

УДК 537.872

ЭНЕРГИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ДИПОЛЕЙ, НАХОДЯЩИХСЯ ВНУТРИ ИЛИ ВНЕ ШАРА

Н. П. Романов

Приводятся выражения для электромагнитного поля элементарного электрического и магнитного излучателей (диполей) в присутствии шара. Выражения для поля в виде разложения по векторным волновым сферическим функциям позволяют с помощью полученных ранее выражений для потока энергии парциальных волн вычислять поток энергии этих диполей в произвольной сферической области с центром, совпадающим с центром шара. Из анализа частных случаев следует, что для непоглощающих сред отношение потоков энергии внутреннего и внешнего диполей с одинаковой амплитудой, расположенных вблизи поверхности шара, не зависит от радиуса шара и определяется только величиной относительного показателя преломления и относительной магнитной проницаемости. Дается интерпретация модели элементарных излучателей для описания комбинационного рассеяния и люминесценции.

Модель элементарного электрического излучателя (электрического диполя) используется в настоящее время для расчета некогерентного рассеяния (люминесценция, комбинационное рассеяние) молекулами вещества, находящегося в форме сферических образований [1-3]. При этом амплитуда диполя предполагается пропорциональной величине напряженности возбуждающего электрического поля в месте его расположения. Однако влияние граничных условий на поверхности сферической частицы сказывается как на перераспределении потока энергии диполя по направлениям, так и на интегральной величине потока энергии [4]. Поэтому в зависимости от вида некогерентного рассеяния нормировка амплитуды диполя должна вестись или по амплитуде возбуждающего поля, или по энергии излучения. В последнем случае необходимо уметь вычислять поток энергии диполя, расположенного внутри или снаружи шара. Определение потока энергии элементарных излучателей в присутствии шара представляет интерес также и в теории антенн для расчета сопротивления излучателей. Имеющиеся к настоящему времени результаты, кроме краткого сообщения [4], позволяют проводить расчет энергии излучения электрического и магнитного диполей только в присутствии плоской границы [5-7]. В настоящей работе приводится вывод и анализ выражений для энергии излучения электрического и магнитного диполей, расположенных внутри или вне шара.

Исходные формулы. Будем характеризовать среду диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостями. Временная зависимость величин $e^{-i\omega t}$ в дальнейшем опускается. Волновые числа первого (k_1) и второго (k_2) рода и обычное волновое число среды k и вакуума k_0 с использованием скорости света c в вакууме связаны соотношениями

$$k_1 = \epsilon\omega/c, \quad k_2 = \mu\omega/c, \quad k^2 = k_1 k_2, \quad k_0 = \omega/c. \quad (1)$$

В предыдущей работе автора [8] показано, что в случае, когда в сферической системе координат r, θ, φ электрическое поле \mathbf{E} представлено в виде разложения по сферическим векторным волновым

функциям m и n [8, 9], соответствующим парциальным волнам магнитного и электрического типа соответственно,

$$E(kr, \theta, \varphi) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{j=0}^1 [A_{l,m} \cdot n_{l,m,j}^u(kr, \theta, \varphi) + B_{l,m,j} m_{l,m,j}^v(kr, \theta, \varphi)], \quad (2)$$

средний поток энергии W через замкнутую сферическую поверхность с центром в начале координат выражается в виде суммы потоков энергии парциальных волн электрического $W_{l,m,j}^e$ и магнитного $W_{l,m,j}^m$ типа, выражения для которых не зависят от j :

$$W = \sum_{l,m,j} [W_{l,m,j}^e + W_{l,m,j}^m], \quad (3)$$

где

$$W_{l,m,j}^{e,m}(r) = \frac{ic(1+\delta)}{8kk^*k_2k_2^*} \frac{l(l+1)}{2l+1} \frac{(l+m)!}{(l-m)!} \times \\ \times \left\{ [kk_2^* u_l(kr) u_l'^*(kr) - k^* k_2 u_l^*(kr) u_l'(kr)] |A_{l,m}|^2 \right. \\ \left. + [k^* k_2 v_l(kr) v_l'^*(kr) - kk_2^* v_l^*(kr) v_l'(kr)] |B_{l,m,j}|^2 \right\}.$$

Здесь u_l и v_l — функции Рикатти — Бесселя первого рода ψ_l , второго рода χ_l или их комбинации с постоянными коэффициентами, $\delta=1$ при $m=0$, $\delta=0$ при $m \neq 0$, * — знак комплексно-сопряженной величины. В непоглощающей среде поток энергии расходящихся парциальных волн, описываемых функциями $\eta_l = \psi_l - i\chi_l$, не зависит от r и имеет вид

$$W_{l,m,j}^{e,m}(\eta) = \frac{c(1+\delta)}{4kk_2} \frac{l(l+1)}{2l+1} \frac{(l+m)!}{(l-m)!} \left\{ |A_{l,m}|^2 \right. \\ \left. + |B_{l,m,j}|^2 \right\}. \quad (4)$$

Имеющиеся к настоящему времени решения задачи взаимодействия диполей с шаром [10, 11] используют скалярные потенциалы Дебая. Выражение этих решений в виде (2) в настоящей работе проводится путем сопоставления полей, полученных дифференцированием потенциалов Дебая с выражениями для векторов m и n [8], и приводится ниже.

Представление электрического поля дипольных излучателей в присутствии шара с помощью сферических векторных волновых функций. В настоящей работе будем рассматривать диполи, расположенные на расстоянии b в положительном направлении оси z . Для безграничной среды путем указанного выше сравнения получаем, что отличные от нуля амплитуды парциальных волн электрических диполей, направленных вдоль оси z , x , y ($A_{l,m,j}(p_z)$, $B_{l,m,j}(p_x)$ и т. д.) и соответствующих магнитных диполей ($A_{l,m,j}(q_z)$, $B_{l,m,j}(q_x)$ и т. д.), равны

$$\frac{A_{l,0,1}^{\psi,\eta}(p_z)}{A_p} = \frac{B_{l,0,1}^{\psi,\eta}(q_z)}{B_q} = \frac{2l+1}{(kb)^2} \left\{ \psi_l(kb) \right. \\ \left. \eta_l(kb) \right\}, \\ \frac{A_{l,1,1}^{\psi,\eta}(p_x)}{A_p} = \frac{A_{l,1,0}^{\psi,\eta}(p_y)}{A_p} = \frac{B_{l,1,1}^{\psi,\eta}(q_x)}{B_q} = \frac{B_{l,1,0}^{\psi,\eta}(q_y)}{B_q} = \frac{2l+1}{l(l+1)kb} \left\{ \psi_l'(kb) \right. \\ \left. \eta_l'(kb) \right\}, \quad (5) \\ \frac{B_{l,1,0}^{\psi,\eta}(p_x)}{A_p} = \frac{-B_{l,1,1}^{\psi,\eta}(p_y)}{A_p} = \frac{A_{l,1,0}^{\psi,\eta}(q_x)}{B_q} = \frac{-A_{l,1,1}^{\psi,\eta}(q_y)}{B_q} = \\ = \frac{2l+1}{l(l+1)kb} \left\{ \psi_l(kb) \right. \\ \left. \eta_l(kb) \right\}.$$

где амплитуды A^ψ , B^ψ , выражающиеся через $\psi_l(kb)$ или $\psi_l'(kb)$, соответствуют условию $r > b$, при котором $u_l = v_l = \eta_l(kr)$, а амплитуды A^η , B^η и $u_l = v_l = \psi_l(kr)$ — условию $r < b$. Амплитуды A_p и B_q выражаются через амплитуды p электрического и q магнитного диполей соотношениями

$$A_p = k_0 k_2 k p, \quad B_q = i k_2 k^2 q. \quad (6)$$

Амплитуды $A_{l,m,j}$ и функции u_l разложения (2) поля внешних диполей в присутствии шара радиуса a (среда II с k_2^{II} , k_2^{I}), расположенного в среде I (k_1^{I} , k_2^{I}) для различных ориентаций диполей запишем в виде

$$\begin{aligned} A_{l,m,j} &= A_{l,m,i}^{\eta} (k^{\text{I}} b, p_z, q_z, \dots), \\ u_l &= \{ a_l^{\text{I,II}} \psi_l(k^{\text{II}} r), \quad r \leq a; \quad \psi_l(k_2^{\text{I}}) + a_l^{\text{I,I}} \eta_l(k^{\text{I}} r), \quad a \leq r < b, \\ & [A_{l,m,i}^{\psi} (k^{\text{I}} b, p_z, q_z, \dots) / A_{l,m,i}^{\eta} (k^{\text{I}} b, p_z, q_z, \dots) + a_l^{\text{II,I}}] \times \\ & \times \eta_l(k^{\text{I}} r), \quad b < r \}, \quad a < b. \end{aligned} \quad (7)$$

Для внутренних диполей аналогичные величины имеют вид

$$\begin{aligned} A_{l,m,j} &= A_{l,m,i}^{\psi} (k^{\text{II}} b, p_z, q_z, \dots), \\ u_l &= \{ [A_{l,m,j}^{\eta} (k^{\text{II}} b, p_z, q_z, \dots) / A_{l,m,j}^{\psi} (k^{\text{II}} b, p_z, q_z, \dots) + \\ & + a_l^{\text{II,II}}] \psi_l(k^{\text{II}} r), \quad r < b; \quad \eta_l(k^{\text{II}} r) + a_l^{\text{I,II}} \psi_l(k^{\text{II}} r), \\ & b < r \leq a; \quad a_l^{\text{II,I}} \eta_l(k^{\text{I}} r), \quad a \leq r \}, \quad b < a. \end{aligned} \quad (8)$$

Выражения для $B_{l,m,j}$ и v_l в обоих случаях получаются из выражений (7), (8) заменой $A_{l,m,j}$ и a_l на соответствующие величины $B_{l,m,j}$ и b_l . Выражения для относительных амплитуд a_l и b_l , имеющиеся в [12], с использованием обозначений $n_{21} = k^{\text{II}}/k^{\text{I}}$, $\mu_{21} = k_2^{\text{II}}/k_2^{\text{I}}$, $x = k^{\text{I}} a$, $y = k^{\text{II}} a$ записываются в виде

$$\begin{aligned} a_l^{\text{II,I}} &= a_l^{\text{I,II}} / n_{21} \mu_{21} = -i / \Phi_l^{\eta}, \quad b_l^{\text{II,I}} = b_l^{\text{I,II}} / n_{21} \mu_{21} = -i / \Phi_l^{\psi}, \\ a_l^{\text{I,I}} &= [\mu_{21} \psi_l'(y) \psi_l(x) - n_{21} \psi_l(y) \psi_l'(x)] / \Phi_l^{\eta}, \\ b_l^{\text{I,I}} &= [n_{21} \psi_l'(y) \psi_l(x) - \mu_{21} \psi_l(y) \psi_l'(x)] / \Phi_l^{\psi}, \\ a_l^{\text{II,II}} &= [\mu_{21} \eta_l'(y) \eta_l(x) - n_{21} \eta_l(y) \eta_l'(x)] / \Phi_l^{\eta}, \\ b_l^{\text{II,II}} &= [n_{21} \eta_l'(y) \eta_l(x) - \mu_{21} \eta_l(y) \eta_l'(x)] / \Phi_l^{\psi}, \\ \Phi_l^{\eta} &= n_{21} \psi_l(y) \eta_l'(x) - \mu_{21} \psi_l'(y) \eta_l(x), \\ \Phi_l^{\psi} &= \mu_{21} \psi_l(y) \eta_l'(x) - n_{21} \psi_l'(y) \eta_l(x). \end{aligned} \quad (9)$$

Отметим, что выражения для функций u и v , а также относительных амплитуд a_l и b_l справедливы для любого источника излучения в присутствии шара. Подстановка этих функций, а также амплитуд $A_{l,m,j}$ и $B_{l,m,j}$ из (5) в выражения (3) или (4) и суммирование по ненулевым парциальным волнам их потоков энергии решает задачу вычисления потоков энергии дипольных излучателей в присутствии шара через сферическую поверхность с произвольным радиусом и для произвольных сред I и II. Явный вид формул при этом получается громоздким. Поэтому ниже рассмотрим наиболее интересный для практики случай непоглощающей внешней среды, для которого формулы потоков энергии принимают более простой вид.

Поток энергии диполей в присутствии шара, расположенного в непоглощающей среде. Выражения для потоков энергии внутренних радиального ($p_r = p_z$) и тангенциального ($p_t = p_x, p_y$) электрических диполей во внешнюю среду $W_{p_r}^{I,I}$ и $W_{p_t}^{I,I}$ в этом случае получаются с использованием выражения (4) и принимают вид

$$W_{p_r}^{I,I} = \frac{c |A_p^{II}|^2}{2k^I k_2^I |k^{II} b|^4} \sum_{l=1}^{\infty} l(l+1)(2l+1) \left| \frac{\psi_l(k^{II} b)}{\Phi_l^{\circ}} \right|^2, \quad (10)$$

$$W_{p_t}^{I,I} = \frac{c |A_p^{II}|^2}{4k^I k_2^I |k^{II} b|^2} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) \left[\left| \frac{\psi_l'(k^{II} b)}{\Phi_l^{\circ}} \right|^2 + \left| \frac{\psi_l(k^{II} b)}{\Phi_l^M} \right|^2 \right], \quad r \gg a > b.$$

Для внешнего электрического диполя поток энергии через поверхность, содержащую внутри себя диполь, имеет вид

$$W_{p_r}^{I,I} = \frac{c (A_p^I)^2}{2k^I k_2^I (k^I b)^4} \sum_{l=1}^{\infty} l(l+1)(2l+1) |\psi_l(k^I b) + a_l^{I,I} \eta_l(k^I b)|^2, \quad (11)$$

$$W_{p_t}^{I,I} = \frac{c (A_p^I)^2}{4k^I k_2^I (k^I b)^2} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) [|\psi_l'(k^I b) + a_l^{I,I} \eta_l'(k^I b)|^2 + |\psi_l(k^I b) + b_l^{I,I} \eta_l(k^I b)|^2], \quad r > b > a.$$

Для непоглощающего шара выражение (11) определяет полный поток энергии диполя. В случае поглощающего шара имеется также поток энергии внутрь шара, через его поверхность. Этот поток определяется с использованием выражения (3) при $r=a$ и при действительных значениях величин ϵ^I, μ^I и μ^{II} принимает вид

$$W_{p_r}^{I,II} = -\frac{ck_2^{II} (A_p^I)^2}{2(k^I)^2 (k_2^I)^2 (k^I b)^4} \sum_{l=1}^{\infty} l(l+1)(2l+1) \left| \frac{\eta_l(k^I b)}{\Phi_l^{\circ}} \right|^2 \times \quad (12)$$

$$\times \text{Im} [k^{II} \psi_l(y) \psi_l^{**}(y)],$$

$$W_{p_t}^{I,II} = -\frac{ck_2^{II} (A_p^I)^2}{2(k^I)^2 (k_2^I)^2 (k^I b)^2} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) \left\{ \left| \frac{\eta_l'(k^I b)}{\Phi_l^{\circ}} \right|^2 \times \right.$$

$$\left. \times \text{Im} [k^{II} \psi_l(y) \psi_l^{**}(y)] + \left| \frac{\eta_l(k^I b)}{\Phi_l^M} \right| \text{Im} [k^{II*} \psi_l(y) \psi_l^{**}(y)] \right\}, \quad r=a < b.$$

Поскольку потоки энергии (12) направлены внутрь шара, они отрицательны по величине, и поэтому полный поток энергии излучения внешнего диполя в присутствии поглощающего шара $W^{I,III}$ определяется разностью выражений (11), (12) для радиального и тангенциального диполей соответственно:

$$W_{p,q}^{I,III} = W_{p,q}^{I,I} - W_{p,q}^{I,II}. \quad (13)$$

Выражения для потоков энергии магнитного диполя W_{q_r, q_t} получаются из соответствующих выражений (10)–(12), в которых величины $|A_p|^2$ заменяются на $|B_q|^2$, Φ_l° на Φ_l^M , a_l на b_l , k^{II} на k^{II*} и наоборот.

Выражения (10)—(12) имеют достаточно простой вид, однако их анализ в случае произвольных величин kb , x и y возможен только с помощью численных методов. Поэтому рассмотрим несколько частных случаев. Поскольку особый интерес представляют величины отношений потоков энергии диполей в присутствии шара к потокам энергии тех же диполей в безграничной среде $\beta_{p,q}^I = W_{p,q}^{I,u} / W_{p,q}^I$, $\beta_{p,q}^{II} = W_{p,q}^{II,u} / W_{p,q}^{II}$, рассмотрим вначале выражения для $W_{p,q}$.

1. *Диполь в безграничной непоглощающей среде.* Для диполей, находящихся в центре координат, с учетом первого члена разложения $\psi_l(\rho) = \rho^{l+1} / (2l+1)!!$ [13] из (5) получаем, что отличны от нуля только амплитуды $A_{l,m,j}^\psi(\rho)$ и $B_{l,m,j}^\psi(q)$ с $l=1$, а именно:

$$\begin{aligned} A_{1,0,1}^\psi(p_z) &= A_{1,1,1}^\psi(p_x) = A_{1,1,0}^\psi(p_y) = A_p, \\ B_{1,0,1}^\psi(q_z) &= B_{1,1,1}^\psi(q_x) = B_{1,1,0}^\psi(q_y) = B_q. \end{aligned} \quad (14)$$

Из (14) с использованием (4) получаем, что средние энергии электрического W_p и магнитного W_q диполей определяются выражениями

$$\begin{aligned} W_p &= \frac{ck_0^2 k_2 k}{3} p^2 = \epsilon^{1/2} \mu^{3/2} W_p^{\text{вак}}, \\ W_q &= \frac{ck_2 k^3 q^2}{3} = \epsilon^{3/2} \mu^{5/2} W_q^{\text{вак}}, \end{aligned} \quad (15)$$

которые отличаются от потоков энергии соответствующих диполей в вакууме $W_{p,q}^{\text{вак}}$ множителями, характеризующими влияние среды. Для смещенных диполей выражения для потоков энергии $W_{p,q}^{\text{см}}$ получаются с использованием амплитуд (5) и имеют вид

$$W_{p,r,q,r}^{\text{см}} = \frac{3}{2(kb)^4} \sum_{l=1}^{\infty} l(l+1)(2l+1) \psi_l^2(kb) W_{p,q}, \quad (16)$$

$$W_{p,r,q,t}^{\text{см}} = \frac{3}{4(kb)^2} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) [\psi_l'^2(kb) + \psi_l^2(kb)] W_{p,q}, \quad r > b.$$

Из независимости потоков энергии в безграничной среде от положения и ориентации диполей следует, что для действительных величин ρ должны иметь место соотношения

$$\sum_{l=1}^{\infty} l(l+1)(2l+1) \psi_l^2(\rho) = \frac{2}{3} \rho^4; \quad (17)$$

$$\sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) [\psi_l'^2(\rho) + \psi_l^2(\rho)] = \frac{4}{3} \rho^2. \quad (18)$$

Независимое доказательство, проведенное с использованием формул разложения ρ в произвольной степени по функциям Бесселя [14] и дифференциального уравнения для функций Рикатти—Бесселя, показывает, что соотношения (17), (18) справедливы и при комплексных ρ . Отметим, что эти соотношения могут быть использованы для контроля правильности вычисления функций ψ_l при суммировании рядов.

2. *Диполь в центре непоглощающего шара.* При этом, как указывалось выше, в выражениях для полей, а следовательно, и в (10)

остаются только члены с $l=1$. Для малых шаров, оставляя в (10) первые члены разложения функции $\psi_l(\rho)$ и $\chi_l(\rho) = (2l-1)!!\rho^{-l}$ [13], получаем

$$\beta_p^{II} = \frac{9\mu_{21}}{n_{21} (n_{21}^2 + 2\mu_{21}^2)}, \quad \beta_q^{II} = \frac{9\mu_{21}}{n_{21}^3 (\mu_{21} + 2)^2}, \quad x, y \ll 1, \quad (19)$$

откуда следует, что при $n_{21} > 1$, $\mu_{21} \geq 1$ поток энергии как электрического, так и магнитного диполей из малого шара меньше такового в безграничной среде. Для больших шаров, используя асимптотику функций $\eta_l(\rho) = (-i)^{l+1}e^{i\rho}$, имеем

$$\beta_p^{II} = \frac{n_{21} \mu_{21}}{n_{21}^2 \cos^2 y + \mu_{21}^2 \sin^2 y}, \quad \beta_q^{II} = \frac{n_{21} \mu_{21}}{n_{21}^2 \sin^2 y + \mu_{21}^2 \cos^2 y}, \quad x, y \gg 1, \quad (20)$$

откуда следует, что для больших шаров относительная величина потока энергии диполей осциллирует с периодом $\Delta y = \pi$. Проведя усреднение по этому периоду, получаем $\bar{\beta}_p^{II} = \bar{\beta}_q^{II} = 1$, т. е. в среднем потоки энергии диполей из центра большого шара совпадают с таковыми в безграничной среде.

3. *Диполь вблизи границы непоглощающего шара.* Поток энергии внутреннего диполя в этом случае определяется выражением (10) при $k^{II}b = y$, а внешнего — выражением (11) при $k^Ib = x$. Проводя преобразование (11) с учетом вронскиана функций ψ , η и сопоставляя его с (10) при $k^{II}b = y$, находим, что отношение потоков энергий диполей с одинаковой амплитудой, находящихся с разных сторон поверхности шара, не зависит от радиуса шара и равно:

$$W_{p_r}^{I,I} (k^I b = x) / W_{p_r}^{II,I} (k^{II} b = y) = n_{21}^4 \mu_{21}^{-2}, \quad (21)$$

$$W_{p_t}^{I,I} (k^I b = x) / W_{p_t}^{II,I} (k^{II} b = y) = 1;$$

$$W_{q_r}^{I,I} (k^I b = x) / W_{q_r}^{II,I} (k^{II} b = y) = 1,$$

(22)

$$W_{q_t}^{I,I} (k^I b = x) / W_{q_t}^{II,I} (k^{II} b = y) = \mu_{21}^{-2}.$$

Ввиду независимости от радиуса шара соотношения (21), (22) должны иметь место и для плоской границы. Действительно, сопоставление (21), (22) с аналогичными соотношениями, полученными в [6] для плоской границы сред с $\mu^I = \mu^{II} = 1$, показывает совпадение их для этого случая.

Результаты численных расчетов. Численные расчеты были проведены для шара с $n_{21} = 1,33$, $\mu_{21} = 1$, что соответствует излучению диполей в видимом диапазоне длин волн, расположенных внутри или вне водяной капли. На рис. 1 представлена зависимость от y относительных потоков энергии электрического (сплошные) и магнитного (штриховые кривые) диполей, расположенных внутри шара. Кривые 1 и 2 относятся к радиальным и тангенциальным диполям соответственно, расположенным у поверхности шара ($\beta_{p_r}^{II}$, $\beta_{q_r}^{II}$ и $\beta_{p_t}^{II}$, $\beta_{q_t}^{II}$ при $k^{II}b = y$), а кривая 3 — к диполям, расположенным в центре шара ($\beta_{p,q}^{II}$ при $k^{II}b = 0$). Дополнительно прямыми линиями в правой части рисунка, имеющими номера со штрихом, представлены соответствующие величины относительных потоков энергии диполей, расположенных у плоской поверхности с тем же показателем преломления, рассчитанные по данным работы [6]. Из поведения кривых 1 на рис. 1 следует, что для центральных диполей асимптотическая зависимость (20) хорошо выполняется при $y > 6$, а приближение малых y (19) справедливо при

$y < 0,3$. Относительные потоки энергии диполей вблизи внутренней поверхности шара испытывают осцилляции с периодом $\Delta y \approx 1,1$, при этом их средние значения с ростом y стремятся к соответствующим величинам для плоской поверхности.

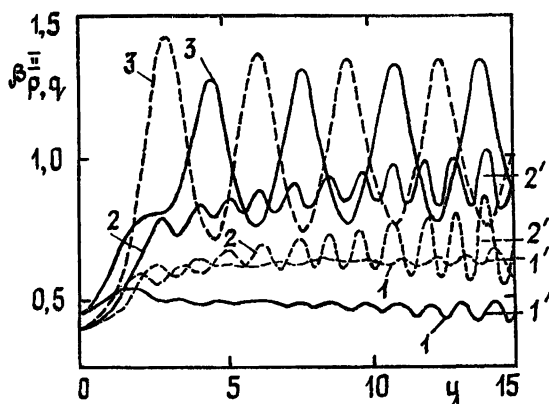


Рис. 1. Зависимость относительных потоков энергии излучения электрического β_p^{II} (сплошные кривые) и магнитного β_q^{II} (штриховые) диполей расположенных внутри шара с $n_{21}=1,33$, $\mu_{21}=1$, от величины y . Кривые 1— $\beta_{p,q,r}(k^{II}b=y)$, 2— $\beta_{p,q,t}(k^{II}b=y)$, 3— $\beta_{p,q}(k^{II}b=0)$, кривые 1' и 2' — аналогичные величины для плоской границы.

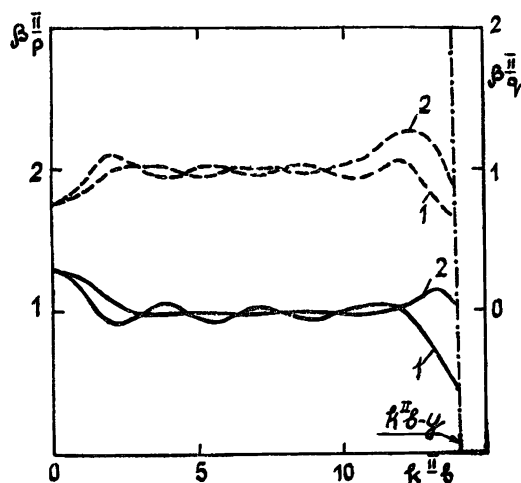


Рис. 2. Зависимость величин $\beta_{p,q}^{II}$ внутренних диполей от $k^{II}b$ при $y=14,1$.

На рис. 2 представлена зависимость $\beta_{p,q}^{II}$ от положения диполей внутри шара, т. е. от величины $k^{II}b$, а на рис. 3 — зависимость $\beta_{p,q}^I$ от безразмерного расстояния внешних диполей от поверхности шара $k^{Ib} - x$ при $y=14,1$, при котором достигается один из максимумов $\beta_{p,q}^{II}(k^{II}b)$. При этом кривые для магнитных диполей сдвинуты вверх на единицу и имеют шкалу в правой части рисунков. Номера и обозначения кривых аналогичны рис. 1. Из рис. 2, 3 видно, что влияние шара сказывается на потоки энергии диполей только вблизи центра шара и у его поверхности.

Особенности использования моделей элементарных излучателей для описания комбинационного рассеяния и люминесценции. Комбинационное рассеяние света КР описывается классической моделью вынужденных колебаний электрического дипольного момента молекулы, модулируемых колебаниями ее скелета [15]. Энергия излучения диполя на смещенных частотах составляет незначительную часть энергии наведенного дипольного момента и поэтому не влияет на амплитуду его колебаний. Следовательно, в случае КР поток энергии определяется как амплитудой диполя, пропорциональной напряженности внешнего поля, так и положением его в шаре.

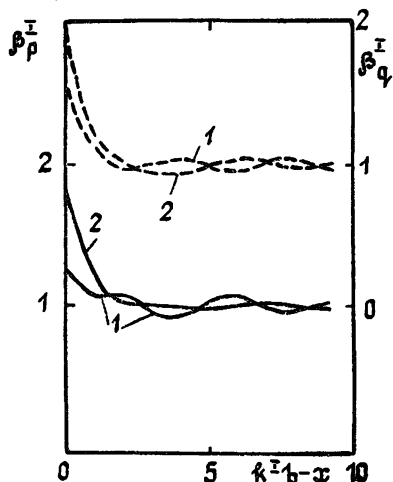


Рис. 3. Зависимость величин $\beta_{p,q}^I$ внешних диполей от безразмерного расстояния $k^1 b - x$ при $y=14,1$.

Явление спонтанной люминесценции в целом не поддается классическому описанию. С квантовой точки зрения оно состоит из перехода молекулы под действием электромагнитного поля на возбужденный уровень, промежуточный излучательный или чаще безызлучательный переход на нижележащий промежуточный уровень и дальнейший переход с этого уровня за счет спонтанного излучения на основной. При этом вероятность перехода с возбужденного уровня на промежуточный намного больше, чем на основной. А поскольку вероятность возбуждения верхнего уровня определяется только квадратом амплитуды внешнего возбуждающего поля, то и количество переходов молекул на промежуточный уровень определяется только квадратом амплитуды возбуждающего поля. Согласно принципу соответствия (см. [16], с. 188) величину β можно трактовать как величину, которая определяет изменение эффективной вероятности спонтанных переходов с промежуточного уровня. Поэтому при отсутствии процессов тушения заселенность промежуточного уровня должна изменяться в β^{-1} раз, а количество излученных квантов люминесценции равняться количеству возбужденных. Наличие процессов тушения уменьшит число излучаемых квантов в присутствии шара при $\beta < 1$ и наоборот.

ЛИТЕРАТУРА

1. Розенберг Г. В., Озорович Ю. Р. — Опт. и спектр., 1973, 35, № 2, с. 351.
2. Chew H., McNulty P. J., Kerker M. — Phys. Rev., A. 1976, 13, № 1, p. 396.
3. McNulty P. J., Druder S. D., Kerker M., Chew H. — Appl. Opt., 1979, 18, № 10, p. 1484.
4. Романов Н. П. Тезисы докладов 5-го Всесоюзного симпозиума по лазерному и акустическому зондированию. — Томск, 1978, ч. 2, с. 177.
5. Lukoss W., Kuns R. E. — JOSA, 1977, 67, № 12, p. 1607.

6. Lukoss W., Kunz R. E. — Opt. Commun., 1977, 12, № 2, p. 195.
7. Зоммерфельд А. Дифференциальные уравнения в частных производных физики. — М.: ИЛ, 1950. — 456 с.
8. Романов Н. П. Статья депонирована в ВИНТИ, рег. № 5471-84. Деп. от 27 июля 1984 г.
9. Стрэттон Д. А. Теория электромагнетизма. — М.: Гостехиздат, 1948. — 539 с.
10. Кулько В. Ф., Михайловский В. Н. Электромагнитное поле в слоистых проводящих средах. — Киев: Наукова думка, 1967. — 147 с.
11. Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. — М.—Л.: Энергия, 1967. — 376 с.
12. Марков Г. Т. — ЖТФ, 1953, 23, № 5, с. 838.
13. Справочник по специальным функциям./Под ред. М. Абрамовича и И. Стигона. — М.: Наука, 1979. — 832 с.
14. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. — М.: Наука, 1974. — 296 с.
15. Сущинский М. М. Спектры комбинационного рассеяния молекул и кристаллов. — М.: Наука, 1969. — 576 с.
16. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория. Ч. I. — М.: Наука, 1968. — 480 с.

Институт экспериментальной
метеорологии

Поступила в редакцию
5 ноября 1984 г.,
после сокращения
2 апреля 1985 г.

RADIATION ENERGY OF ELECTRIC AND MAGNETIC DIPOLES WITHIN AND OUTSIDE A SPHERE

N. P. Romanov

Expressions are given for electromagnetic field of elementary electric and magnetic radiators (dipoles) in the presence of a sphere. The expressions have the form of vector wave spheric functions expansion allowing (with the formulas previously obtained for partial waves energy flux) the calculation of dipole energy flux in an arbitrary spherical region with the centre coinciding with the sphere centre. From the analysis carried out of particular cases it follows that for non-absorbing media the radio of energy fluxes of inner and outer dipoles (near the sphere surface) with the same amplitude does not depend on the sphere radius and is determined by the values of relative refractive index and relative magnetic permeability. A model of classical elementary radiators is interpreted for describing combination scattering and luminescence phenomena.
