

УДК 621.372.8

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВОЛНОВОДНО-ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ФИЛЬТРОВ

В. П. Ляпин, М. Б. Мануилов, Г. П. Сиявский, Т. Ю. Черникова

Методом частичных областей (МЧО) с учетом особенности поля на ребре решена задача дифракции H_{0p} -волн на волноводно-диэлектрической структуре с произвольным числом плоских диэлектрических слоев. Проведено сравнение полученных результатов с теоретическими и экспериментальными результатами работы [1] для фильтров с запредельными связями.

Исследованию волноводно-диэлектрических фильтров посвящено большое количество работ, среди которых следует отметить монографию [1], систематизировавшую и обобщившую многолетний опыт в области расчета и проектирования волноводно-диэлектрических фильтров с запредельными связями. Электродинамический подход в [1] использован лишь для анализа элементарного базового звена таких фильтров — волноводно-диэлектрического резонатора, а анализ и синтез многорезонаторных фильтров проводился в рамках одноволнового приближения с привлечением аппарата теории цепей. Предпочтение, отданное импедансной модели многорезонаторного фильтра, связано, в частности, и с тем, что рассмотренный там на примере одиночных волноводно-диэлектрических резонаторов электродинамический подход при расчете многорезонаторных фильтров приводит к системам уравнений, порядок которых пропорционален числу резонаторов, так и числу учитываемых волн [1]. Между тем, анализ таких устройств на электродинамическом уровне интересен потому, что он дает более полную и точную информацию об их физических свойствах, а значит, и о возможных областях применения и, кроме того, может служить критерием для оценки правильности результатов, полученных другими методами.

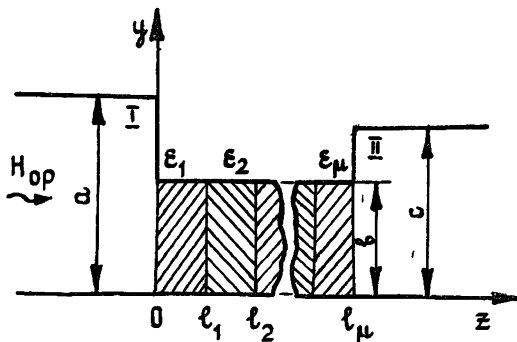


Рис. 1. Волноводно-диэлектрический фильтр с произвольным числом диэлектрических слоев.

Один из исследованных в [1] типов волноводно-диэлектрических резонаторов — это отрезок запредельного прямоугольного волновода с плоским диэлектрическим слоем. Рассмотрим структуру с μ плоскими диэлектрическими слоями (рис. 1), диэлектрические проницаемости которых $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_\mu$, а толщины слоев равны $\Delta_\nu = l_\nu - l_{\nu-1}$, где $\nu = 1, 2,$

..., μ , $l_0=0$. Узкие стенки волноводов одинаковы и ориентированы вдоль оси x , а соотношение размеров a, b, c выбирается произвольно. Потери в стенках волноводов и в диэлектрике считаем равными нулю. Стенка в плоскости $y=0$ может быть электрической (т.е. идеально проводящей) или магнитной, что соответствует симметричной относительно плоскости $y=0$ структуре. Пусть из входного волновода I на препятствие набежит волна H_{0p} . Тогда электрический вектор Герца $\Pi_e = (\Pi_e, 0, 0)$ можно записать следующим образом:

во входном волноводе I ($z \leq 0$)

$$\Pi_e^I = \psi_p^I(y) \exp(j\gamma_p^I z) + \sum_{n=1}^{\infty} R_n \psi_n^I(y) \exp(-j\gamma_n^I z),$$

в ν -м слое диэлектрика ($l_{\nu-1} \leq z \leq l_\nu$), где $\nu=1, 2, \dots, \mu$,

$$\begin{aligned} \Pi_e^{(\nu)} = & \sum_{n=1}^{\infty} B_n^{(\nu)} \varphi_n(y) \exp[j\gamma_n^{(\nu)}(z - l_{\nu-1})] + \sum_{n=1}^{\infty} C_n^{(\nu)} \varphi_n(y) \times \\ & \times \exp[-j\gamma_n^{(\nu)}(z - l_{\nu-1})], \end{aligned} \quad (1)$$

в выходном волноводе II ($z \geq l_\mu$)

$$\Pi_e^{II} = \sum_{n=1}^{\infty} T_n \psi_n^{II}(y) \exp[j\gamma_n^{II}(z - l_\mu)],$$

где

$$\begin{aligned} \psi_n^I(y) &= \sqrt{2/a} \sin(\alpha_n y + \pi g/2), & \psi_n^{II}(y) &= \sqrt{2/c} \sin(\sigma_n y + \pi g/2), \\ \varphi_n(y) &= \sqrt{2/b} \sin(\beta_n y + \pi g/2), & \gamma_n^I &= \sqrt{k^2 - \alpha_n^2}, & \gamma_n^{II} &= \sqrt{k^2 - \sigma_n^2}, \\ \gamma_n^{(\nu)} &= \sqrt{k^2 \epsilon_\nu - \beta_n^2}, & \alpha_n &= \pi(n - g/2)/a, & \beta_n &= \pi(n - g/2)/b, \\ & & \sigma_n &= \pi(n - g/2)/c, & k &= 2\pi/\lambda, \end{aligned}$$

$$g = \begin{cases} 0, & \text{если в плоскости } y=0 \text{ электрическая стенка,} \\ 1, & \text{если магнитная стенка.} \end{cases}$$

Сшивая отличную от нуля тангенциальную компоненту магнитного поля ($H_y = -jk\epsilon\partial\Pi_e/\partial z$) при $z=0$ и $z=l_\mu$, получим два уравнения относительно неизвестных $R_n, B_n^{(1)}, C_n^{(1)}$ и $B_n^{(\mu)}, C_n^{(\mu)}, T_n$ из (1). Коэффициенты $B_n^{(\mu)}$ и $C_n^{(\mu)}$ можно выразить через $B_n^{(1)}$ и $C_n^{(1)}$, воспользовавшись условиями непрерывности H_y и E_x ($E_x = \epsilon k^2 \Pi_e$) на границах раздела слоев ($z=l_\nu, \nu=1, 2, \dots, \mu-1$). Получим, что

$$B_n^{(\mu)} = B_n^{(1)} t_n^{(\mu)} + C_n^{(1)} s_n^{(\mu)}, \quad C_n^{(\mu)} = B_n^{(1)} \tilde{s}_n^{(\mu)} + C_n^{(1)} \tilde{t}_n^{(\mu)},$$

где коэффициенты $t_n^{(\mu)}, s_n^{(\mu)}, \tilde{t}_n^{(\mu)}, \tilde{s}_n^{(\mu)}$ легко вычисляются по рекуррентным формулам:

$$\begin{aligned} t_n^{(\nu+1)} &= t_n^{(\nu)} P_n^{(\nu)} \exp(j\gamma_n^{(\nu)} \Delta_\nu) + \tilde{s}_n^{(\nu)} Q_n^{(\nu)} \exp(-j\gamma_n^{(\nu)} \Delta_\nu), \\ s_n^{(\nu+1)} &= s_n^{(\nu)} P_n^{(\nu)} \exp(j\gamma_n^{(\nu)} \Delta_\nu) + \tilde{t}_n^{(\nu)} Q_n^{(\nu)} \exp(-j\gamma_n^{(\nu)} \Delta_\nu), \\ & \vdots \\ \tilde{s}_n^{(\nu+1)} &= t_n^{(\nu)} Q_n^{(\nu)} \exp(j\gamma_n^{(\nu)} \Delta_\nu) + \tilde{s}_n^{(\nu)} P_n^{(\nu)} \exp(-j\gamma_n^{(\nu)} \Delta_\nu), \\ \tilde{t}_n^{(\nu+1)} &= s_n^{(\nu)} Q_n^{(\nu)} \exp(j\gamma_n^{(\nu)} \Delta_\nu) + \tilde{t}_n^{(\nu)} P_n^{(\nu)} \exp(-j\gamma_n^{(\nu)} \Delta_\nu), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\nu = 1, 2, \dots, \mu - 1,$$

причем $t_n^{(1)} = \tilde{t}_n^{(1)} = 1$, $s_n^{(1)} = \tilde{s}_n^{(1)} = 0$, $P_n^{(\nu)} = (1 + \gamma_n^{(\nu)} / \gamma_n^{(\nu+1)})/2$, $Q_n^{(\nu)} = (1 - \gamma_n^{(\nu)} / \gamma_n^{(\nu+1)})/2$.

Далее, применив традиционный для МЧО с учетом краевой особенности прием [2], выразим искомые коэффициенты R_n , $B_n^{(1)}$, $C_n^{(1)}$, T_n через тангенциальные компоненты электрического поля E_x при $z=0$ и $z=l_\mu$ и подставим соответствующие интегральные представления для R_n , $B_n^{(1)}$, $C_n^{(1)}$, T_n в уравнения, которые были получены ранее из условий непрерывности H_y при $z=0$ и $z=l_\mu$. Таким образом, задача будет сведена к системе двух интегральных уравнений, которая решается методом Галеркина. При этом в качестве базисных функций возьмем функции вида

$$X_i(y) = (1 - (y/h)^2)^{\tau+1/2} C_{2i+1-\varepsilon}^{\tau+1}(y/h),$$

где $C_i^\nu(y)$ — полином Гегенбауэра, $h = \min\{a, b\}$. Для упрощения положим $\varepsilon_1 = \varepsilon_\mu$, тогда показатели особенности для обоих ребер одинаковы и равны

$$\tau = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \sqrt{1 + 2\eta} - \frac{1}{2}, \quad \eta = \begin{cases} \varepsilon_1 & \text{при } a > b \\ 1/\varepsilon_1 & \text{при } a < b \end{cases}.$$

В итоге приходим к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

$$\begin{pmatrix} D^{11} & D^{12} \\ D^{21} & D^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U^1 \\ U^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

матричные элементы которой определяются следующим образом:

$$D_{im}^{11} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\gamma_n^{(1)}}{a} F_i(\alpha_n) F_m(\alpha_n) + \frac{\gamma_n^{(1)}}{b} \frac{\tilde{K}_n^{(\mu)} + K_n^{(\mu)}}{\tilde{K}_n^{(\mu)} - K_n^{(\mu)}} \times \right. \\ \left. \times F_i(\beta_n) F_m(\beta_n) \right); \quad (4)$$

$$D_{im}^{12} = D_{im}^{21} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2\gamma_n^{(1)}}{(\tilde{K}_n^{(\mu)} - K_n^{(\mu)})b} F_i(\beta_n) F_m(\beta_n); \quad (5)$$

$$D_{im}^{22} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\gamma_n^{(\mu)}}{b} \frac{L_n^{(\mu)} - \tilde{L}_n^{(\mu)}}{\tilde{K}_n^{(\mu)} - K_n^{(\mu)}} F_i(\beta_n) F_m(\beta_n) + \frac{\gamma_n^{(1)}}{c} F_i(\sigma_n) F_m(\sigma_n) \right), \quad (6)$$

$$G_m = 2\gamma_p^{(1)} F_m(\alpha_p) / \sqrt{a}, \quad F_i(\alpha) = J_{2i+2+\tau-\varepsilon}(\alpha h) / \alpha^{\tau+1},$$

$J_i(x)$ — функции Бесселя I-го рода, $i, m = 0, 1, 2, \dots, N$,

$$K_n^{(\mu)} = t_n^{(\mu)} \exp(j\gamma_n^{(\mu)} \Delta_\mu) + \tilde{s}_n^{(\mu)} \exp(-j\gamma_n^{(\mu)} \Delta_\mu),$$

$$\tilde{K}_n^{(\mu)} = s_n^{(\mu)} \exp(j\gamma_n^{(\mu)} \Delta_\mu) + \tilde{t}_n^{(\mu)} \exp(-j\gamma_n^{(\mu)} \Delta_\mu),$$

$$L_n^{(\mu)} = t_n^{(\mu)} \exp(j\gamma_n^{(\mu)} \Delta_\mu) - \tilde{s}_n^{(\mu)} \exp(-j\gamma_n^{(\mu)} \Delta_\mu),$$

$$\tilde{L}_n^{(\mu)} = s_n^{(\mu)} \exp(j\gamma_n^{(\mu)} \Delta_\mu) - \tilde{t}_n^{(\mu)} \exp(-j\gamma_n^{(\mu)} \Delta_\mu),$$

остальные обозначения прежние.

Порядок полученной СЛАУ (3) равен $2N+2$, где $(N+1)$ — число базисных функций $X_i(y)$, учитываемых в разложениях электрического поля при $z=0$ и $z=l_\mu$.

Принимая во внимание равенства (2) и (7), нетрудно убедиться в том, что при $n \rightarrow \infty$

$$\tilde{K}_n^{(\mu)} - K_n^{(\mu)} \rightarrow -2j \sin \sum_{v=1}^{\mu} \gamma_n^{(v)} \Delta_v,$$

$$\tilde{K}_n^{(\mu)} + K_n^{(\mu)} \rightarrow 2 \cos \sum_{v=1}^{\mu} \gamma_n^{(v)} \Delta_v,$$

$$\tilde{L}_n^{(\mu)} - L_n^{(\mu)} \rightarrow 2 \cos \sum_{v=1}^{\mu} \gamma_n^{(v)} \Delta_v.$$

Отсюда следует, что члены ряда (5) убывают при $n \rightarrow \infty$ экспоненциально, и поэтому его вычисление не представляет особых трудностей.

Ряды (4) и (6) сходятся как $n^{-2-2\tau}$ (так как при $n \rightarrow \infty$ $\operatorname{ctg} \sum_{v=1}^{\mu} \gamma_n^{(v)} \Delta_v \rightarrow 1$,

а функции Бесселя убывают как $n^{-1/2}$), т. е. значительно медленнее, чем (5). В таких случаях при вычислении медленно сходящихся рядов матричных элементов бывает целесообразно улучшать их сходимость (см., например, [3, 4]). При решении данной задачи был применен алгоритм, подробно описанный в [3, 4] и сводящийся к выделению в рядах (4), (6) медленно сходящейся части вида

$$Q_{ij}^v(x) = x \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_{i+v}(n\pi x) J_{i+v+2i}(n\pi x)}{(n\pi x)^{1+2v}} \quad (0 < x \leq 1).$$

Использование этого алгоритма позволяет обеспечить высокую точность * конечных результатов при малых затратах машинного времени.

Таблица 1

μ	N	M			lg (cond)
		30	50	100	
3	0	0,40909574	0,40909517	0,40909505	0,55
	1	0,32555358	0,32555335	0,32555331	0,79
	2	0,32554042	0,32554020	0,32554016	0,98
	3	0,32551946	0,32551925	0,32551921	1,19
	4	0,32551467	0,32551446	0,32551442	1,34
21	0	0,81472032	0,81472013	0,81472010	0,70
	1	0,80273854	0,80273844	0,80273842	1,05
	2	0,80273938	0,80273928	0,80273927	1,30
	3	0,80273854	0,80273844	0,80273842	1,51
	4	0,80273815	0,80273806	0,80273804	1,66

Важным преимуществом изложенного метода расчета волноводно-диэлектрических структур с плоскими диэлектрическими слоями является то, что сходимость и точность результатов, а также время счета практически не зависят от сложности структуры, т. е. от числа диэлектрических слоев. Очевидно, это определяется простотой соотношений (2). В табл. 1 показана сходимость по N модуля коэффициента отра-

* Принятая в постановке задачи идеализация — пренебрежение потерями в стенках волноводов и в диэлектрике — означает, что результат заведомо содержит в себе известную неточность. Поэтому здесь и далее в понятие точности вкладывается несколько иной смысл, а именно: это количество знаков, стабилизировавшихся в значении той или иной величины, вычисленной в N -м приближении.

жения волны H_{01} при различном числе диэлектрических слоев (μ) и количестве членов (M), учитываемых в рядах (4)–(6) ($b/a=0,5$, $c/a=1$, $2a/\lambda=0,8$, $\Delta_v/a=0,2$, $\epsilon_{2v-1}=1$, $\epsilon_{2v}=3,8$, $v=1, 2, \dots$). Такую же сходимость имеет модуль коэффициента прохождения, а также фазы коэффициентов отражения и прохождения.

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что изменение длин рядов M в рассмотренном диапазоне значений не влечет за собой изменения результата в стабилизировавшихся относительно N разрядах, поэтому при $N \leq 4$ достаточно задавать M равным 30.

Время счета одной точки на ЭВМ БЭСМ-6 для структур с различным μ (максимальное значение μ при проведении расчетов было равно 61) при $N=3$, $M=30$ составляет менее 1 секунды.

В таблице, кроме того, приведены значения логарифма числа обусловленности $\lg(\text{cond})$ матрицы СЛАУ (3), определяемого как произведение кубических норм прямой и обратной матриц [5]. Сравнительно низкие значения $\lg(\text{cond})$ говорят о хорошей устойчивости алгоритма, которая однако несколько ухудшается с ростом μ и N .

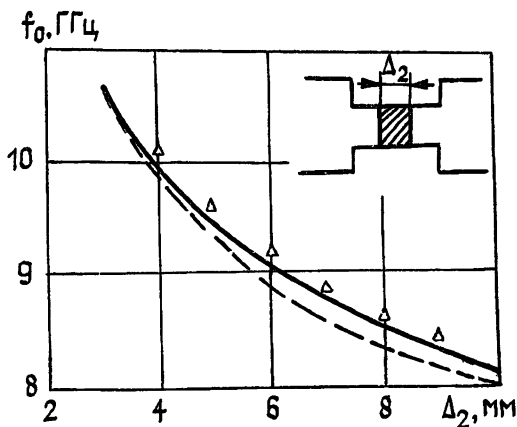


Рис. 2 Сравнение расчетных (пунктирная линия) и экспериментальных (треугольники) значений резонансной частоты для одиночного резонатора f_0 из [1] с результатами, полученными по МЧО (сплошная линия).

Как показывает сравнение с результатами работы [1], в рассмотренной задаче МЧО с учетом особенности поля на ребре дает хорошее согласие с экспериментом по крайней мере в значениях резонансных частот. На рис. 2 представлены зависимости резонансной частоты одиночного резонатора на запердельном волноводе (сечение подводящего волновода $5,5 \times 23$ мм², запердельного — $5,5 \times 11$ мм², длина запердельной секции l_3 равна 15 мм, $\epsilon=3,8$) от толщины диэлектрического слоя Δ_2 [1]. Несмотря на то, что при решении не принимались во внимание потери в стенках волноводов и в диэлектрике, кривая, рассчитанная по МЧО (сплошная), с графической точностью совпадает с данными экспериментальных измерений (треугольники).

Значения резонансных частот, вычисленные в одноволновом приближении в [1] (здесь и далее теоретические результаты из [1] нанесены пунктирной линией), лежат довольно близко к экспериментальным при малых Δ_2 , т. е. когда длины запердельных областей $\Delta_1 = \Delta_3$ достаточно велики и связь резонатора по высшим типам волн с входным и выходным волноводами слаба. При увеличении Δ_2 и соответствующем уменьшении отрезков запердельного волновода Δ_1 и Δ_3 , когда влияние затухающих высших типов волн на резонансную частоту становится более существенным, расхождение между расчетными и экспериментальными данными из [1] достигает 3%.

При решении аналогичной задачи — о протяженной емкостной диафрагме [4] — проводилось сравнение частотных характеристик мо-

дуля коэффициента прохождения основной волны, полученных экспериментальным путем и рассчитанных по МЧО, при этом экспериментальные и теоретические кривые графически совпадали. Сходство этих двух задач и то обстоятельство, что они решались в рамках одних и тех же допущений, дают основания рассчитывать на то, что и полученные здесь характеристики волноводно-диэлектрических фильтров будут графически совпадать с данными эксперимента.

Частотные зависимости модуля коэффициента прохождения основной волны $|T_1|$ для волноводно-диэлектрического резонатора приведены на рис. 3. Как и следовало предположить, резонансные кривые, рассчитанные в многоволновом приближении, характеризуются более высокой добротностью, чем кривые из [1], рассчитанные в одноволновом приближении. В первом случае добротность больше, поскольку запасенная в резонаторе энергия, кроме энергии основной волны, включает в себя еще и энергию затухающих высших волн. В результате даже при малых Δ_2 , когда значения резонансной частоты, полученные в данной работе и в работе [1], практически совпадают, значения коэффициентов прохождения (или отражения) могут значительно (в 2 раза на рис. 3) отличаться друг от друга.

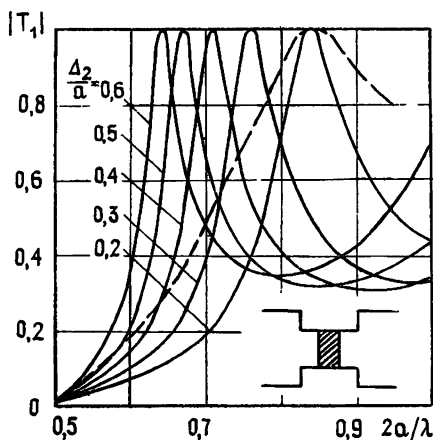


Рис. 3.

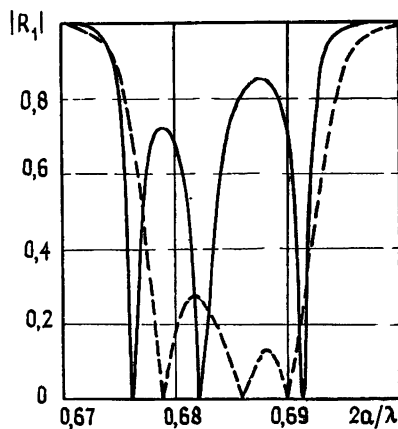


Рис. 4.

Рис. 3. Частотные зависимости модуля коэффициента прохождения основной волны для волноводно-диэлектрического резонатора, рассчитанные по МЧО (сплошные линии; $b/a=0,5$, $\Delta_1=\Delta_3$, $c/a=1$, $\epsilon=3,8$, $l_3/a=1$) и аналогичная зависимость из [1] (пунктирная линия; $\Delta_2/a=0,2$).

Рис. 4. Частотные характеристики трехзвенного фильтра: рассчитанная по МЧО (сплошная кривая) и взятая из [1] (пунктирная кривая; $\mu=7$, $b/a=0,5$, $c/a=1$. $\Delta_1=\Delta_7=0,65a$, $\Delta_2=\Delta_6=0,5a$, $\Delta_3=\Delta_5=2\Delta_1$, $\Delta_4/a=0,498$, $\epsilon_1=\epsilon_3=\epsilon_5=\epsilon_7=1$, $\epsilon_2=\epsilon_4=\epsilon_6=3,8$).

Импедансная модель, построенная в [1] для многозвенных фильтров, также приводит к результатам, значительно отличающимся от полученных здесь по МЧО. В качестве примера на рис. 4 изображены частотные характеристики трехзвенного фильтра. В данном случае важно отметить не только различие резонансных частот, но и значений модуля коэффициента отражения в интервалах между ними. Соотношение высот низкочастотного и высокочастотного всплесков оказывается обратным полученному в [1]. Как видно из рис. 5, на котором приведены характеристики двухзвенных фильтров, с увеличением толщины диэлектрических слоев высота всплесков несколько возрастает. На основании результатов расчета фильтров с теми же параметрами в [1] делается заключение о том, что с ростом толщины диэлектрических слоев уровень пульсаций в полосе пропускания уменьшается, в результате чего характеристики чебышевского типа постепенно переходят в характеристики максимально плоского типа.

Таким образом, приведенные выше примеры позволяют сделать вывод, что методы расчета волноводно-диэлектрических фильтров с плоскими диэлектрическими слоями, разработанные в [1], как правило дают качественно верные результаты, которые, однако, имеют значительное количественное расхождение с результатами, полученными строгим электродинамическим методом.

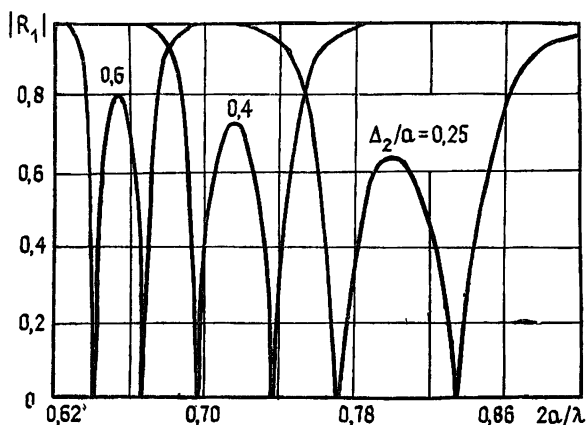


Рис. 5. Частотные характеристики двухзвенного фильтра при различных толщинах диэлектрических слоев ($\mu=5$, $b/a=0,5$, $c/a=1$, $\Delta_1=\Delta_5=0,4a$, $\Delta_3=2\Delta_1$, $\Delta_2=\Delta_4$, $\epsilon_1=\epsilon_3=\epsilon_5=1$, $\epsilon_2=\epsilon_4=3,8$).

В [1] справедливо было отмечено, что характеристики волноводно-диэлектрических фильтров весьма чувствительны к воздействию целого ряда внешних факторов, таких, как температурный уход значения диэлектрической проницаемости и геометрических размеров, разброс значений ϵ , точность изготовления и размещения диэлектрических образцов. Это обстоятельство требует исследования устойчивости характеристик фильтров к действию названных факторов. Наличие строгого метода расчета волноводно-диэлектрических фильтров позволит дать точные количественные рекомендации в этом плане.

В заключение подчеркнем, что изложенный выше строгий метод анализа волноводно-диэлектрических фильтров, будучи достаточно простым и в то же время эффективным, позволяет исследовать широкий круг структур рассмотренного типа практически в любых диапазонах изменения параметров задачи, в том числе и в многомодовой области.

ЛИТЕРАТУРА

1. Капилевич Б. Ю. Волноводные диэлектрические фильтры. — М.: Связь, 1980. — 136 с.
2. Заргано Г. Ф., Лерер А. М., Ляпин В. П., Синявский Г. П. Линии передачи сложных сечений. — Ростов-на Дону: Гос. ун-т, 1983. — 320 с.
3. Ляпин В. П., Мануилов М. Б., Синявский Г. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, 27, № 2, с. 203.
4. Ляпин В. П., Мануилов М. Б., Синявский Г. П. — Радиотехника и электроника, 1985, 30, № 2, с. 231.
5. Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырный П. И. Вычислительные методы. — М.: Наука, 1976, т. 1. — 304 с.

Ростовский государственный университет

Поступила в редакцию
30 января 1985 г.

ELECTRODYNAMIC ANALYSIS OF WAVEGUIDE-DIELECTRIC FILTERS

V. P. Lyapin, M. B. Manuilov, G. P. Sinyavskij, T. Yu. Chernikova

The problem of diffraction of H_{0p} -guides at the waveguide-dielectric structure with a free number of flat dielectric layers is solved by means of the partial region method, taking into account peculiarities of the field at the edge. Comparison has been made of between the obtained results and theoretical and experimental results of work [1] for the filters with founded connections.