

УДК 621.372.412:621.317.084.2

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЛИНЗОВЫХ ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТОВ

И. И. Постников

Проведено исследование зависимости собственных функций линзовых пьезоэлементов от его геометрических размеров при гармонических и ближайших к ним ангармонических колебаниях. Получены простые аналитические выражения для расчета этих зависимостей. Результаты расчета сопоставляются с данными моделирования на ЭВМ.

Введение. Для удовлетворения высоким требованиям к точности поддержания частоты электрических колебаний и избирательности селективных устройств в современной радиоэлектронной аппаратуре необходимо постоянно проводить многочисленные и трудоемкие экспериментальные исследования по выявлению характера изменения электрических параметров кварцевых резонаторов основных элементов устройств стабилизации и селекции частоты от формы, размеров пьезоэлементов (ПЭ) и возбуждающих электродов. Однако, в последние годы к решению проблемы создания теории колебаний пьезоэлектрических резонаторов стали широко привлекаться ЭВМ [1-3], что позволило не только полнее раскрыть основные физические явления в ПЭ сложной формы, но и получить в ряде случаев обобщенные аналитические выражения по расчету электрических параметров резонатора [4].

Эквивалентные электрические характеристики ВЧ пьезоэлектрических резонаторов тесно связаны с распределением смещений в ПЭ (собственными функциями). Получению зависимостей собственных функций от геометрических размеров линзовых ПЭ (ЛПЭ) (рис. 1а) для основного и ближайших к нему наиболее интенсивных резонансных колебаний ВЧ резонаторов и посвящена данная работа.

Исследование зависимостей собственных функций от геометрических размеров ЛПЭ. Основным видом колебаний для ЛПЭ являются колебания сдвига по толщине [5], которые при отсутствии связи данного вида колебаний с изгибными колебаниями имеют лишь бесконечный ряд обертонов сдвига по толщине [6]. Эти колебания обычно называют ангармоническими модами сдвига по толщине [7] (ангармониками). На рис. 1б показано типичное для ЛПЭ расположение на частотной оси (Ω — относительная частота) некоторых ангармонических колебаний (обозначено цифрами 2, 3, 4, ...) относительно основного колебания сдвига по толщине (обозначено цифрой 1). Частотные расстояния между ангармониками ЛПЭ зависят, в основном, от радиуса сферы ПЭ [5], а их интенсивность определяется величиной интегрального заряда, наведенного в подэлектродной области за счет пьезоэффекта [8]. Известно, что плотность пьезоэлектрического заряда, наведенного на поверхности ПЭ, пропорциональна величине механического смещения [9]. Поэтому, управляя распределением смещений на поверхности ПЭ (поляризационной характеристикой) и размерами электрода, можно управлять и спектральными характеристиками резонатора [10]. Зависимость распределения смещений в ПЭ необходима также и при определении емкостного отношения, эквивалентной динамической индуктивности и емкости резонатора [4, 8].

Несмотря на большое количество работ, посвященных исследованию и расчету распределения смещений в ПЭ, даже для резонаторов с ЛПЭ, являющимися основным типом ПЭ в частотном диапазоне 0,75—10 МГц [11], определена пока лишь поляризационная характеристика для гармонических колебаний и то без учета анизотропии кварца [12]. Разработанные нами алгоритмы численного моделирования на ЭВМ толщинно-сдвиговых колебаний ВЧ кварцевых резонаторов с осесимметричными ПЭ [3] позволили определить зависимости распределения смещений на поверхности ЛПЭ с учетом анизотропии кварца не только для гармонических, но и ангармонических колебаний. Так, на рис. 2 представлены рассчитанные на ЭВМ по алгоритму работы [3] распределения смещений (U_{imp}) на поверхности ЛПЭ для основного U_{111} (на рис. 1б обозначено 1) и ближайшего ангармонического колебания U_{113} (на рис. 1б обозначено 2). Связь между характером колебаний и индексами, присваиваемыми соответствующим модам, очевидна из рис. 2 (см. также топограммы [5, 7, 8]), т. е. индексы характеризуют число полуволн собственной функции, укладываемых вдоль осей Y , X , Z , соответственно (см. рис. 1а). На рис. 3 представлены зависимости распределения смещений на поверхности ПЭ от его относительного радиуса ($\bar{r}' = 2r/d'$) для ЛПЭ АТ-среза с различными относительными радиусами сферы (R^0/h_0).

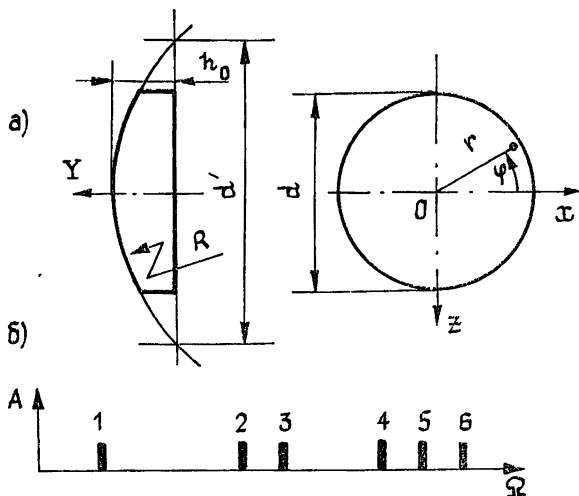


Рис. 1.

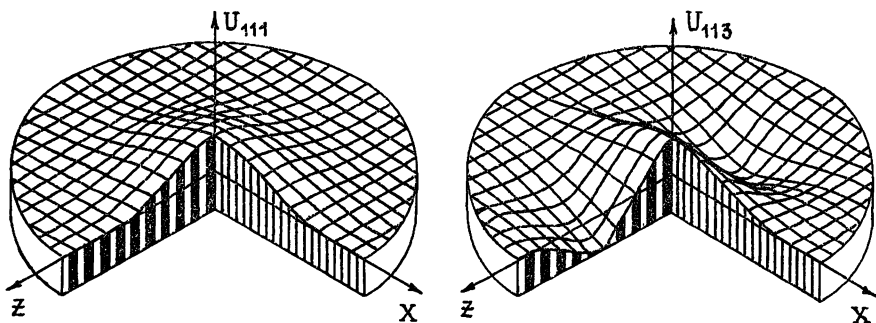


Рис. 2.

Приведенный радиус сферы ПЭ R^0 в случае ЛПЭ с различной кривизной поверхностей определяется следующим образом:

$$R^0 = 2R_1 R_2 / (R_1 + R_2),$$

где R_1, R_2 — радиусы сферы двояковыпуклой линзы (в случае плосковыпуклого ПЭ $R_2 = \infty$). Усредненные экспериментальные ($\times\times\times$) значения распределения смещений [12], которые получены без учета анизотропии кварца, укладываются между рассчитанными по [3] распределениями смещений на поверхности ЛПЭ в направлении осей X, Z (сплошные линии), что свидетельствует о хорошем соответствии результатов расчета и эксперимента (см. также [13]).

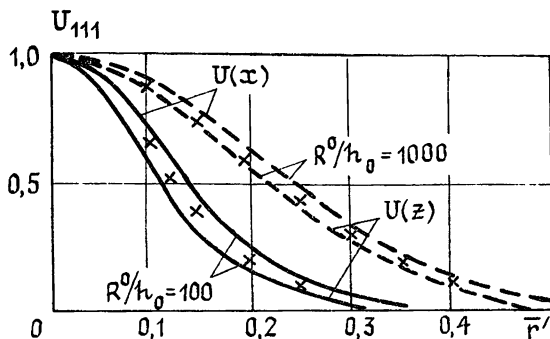


Рис. 3.

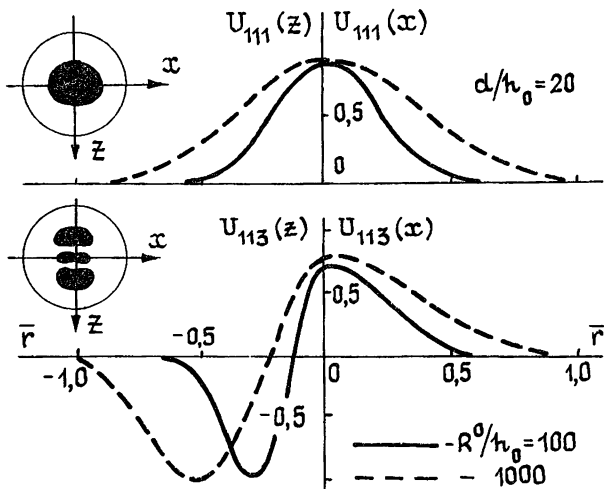


Рис. 4.

В результате проведенных исследований было установлено, что собственные функции ЛПЭ зависят, в основном, от радиуса сферы ПЭ. На рис. 4 приведены зависимости вдоль координатных осей X, Z ($\bar{r} = 2r/d$) распределений смещений на поверхности пьезоэлементов, имеющих одинаковый диаметр, но различные радиусы сферы при основном 111 и ближайшем к нему ангармоническом колебании 113. Там же приведены топограммы этих колебаний. Как следует из рис. 4, изменение радиуса сферы ПЭ в 10 раз привело к существенному изменению собственных функций ЛПЭ. Изменение же диаметра ПЭ от максимально возможного $d' = 2h_0 \sqrt{R^0/h_0 - 1}$ (см. рис. 1а) до некоторого d_{\min} практически не изменяет поле смещений в ЛПЭ. Из рис. 5 следует, что при $R^0/h_0 = 250$ распределение смещений U_{113} вдоль оси Z практически совпадает у ЛПЭ с $d/d' = 0,5$ и ПЭ с острым краем ($d/d' = 1$). Для ЛПЭ с $R^0/h_0 = 1250$ совпадение наблюдается уже до $d/d' = 0,27$. При $d < d_{\min}$ наблюдается уже существенное изменение распределения смещений на поверхности ЛПЭ (см., например, $d/d' = 0,35$ при $R^0/h_0 = 250$, рис. 5).

В результате исследования зависимости распределения смещений от диаметра ПЭ был определен минимальный диаметр ЛПЭ (d_{\min}), для которого можно считать, что собственные функции основного колебания ПЭ совпадают с собственными функциями ПЭ с острым краем ($d=d'$):

$$d_{\min}^{111} = 1,3d' / \sqrt[6]{R^0/h_0}. \quad (1)$$

Следует отметить, что для ангармонических колебаний d_{\min}^{1mp} будет несколько больше d_{\min}^{111} .

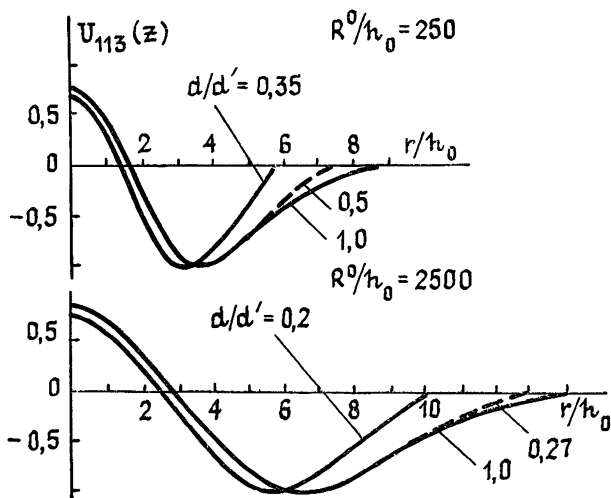


Рис. 5.

Расчет собственных функций ЛПЭ для ближайших ангармонических колебаний. Ангармонические колебания 113, 131 представляют наибольший интерес для разработчиков кварцевых резонаторов, так как они являются наиболее интенсивными [7, 14] и ближайшими к основному колебанию (см. рис. 16: 2 и 3). При одновременном максимальном ослаблении этих колебаний можно получить резонатор, у которого частотный промежуток до ближайшего побочного колебания (115) увеличится в два раза (рис. 16). В то же время в многочастотных резонаторах одно из этих колебаний является рабочим [14, 15]. В этом случае необходимо, чтобы интенсивность рабочих колебаний была бы одного порядка. Если известны собственные функции ангармонических колебаний, то интенсивность их легко определить по [8].

Будем искать аналитические выражения для собственных функций, как и в [3], в следующем виде:

$$U_{1mp}(r, \varphi) = Q_0^{1mp}(r) + \sum_{\tau=1}^T Q_{2\tau}^{1mp}(r) \cos(2\tau\varphi). \quad (2)$$

В результате численных экспериментов по алгоритму работы [3] было установлено, что для резонансных колебаний 113, 131 достаточно хорошее приближение при определении собственных функций дают первые три члена ряда (2). На рис. 6 приведены рассчитанные зависимости Q_0 , Q_2 , Q_4 от нормированного радиуса (ρ) для мод 113, 131 при различных радиусах сферы ПЭ. Значение нормированного радиуса ПЭ (ρ) связано с относительным радиусом ПЭ (\bar{r}') следующим образом:

$$\rho = \bar{r}' (R^0/h_0)^\mu, \quad (3)$$

т. е. ρ при фиксированных относительных значениях Q_i является величиной постоянной для ЛПЭ с различными радиусами сферы. В этом случае показатель степени μ будет зависеть от радиуса сферы и равен

$$\mu_{1mp} = a_1^{1mp} + a_2^{1mp} \lg(R^0/h_0), \quad (4)$$

где a_i — постоянные коэффициенты.

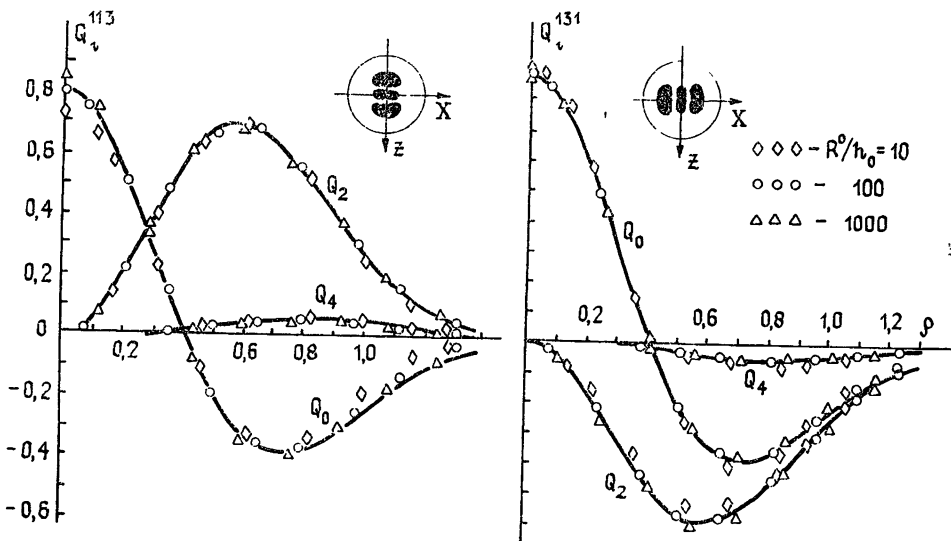


Рис. 6.

Подставив (4) и значения \bar{r}' , найденные при $Q_0^{113,131} = 0$, для ЛПЭ с $R^0/h_0 = 10; 100; 1000$ в (3), получим системы трех алгебраических уравнений с тремя неизвестными (ρ, a_1, a_2), решив которые, находим для ЛПЭ АТ-среза:

$$a_1^{113} = 0,159, \quad a_2^{113} = 0,014, \quad a_1^{131} = 0,139, \quad a_2^{131} = 0,017. \quad (5)$$

При найденных значениях a_i (см. (5)) зависимости $Q_i^{113,131}$ при различных радиусах ЛПЭ ($R^0/h_0 = 10 \div 1000$) имеют хорошее совпадение между собой и с найденными (сплошные линии) аналитическими зависимостями (рис. 6):

$$Q_0^{113} = 0,8(1 - 5,75\rho^2) \exp(-2,75\rho^2), \quad (6)$$

$$Q_2^{113} = 5,7\rho^2 \exp(-3\rho^2), \quad Q_4^{113} = 0,9\rho^4 \exp(-3\rho^2);$$

$$Q_0^{131} = 0,9(1 - 5,62\rho^2) \exp(-2,85\rho^2), \quad (7)$$

$$Q_2^{131} = -4,5\rho^2 \exp(-2,8\rho^2), \quad Q_4^{131} = -\rho^4 \exp(-3,3\rho^2).$$

Аналогично были определены Q_i и Q_i и для основного колебания 111, для которого достаточно взять два члена ряда (2):

$$a_1^{111} = 0,21, \quad a_2^{111} = 0,006; \quad (8)$$

$$Q_0^{111} = \exp(-1,76\rho^2), \quad Q_2^{111} = 0,18\rho^2 \exp(-2\rho^2). \quad (9)$$

В этом случае также наблюдается хорошее совпадение Q_i^{111} при различных радиусах сферы между собой и с найденными аналитическими зависимостями (сплошные линии) (рис. 7).

Значения собственных функций $U_{1mp}(\bar{r}', \varphi)$ для резонансных колебаний 111, 113 ЛПЭ при различных относительных радиусах \bar{r}' и углах

\bar{r}'	Значение функции $U_{1mp}(\bar{r}', \varphi)$ для ЛПЭ ($R^0/h_0 = 100$) при соответствующих углах φ , град.							
	0°		30°		60°		90°	
	U	U^*	U	U^*	U	U^*	U	U^*
$U_{111}(\bar{r}', \varphi)$								
0,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
0,071	0,939	0,941	0,936	0,937	0,929	0,931	0,926	0,928
0,152	0,755	0,754	0,743	0,743	0,720	0,721	0,709	0,709
0,232	0,513	0,513	0,496	0,496	0,463	0,464	0,448	0,447
0,313	0,289	0,294	0,274	0,279	0,246	0,249	0,234	0,234
0,394	0,135	0,141	0,124	0,131	0,106	0,111	0,099	0,102
0,475	0,051	0,056	0,045	0,051	0,036	0,042	0,033	0,037
0,556	0,015	0,019	0,013	0,017	0,009	0,013	0,008	0,011
$U_{113}(\bar{r}', \varphi)$								
0,0	0,802	0,800	0,802	0,800	0,802	0,800	0,802	0,800
0,071	0,761	0,769	0,691	0,695	0,553	0,548	0,485	0,476
0,152	0,636	0,655	0,380	0,391	-0,100	-0,107	-0,326	-0,341
0,232	0,464	0,472	0,065	0,074	-0,625	-0,621	-0,922	-0,919
0,313	0,292	0,274	-0,107	-0,106	-0,715	-0,709	-0,940	-0,932
0,394	0,155	0,125	-0,126	-0,135	-0,489	-0,501	-0,596	-0,609
0,475	0,070	0,040	-0,072	-0,090	-0,223	-0,254	-0,258	-0,287
0,556	0,028	0,019	-0,025	-0,042	-0,068	-0,097	-0,074	-0,102

U — вычисление по [3], U^* — вычисление по (2)–(9).

Φ , рассчитанные по алгоритму [3] и по приближенному выражению (2) с учетом (6)–(9), приведенные в табл. 1, подтверждают их хорошее соответствие.

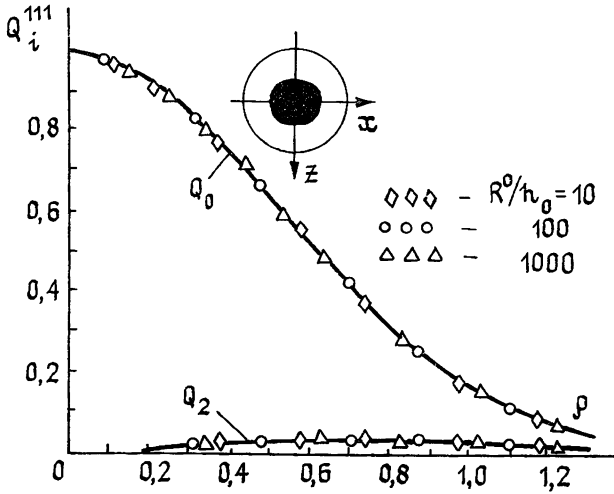


Рис. 7.

Расчет собственных функций ангармонических колебаний вблизи высших гармоник ЛПЭ. При исследовании распределения смещений на поверхности одного и того же ЛПЭ при гармонических и сопутствующих им ангармонических колебаниях было установлено, что отношение значений радиусов, соответствующих одинаковым относительным значениям уровней смещений, постоянно как для гармоник, так и для соответствующих ангармоник (рис. 8) и равно

$$\frac{r_{nmp}}{r_{kmp}} \Big|_{U_{nmp} = U_{kmp}} = \sqrt{k/n}. \quad (10)$$

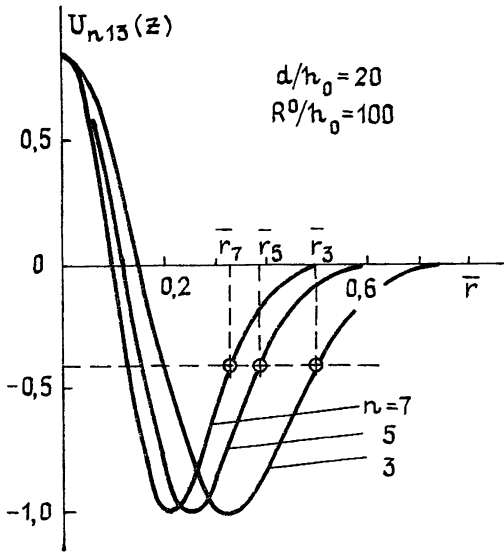


Рис. 8.

В самом деле, для ангармонических колебаний при относительном уровне смещения, равного 0,4, отношения соответствующих радиусов (r_i) равны (см. рис. 8): $r_7/r_5 = \sqrt{5/7}$, $r_5/r_3 = \sqrt{3/5}$ и т. д. Эта общая закономерность (10) была ранее подтверждена экспериментально в частном случае при определении отно-

шений диаметров так называемых активных частей ($d_{a.ч}$) ЛПЭ для основного и высших гармонических колебаний [12]:

$$d_{a.ч}^{n11}/d_{a.ч}^{111} = 1/\sqrt{n}.$$

Следовательно, при возбуждении резонатора на механических гармониках и ангармониках радиусы ЛПЭ, соответствующие одинаковым относительным уровням смещения на его поверхности, уменьшаются в \sqrt{n} раз по сравнению со значениями радиусов для подобных колебаний в районе первой гармоники. Тогда нормированный радиус (ρ) с учетом (10) будет определяться следующим образом:

$$\rho = \sqrt[3]{\sqrt{n} (R^0/h_0)^{1/3} m_p}. \quad (11)$$

Таким образом, полученные выше аналитические зависимости (2)—(9) с учетом (11) для определения собственных функций ЛПЭ АТ-среза можно применять для гармонических и сопутствующих им ангармонических колебаний. Следовательно, данные зависимости являются обобщенными.

Заключение. Полученные обобщенные выражения для расчета собственных функций гармонических и ближайших к ним ангармонических колебаний ЛПЭ позволяют вести более целенаправленно поиск оптимальной геометрии резонаторов. Данные зависимости позволяют рассчитывать такие эквивалентные динамические параметры резонаторов, как индуктивность, емкость, емкостное отношение и др. Они позволяют определять чувствительность резонаторов к локальному изменению толщины ПЭ, которая пропорциональна квадрату собственной функции, что является необходимым не только при производстве резонаторов, но и при построении различного рода пьезодатчиков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cowdrey D. R., Willis J. R. — J. Acoust. Soc. Am., 1974, 56, № 1, p. 94.
2. Yamasata S., Fukai I., Yasuda I. — Дэнси цусин гаккай ромбунси, Trans. Inst. Electron. and Commun. Eng. Jap., 1979, J62-A, № 7, p. 436.
3. Веселов Г. И., Постников И. И., Самойлов В. С. — Изв. вузов — Радиоэлектроника, 1983, 26, № 6, с. 27
4. Постников И. И. — Электросвязь, 1985, № 2, с. 54.
5. Пашков С. С., Постников И. И., Самойлов В. С. — Электронная техника. Сер. Радиодетали и радиокомпоненты 1983, вып. 3 (52), с. 48.
6. Mindlin R. D., Spencer W. J. — J. Acoust. Soc. Am., 1967, 42, № 6, p. 1268.
7. Спенсер У. В кн.: Физическая акустика. / Под ред У Мэзона. — М.: Мир, 1973, т. 5, с. 134.
8. Постников И. И., Самойлов В. С., Моргаловский В. П. — Радиотехника и электроника, 1984, 29, № 4, с. 643.
9. Кэди У. Пьезоэлектричество и его практические применения. — М.: ИЛ, 1949. — 718 с.
10. Постников И. И., Самойлов В. С. В кн.: Сборник научных трудов, Современная радиоэлектронная аппаратура. — М.: МТИ, 1983, вып. 49, с. 49.
11. Справочник по кварцевым резонаторам. / Под ред. П. Г. Позднякова. — М.: Связь, 1978. — 288 с
12. Багаев В. П. — Электронная техника. Сер. 9. Радиокомпоненты, 1966, вып. 3, с. 18.
13. Веселов Г. И., Постников И. И., Самойлов В. С. В кн.: Сборник научных трудов по проблемам микроэлектроники. Сер. Приборы и техника СВЧ. — М.: МИЭТ, 1979, с. 133.
14. Пашков С. С., Баржин В. Я., Любимов Л. А. и др. — Электронная техника. Сер. 5. Радиокомпоненты, 1975, вып. 5(11), с. 31.
15. Семиглазов А. М. Кварцевые генераторы. — М.: Радио и связь, 1982, 87 с.

Поступила в редакцию
22 мая 1985 г.

NATURAL OSCILLATIONS OF LENS PIEZOELEMENTS

I. I. Postnikov

The dependency of lens piezoelements fundamental function on their geometric dimensions for harmonic and anharmonic vibrations is studied. Simple analytical expressions for calculation of these dependences are given. The results of calculation are compared with those of digital computer modelling.