$$

$$\frac{u_2}{k_2 H_0^2} = \sum_n \sum_k H_{n,k+1} H_{n,k} \sin (\varphi_{n,k+1} - \varphi_{n,k} - \varphi_{0n2}) = S_{21}x + S_{22}y, \quad (7)$$

где  $k_1, k_2$  — коэффициенты пропорциональности,  $\varphi_{0n1}, \varphi_{0n2}$  — фазы опорных сигналов, подаваемых на синхронные детекторы. Подставляя (4), (5) в (6), разлагая получившуюся функцию в ряд по  $x$  и  $y$  и ограничиваясь линейными членами ряда, получим выражения для относительной крутизны дискриминационной характеристики  $S_{11}$  (при  $x, y \ll 1$ ):

$$S_{11} = \frac{2\alpha(1+s)}{(1+s-\alpha)^2} J_0^2(m_2) J_0(m_1) J_1(m_1) \cos \varphi_{0n1}. \quad (8)$$

Для получения максимальной крутизны величина фазового угла  $\varphi_{0n1}$  должна быть выбрана равной нулю. Легко убедиться, что полученные из выражения (8) значения крутизны  $S_{11}$  в линейном случае ( $s \ll 1-\alpha$ ) совпадают с рассчитанными в работе [1]. Эффект насыщения, как и следовало ожидать, снижает величину крутизны. При фиксированном параметре насыщения  $S_{11}$  принимает максимальное значение при индексе модуляции  $m_1 = 1,1$ .

Для крутизны  $S_{12}$  при  $\varphi_{0n1} = 0$  получаем  $S_{12} = -S_{11}$ , откуда коэффициент затягивания частоты ПВСЧ СВЧ резонатором равен

$$a_1 = -\frac{S_{12}}{S_{11}} \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\gamma}{\beta}. \quad (9)$$

Аналогично, подставляя (4), (5) в (7), можно получить выражения для  $S_{21}$  и  $S_{22}$ .

При условии  $\varphi_{0n2} = \pi/2 - \text{arctg} q$   $S_{21} = 0$ , а крутизна  $S_{22}$  максимальна и равна

$$S_{22} \approx \frac{2q J_0(m_2) J_1(m_2)}{(1+q^2)^{3/2}} \left[ 1 + J_0^2(m_1) \frac{\alpha}{1+s-\alpha} \right] + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0, k \neq -1}}^{+\infty} J_k(m_2) \times \\ \times J_{k+1}(m_2) \left\{ \frac{kq[1+(k+1)^2q^2] + (k+1)q(1+k^2q^2)}{[1+(k+1)^2q^2]^{3/2} (1+k^2q^2)^{3/2}} \times \right. \\ \left. \times \cos [\text{arctg} (k+1)q - \text{arctg} kq - \text{arctg} q] \right\}. \quad (10)$$

Рассчитанная по формуле (10) зависимость  $S_{22}$  при  $\alpha=0,5$ ,  $S=1$ ,  $m_1=1,1$  и различных  $q$  приведена на рис. 1. Видно, что крутизна  $S_{22}$  максимальна при  $q=0,5$  и  $m_2=1,6$ , однако оптимум выражен слабо и при изменении  $m_2$  от 1,2 до 2,0 величина  $S_{22}$  меняется не более чем на 10%. Параметр насыщения  $s$ , как это видно из (9), до-

вольно слабо влияет на величину  $S_{22}$ . Величины крутизны  $S_{21}$  и  $S_{22}$  и условия их оптимизации в данном случае отличаются от приведенных в работе [1], так как последние рассчитывались при  $\Omega_1 \sim 0,5\gamma$ .

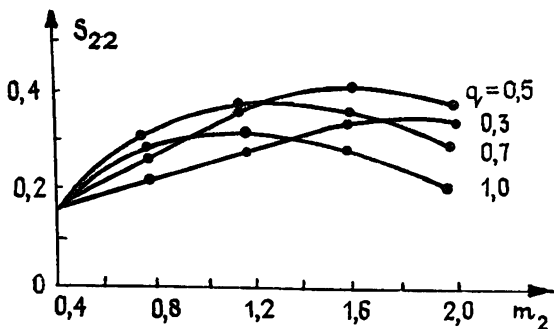


Рис. 1.

Частным случаем проанализированной выше схемы ПВСЧ является схема, в которой модуляция фазы сигнала возбуждения осуществляется одной частотой  $\Omega_1 = \Omega_2 \gg \gamma$ , а сигналы управления частотой кварцевого генератора и резонатора берутся с двух синхронных детекторов, подключенных к выходу одного селективного усилителя [2]. Преимуществом данной схемы является отсутствие помех с низкой частотой модуляции в кольце АПЧ резонатора. В этом случае получаем

$$S_{11} = \frac{2\alpha(1+s)}{(1+s-\alpha)^2} \frac{J_0(m)J_1(m)}{(1+q^2)^{1/2}} \quad (11)$$

Выражение для  $S_{22}$  совпадает с выражением (10), если в нем положить  $m_1 = 0$ . При этом фазы опорных углов, при которых  $S_{11}$ ,  $S_{22}$  максимальны, а  $S_{21} = 0$ , равны  $\varphi_{0n1} = \text{arctg } q$ , а  $\varphi_{0n2} = \pi/2 - \text{arctg } q$ . Коэффициент затягивания в этом случае равен

$$a_1 = \frac{\gamma}{\beta} \frac{\alpha + (1+s)q^2}{\alpha(1+q^2)} \quad (12)$$

Зависимости  $S_{11}$ ,  $S_{22}$  и выражение (9) проверялись экспериментально на макете пассивного водородного стандарта частоты, при этом было получено довольно хорошее (с точностью до 20%) соответствие теоретических и экспериментальных результатов, в частности подтвердились условия оптимизации крутизны по индексам  $m_1$  и  $m_2$ .

Полученные выражения в отличие от [1] позволяют рассчитывать крутизны дискриминатора при различных значениях параметров  $\alpha$ ,  $s$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $q$ , что позволит минимизировать величину нестабильности частоты квантового стандарта.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов С. А., Логачев В. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, 27, № 8, с. 978.
2. Busea G., Brandenberger H. — Proc. 33 ann. symp. frequency control, 1979, p. 563.

Поступила в редакцию  
2 августа 1984 г.,  
после переработки  
4 июля 1985 г.

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ «РАДИОФИЗИКИ»

УДК 538.56:536.12

В ряде работ [1] рассматривалась в различных модификациях нелинейная задача об установившихся в проводящих телах с джоулевыми источниками тепла монохроматическом ( $\propto e^{i\omega t}$  или, в частности, постоянном во времени:  $\omega=0$ ) электромагнитном поле  $e(\mathbf{r})$ ,  $h(\mathbf{r})$  и температурном поле  $t(\mathbf{r})$  (и производных по отношению к ним других локальных величин и функционалов), взаимосвязанных друг с другом за счет учитываемой реальной температурной зависимости локальной проводимости  $\sigma(t)$ , но в предположении о постоянстве теплопроводности  $\lambda$ .