7. Энгель А., Штенбек М. Физика и техника электрического разряда в газах. — М., 1935, 1, с. 122.

Куйбышевский инженерно-строительный институт

Поступила в редакцию 10 июля 1985 г.

УДК 621.378.325

О ПАССИВНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ МОД В ЛАЗЕРЕ С ВКР-ФИЛЬТРОМ

О. А. Кочаровская

В работе [1] было показано, что при внесении в резонатор многомодового лазера нелинейного фильтра, представляющего собой резонансную лазерному излучению среду с расщеплением нижнего энергетического уровня, кратным интервалу между соседними аксиальными модами, $\Omega = l\Delta\omega$ (l — целое число, меньшее числа генерируемых мод r), возможна синхронизация мод. В таком фильтре каждая из пар, отстоящих друг от друга на частоту Ω мод, приводит к резонансному возбуждению когерентности на низкочастотном переходе (суперпозиции расщепленных состояний). В свою очередь каждая из мод рассеивается на этой когерентности в моды, отстоящие по частоте также на величину Ω. Таким образом, осуществляется когерентное взаимодействие мод, ответственное за их синхронизацию. Данный эффект не связан с насыщением оптических переходов.

Покажем, что тот же механизм когерентного взаимодействия мод может приводить к их синхронизации и в условиях, когда резонансное поглощение в фильтре отсутствует. В этом случае нелинейный фильтр представляет собой комбинационно-активную среду и ниже для краткости именуется ВКР-фильтром. Найдем выражение для нелинейной восприимчивости, характеризующей когерентное взаимодействие мод в ВКР-фильтре, проведем сопоставление с резонансным случаем [1] и выясним необходимые условия синхронизации.

Запишем уравнения для комплексных амплитуд мод поля в резонаторе:

$$\frac{dE_m}{dt} + i(\omega_{cm} - \omega_m)E_m + \frac{E_m}{T_c} = 2\pi i\omega_m(\chi_{am} + \chi_{bm})E_m\,, \tag{1}$$

Здесь

$$\chi_m = \int\limits_{V_c} P_m(\boldsymbol{r}, t)\,\varphi_m(\boldsymbol{r})\,d^3\boldsymbol{r}/V_c E_m \tag{2}$$

— m-я компонента восприимчивости среды, P_m — m-я гармоника комплексной поляризации, определяемая выражением $P = \sum\limits_{m=1}^{r}[P_m\exp(-i\omega_m t) + \text{к. с.}]/2$, $\varphi_m(\boldsymbol{r})$ — собственные функции резонатора, удовлетворяющие условию ортогональности $\int\limits_{V_c}\varphi_m\varphi_n d^3\boldsymbol{r} = V_c\delta_{m,n}$, V_c — объем резонатора, ω_{cm} — спектр собственных частот резонатора, ω_m — спектр генерируемых частот, T_c — время жизни фотона в резонаторе. Индексом «a» отмечена восприимчивость активной среды, а индексом «b» — среды, играющей роль нелинейного фильтра. Данные уравнения были проанализированы в [2] для случая насыщающегося фильтра и в [1] — для случая резонансного фильтра, обладающего расщепленным уровнем.

Прежде всего, найдем восприимчивость ВКР-фильтра в многочастотном поле. Следуя методу усреднения [3] до второго порядка включительно, запишем укороченные уравнения для комплексной амплитуды недиагонального элемента матрицы плотности σ_{21} и разности диагональных элементов $\eta = \sigma_{22} - \sigma_{11}$ низкочастотного перехода, резонансного межмодовой частоте, при условии $\Delta\omega\tau_2 \gg 1$:

$$\left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau_2} + i\omega_s\right)\sigma_{12} = \frac{i\eta}{\hbar^2}\sum_{f=1}^{r-l} E_f E^*_{f+l}\,\varphi_f\,\varphi_{f+l}\times$$
$$\times\sum_k d_{k2}\,d_{1k}\left(\frac{1}{\omega_{f+l} - \omega_{k1}} + \frac{1}{\omega_f + \omega_{k1}}\right), \tag{3}$$

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{\eta - \eta_0}{\tau_1} - \frac{4}{\hbar^2}\,\mathrm{Im}\left[\sigma_{12}\sum_{f=1}^{r-l} E_f E^*_{f+l}\,\varphi_f\,\varphi_{f+l}\sum_k d_{k2}\,d_{1k}\times\right.$$

$$\times\left(\frac{1}{\omega_{f+l}-\omega_{k1}}+\frac{1}{\omega_f+\omega_{k1}}\right)\Bigg].$$

Здесь d_{ik} — матричный элемент дипольного момента перехода i—k, τ_1, τ_2 — продольное и поперечное времена релаксации, ω_{k1} — частота перехода между k-м и 1-м уровнями, ω_s — штарковский сдвиг частоты, η_0 — равновесное значение разности населенностей. Ограничимся анализом не слишком интенсивных полей $r\hbar^{-2}|d|^2|E|^2 \ll \omega/\sqrt{\tau_1\tau_2}$, когда насыщение разности населенностей несущественно и штарковский сдвиг мал, $\omega_s = \tau_2^{-1}$. В пренебрежении нерезонансными слагаемыми в (3) установившееся решение имеет вид

$$\sigma_{12}=\frac{i\eta_0\tau_2}{\hbar^2}\sum_{f=1}^{r-l}\sum_k\frac{d_{k2}\,d_{1k}\,E_f\,E_{f+l}^{*}\,\varphi_f\,\varphi_{f+l}}{\omega_{f+l}-\omega_{k1}},\quad \eta=\eta_0. \tag{4}$$

Оптическая поляризация определяется выражением [3]

$$P=N\sum_k[d_{1k}\sigma_{k1}\exp(-i\omega_{k1}t)+d_{2k}\sigma_{k2}\exp(-i\omega_{k2}t)+\text{к.с.}]; \tag{5}$$

$$\sigma_{k1}=-\frac{1}{\hbar}\sum_{j=1}^{r}\left\{\frac{\sigma_{11}\,d_{k1}\,E_j\,\varphi_j\exp[i(\omega_{k1}-\omega_j)t]}{\omega_{k1}-\omega_j}+\frac{\sigma_{21}\,d_{k2}\,E_j\,\varphi_j\exp[i(\omega_{k2}-\omega_j)t]}{\omega_{k2}-\omega_j}\right\},$$

$$\sigma_{k2}=-\frac{1}{\hbar}\sum_{j=1}^{r}\left\{\frac{\sigma_{22}\,d_{k2}E_j\,\varphi_j\exp[i(\omega_{k2}-\omega_j)t]}{\omega_{k2}-\omega_j}+\frac{\sigma_{12}\,d_{k1}\,E_j\,\varphi_j\exp[i(\omega_{k1}-\omega_j)]}{\omega_{k1}-\omega_j}\right\}. \tag{6}$$

Здесь N — концентрация молекул среды. Подставляя (6) в (5) и учитывая, что от интенсивностей мод зависят лишь недиагональные элементы матрицы плотности (см. (4)), можно получить m-ю компоненту нелинейной поляризации среды:

$$P_m^{Nl}=-\frac{2N}{\hbar}\sum_k\left[\frac{d_{1k}\,d_{k2}\,E_{m-l}\,\varphi_{m-l}\,\sigma_{21}}{\omega_{k2}-\omega_{m-l}}+\frac{d_{2k}\,d_{k1}\,E_{m+l}\,\varphi_{m+l}\,\sigma_{12}}{\omega_{k1}-\omega_{m+l}}\right]. \tag{7}$$

Для дальнейшего потребуются лишь фазовые уравнения, которые получаются из (1) при замене $E_m=|E_m|\exp(i\psi_m)$:

$$\frac{d\psi_m}{dt}+\tilde{\omega}_{cm}-\omega_m=2\pi\omega_m\,\mathrm{Re}\,(\chi_{am}^{Nl}+\chi_{bm}^{Nl}). \tag{8}$$

Линейная восприимчивость включена в $\tilde{\omega}_{cm}$, а развернутое выражение для действительной части восприимчивости ВКР-фильтра получается при подстановке (4) в (7) и (7), в свою очередь, в (2):

$$\mathrm{Re}\,\chi_{bm}^{Nl}=\frac{2N\eta_0\tau_2}{\hbar^3 V_c}\sum_k\sum_p\sum_{f=1}^{r-l}\frac{d_{k1}\,d_{2k}\,d_{p2}\,d_{1p}}{\omega_{p1}-\omega_{f+l}}\int_{V_c}\frac{|E_{f+l}||E_f|}{|E_m|}\times$$
$$\times\varphi_m\,\varphi_{f+l}\,\varphi_f\left[\frac{|E_{m+l}|\,\varphi_{m+l}\sin\psi_{m,f}}{\omega_{k1}-\omega_{m+l}}-\frac{|E_{m-l}|\,\varphi_{m-l}\sin\psi_{f,m-l}}{\omega_{k2}-\omega_{m-l}}\right]d^3r. \tag{9}$$

Здесь $\psi_{k,n}=\psi_k-\psi_{k+l}-(\psi_n-\psi_{n+l})$; k, n — индексы мод. В выражение (9) входят синусы фазовых комбинаций $\psi_{k,n}$. Следовательно, в пренебрежении дисперсией (неэквидистантностью частот $\tilde{\omega}_{cm}$) и комбинационным взаимодействием мод в активной среде уравнению (8) удовлетворяют стационарные фазовые соотношения режима синхронизации $\psi_{k,n}=0$. Необходимыми условиями синхронизации здесь, как и при синхронизации другими нелинейными фильтрами [2], являются преобладание нелинейности фильтра над дисперсией и нелинейностью активной среды. С учетом того, что оценка суммы в (9), как и в резонансном случае [1], максимальна при $l\sim r/2$,

$$|\mathrm{Re}\,\chi_b^{Nl}|\sim 8\pi\tau_2 N|d|^4\eta_0 l/\hbar^3\omega^2 c, \tag{10}$$

можно показать, что необходимые условия синхронизации имеют вид

$$|D|\ll 2\pi\omega|\mathrm{Re}\,\chi_b^{Nl}|/r^2; \tag{11}$$

$$N\eta_0\gg\hbar\,|d_a|^2\omega T_{2a}/\Delta\omega\tau_2 T_c|d|^4. \tag{12}$$

Условие (11) определяет допустимую исходную неэквидистантность частот $D=\omega_{k+1}-2\omega_k+\omega_{k-1}$, а условие (12) — требующуюся для синхронизации плотность фильтра. Индексом «a» отмечены параметры активной среды: $I = cr|E|^2/8\pi$, $\omega \sim \omega_k$, $E \sim E_k$, $d \sim d_{k1} \sim d_{k2}$. Отличие выражений (10)—(12) от резонансного случая [1] состоит в том, что в последнем всюду вместо η_0 входит η_0^{opt} — разность населенностей оптических переходов, а ω заменено на $\delta\omega$ — ширину линии поглощения резонансного фильтра. Таким образом, при одинаковых параметрах низкочастотного перехода когерентное взаимодействие в резонансном случае в $(\omega/\delta\omega)^2\eta_0^{opt}/\eta_0$ раз эффективней. Однако оценки показывают, что нелинейность ВКР-фильтра, в принципе, может оказаться достаточной для преодоления дисперсии и нелинейности активной среды. Например, для выполнения необходимых условий синхронизации (11), (12) твердотельного лазера с параметрами $I \sim 10$ МВт/см^2, $|d_a|^2 \sim 10^{-41}$ ед. CGSE, $T_{2a} \sim 10^{-13}$ с, $T_c \sim 10^{-7}$ с, $L_a/L_0 \sim 1/4$, $\Delta\omega \sim 10^9$ с$^{-1}$, $r \sim 10^2$, $\partial n/\partial\omega \sim 2\cdot 10^{-17}$ с$^{-1}$ (n — показатель преломления, L_0 — длина резонатора) можно использовать ВКР-фильтр на основе сверхтонкого расщепления в парах натрия (например, на переходе $F=2$, $m_F=0 \longleftrightarrow F=1$, $m_F=0$) с параметрами $N \sim 10^{15}$ см$^{-3}$, $\tau_2 \sim 10^{-6}$ с, $\Omega \sim 10^{10}$ с$^{-1}$, $|d|^2 \sim 10^{-36}$ ед. CGSE. При проверке условия (11) считалось, что дисперсия обусловлена матрицей активной среды [2]: $D \approx (\partial n/\partial\omega)(r\Delta\omega)^2 L_a/L_0$.

Таким образом, ВКР-нелинейность наряду с резонансными нелинейностями может быть использована для пассивной синхронизации мод лазера. Преимуществами ВКР-фильтра по сравнению с насыщающимся поглотителем и резонансной средой с расщепленным уровнем являются неселективность по отношению к частоте генерации лазера, а также отсутствие потерь на резонансное поглощение поля.

Автор благодарен Я. И. Ханину и В. Б. Цареградскому за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочаровская О. А., Ханин Я. И., Цареградский В. Б. — Квантовая электроника, 1985, 12, № 6, с 1227.
2. Ханин Я. И. — Квантовая электроника, 1978, 5, № 3, с. 591.
3. Бутылкин В. С., Каплан А. Е., Хронопуло Ю. Г., Якубович Е. И. Резонансные взаимодействия света с веществом. — М.: Наука, 1977.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 5 июня 1985 г.

УДК 681.511:621.317.76.089.68

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КРУТИЗНЫ ДИСКРИМИНАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВУХКОНТУРНОЙ СИСТЕМЫ АПЧ В КВАНТОВОМ СТАНДАРТЕ ЧАСТОТЫ

С. А. Козлов, В. А. Логачев

В настоящей работе, являющейся продолжением [1], проводится расчет крутизны дискриминационных характеристик в пассивном водородном стандарте частоты (ПВСЧ) с учетом эффекта насыщения спектральной линии в частном, но наиболее распространенном на практике случае быстрой модуляции фазы сигнала возбуждения квантового дискриминатора (частота модуляции Ω_1 много больше полуширины спектральной линии излучения атомов γ).

Для работы системы АПЧ сигнал, возбуждающий квантовый дискриминатор, подвергается фазовой модуляции двумя частотами и может быть записан в виде

$$H_{\text{внеш}}(t) = H_0 \cos[\omega t + m_1 \sin\Omega_1 t + m_2 \sin\Omega_2 t] = = H_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_n(m_1) J_k(m_2) \cos(\omega + n\Omega_1 + k\Omega_2)t, \quad (1)$$

где m_1, m_2 — индексы фазовой модуляции на частотах Ω_1 и Ω_2; $J_n(m_1)$, $J_k(m_2)$ — функции Бесселя первого рода порядка n и k. При этом выполняется

$$\beta \gg \Omega_1 \gg \gamma, \quad \Omega_1 \ll \Omega_2 \approx \beta, \quad (2)$$

где β — полуширина полосы резонатора квантового дискриминатора.

Квантовый дискриминатор описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений (см. выражение (3) работы [1]). При выполнении условий (2) из всего спектра, описываемого выражением (1), с атомами взаимодействует только несущая, поэтому вынужденное решение системы нелинейных уравнений при внешнем воздействии (1) будем искать в виде