

УДК 621.385.69

## ТЕОРИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ПЕНИОТРОНА \*

В. А. Жураховский

Построена нормированная математическая модель для описания движения электронов в релятивистском пениотроне с плавно изменяющимся магнитостатическим полем, обеспечивающим режим точного гирорезонанса вдоль всей длины прибора. Приведены результаты машинных расчетов энергетике такого аппарата и пример рационального выбора его параметров, отвечающий высокому электронному КПД моноскоростного потока.

Пениотрон как слабoreлятивистский прибор с однородным магнитостатическим полем был предложен в работах [1, 2]. Впоследствии он подробно изучался теоретически и экспериментально (например, в работах [3-6]). Существенно релятивистский пениотрон отличается от своего слабoreлятивистского прототипа повышенным уровнем энергии электронов. Он, так же как и слабoreлятивистский, способен функционировать с однородным магнитным полем. Но если в слабoreлятивистском пениотроне отбор энергии электронов практически не связан с изменением гирочастоты частиц и доплеровской частоты волны, то в существенно релятивистском приборе по мере изменения энергии и продольной скорости частиц заметно изменяются и гирочастота, и доплеровская частота, что в случае однородного магнитного поля приводит к нарушению режима гирорезонанса и ограничению электронного КПД. Такие же физические причины ограничивают цифры КПД и других гирорезонансных приборов с однородным магнитным полем, в частности существенно релятивистского гиротрона и мазера на циклотронном авторезонансе (МЦАР). Поэтому теоретический электронный КПД релятивистского пениотрона с однородным магнитным полем должен быть примерно такого же порядка, как и КПД гиротрона или МЦАР, т. е. при разумных электрических напряжениях волны и приемлемых габаритах пространства взаимодействия должен иметь значение в пределах 20 — 30%.

Ниже рассматривается релятивистский пениотрон со специальным профилированием индукции направляющего магнитного поля, обеспечивающим режим точного сквозного резонанса, т. е. резонанса вдоль всей длины пространства взаимодействия. В таких условиях достигается компенсация изменения релятивистской гирочастоты и доплеровской частоты и появляется возможность длительного торможения частиц. При этом фактор релятивизма, в принципе, совмещается с высоким электронным КПД. Подобное положение вещей теоретически разрешено и в лампе на аномальном эффекте Доплера, но ее технические показатели снижает сильная неравномерность роста КПД вдоль оси прибора, обусловленная предварительной прямолинейностью электронных траекторий. В отличие от этого, пениотрон запитывается не прямолинейным, а предварительно спирализованным электронным потоком (вращающейся монотрубкой). Поэтому частицы отдают свою энергию волне приблизительно равномерно вдоль всего рабочего тракта и прибор оказывается более пригодным для практической реализации.

\* Основные результаты настоящей работы доложены на IV Всесоюзном семинаре по релятивистской высокочастотной электронике. М., 1984 г.

Модельная схема пространства взаимодействия показана на рис. 1. Трубочатый вращающийся как целое электронный поток поступает в круглый волновод, поддерживающий одну из мод вращающейся структуры. Сначала электроны движутся с постоянным радиусом соосно полю, почти не обмениваясь с ним энергией. Но затем вследствие поперечного дрейфа ведущих центров ротаторов соосность нарушается, что приводит к существенному энергообмену и уменьшению

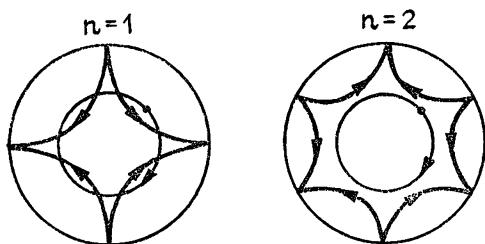


Рис. 1.

радиуса электронных спиралей. Направление дрейфа зависит от момента влета частицы в поле, но так как траектории различных частиц конгруэнтны, то можно считать, что все электроны работают в одинаковых условиях. Поэтому достаточно изучить поведение одного электрона. Для простоты мы пренебрежем разбросом скоростей электронов и пространствен-

ным зарядом, а продольное распределение амплитуды волны возьмем однородным.

Методика составления усредненных уравнений винтового движения релятивистских электронов в резонансном электромагнитном и плавно неоднородном магнитостатическом полях описана в работах [7, 8]. Этой методикой мы и будем пользоваться.

Зададимся функцией Герца вращающейся ТЕ-моды

$$\Pi(\rho, \varphi) = J_m(k\rho \sqrt{1 - \beta_\phi^2}) \exp(-jm\varphi) \quad (1)$$

и осесимметричным магнитостатическим полем

$$B_\rho = -0,5\rho B'_0(z), \quad B_z = B_0(z), \quad (2)$$

где  $\rho, \varphi, z$  — цилиндрические координаты,  $J$  — функция Бесселя указанного индекса и аргумента,  $k$  — волновое число,  $\beta_\phi$  — нормированная к скорости света фазовая скорость волны,  $j$  — мнимая единица,  $m$  — количество азимутальных вариаций высокочастотного поля. Тогда рабочая гармоника функции Герца запишется в виде

$$\Pi_n = J_n\left(kr \sqrt{\frac{1 - \beta_\phi^2}{\delta}}\right) J_{m-n}\left(kR \sqrt{\frac{1 - \beta_\phi^2}{\delta}}\right) e^{(n-m)\varphi}, \quad (3)$$

а соответствующий ей усредненный квазипотенциал — в виде

$$V = \frac{\eta F s}{\Gamma k n} kr \sqrt{\frac{1 - \beta_\phi^2}{\delta}} J'_n\left(kr \sqrt{\frac{1 - \beta_\phi^2}{\delta}}\right) \times \\ \times J_{m-n}(kR \sqrt{1 - \beta_\phi^2} / \sqrt{\delta}) \cos \theta, \quad (4)$$

где  $\eta$  — абсолютная величина удельного заряда покоящегося электрона,  $F$  — амплитуда волны,  $s = 1 - \beta_z \beta_\phi^{-1}$ ,  $\beta_z$  — нормированная к скорости света продольная скорость частицы,  $\Gamma$  — начальная нерелятивистская гирочастота,  $n$  — порядок гирорезонанса,  $\delta$  — текущая индукция магнитостатического поля, нормированная к своему начальному значению,  $r, R$  — адиабатические переменные, используемые для описания эволюции радиуса орбиты электрона  $r_1 = r/\sqrt{\delta}$  и радиальной координаты ее ведущего центра  $R_1 = R/\sqrt{\delta}$ ,  $\theta$  — обобщенная медленная фаза резонансных сил вращающегося поля, действующих на электрон на винтовой траектории.

От усредненного квазипотенциала переходим непосредственно к уравнениям усредненного движения:

$$\begin{aligned}
 \dot{\gamma} &= -\frac{n\Gamma\delta}{s\omega\gamma} \frac{\eta Fs}{cn} kr \sqrt{\frac{1-\beta_\phi^{-2}}{\delta}} J'_n \left( kr \sqrt{\frac{1-\beta_\phi^{-2}}{\delta}} \right) \times \\
 &\quad \times J_{m-n} \left( kR \sqrt{\frac{1-\beta_\phi^{-2}}{\delta}} \right) \sin \theta, \\
 \dot{R} &= \frac{\eta Fs \sqrt{1-\beta_\phi^{-2}}}{n\Gamma \sqrt{\delta}} kr \sqrt{\frac{1-\beta_\phi^{-2}}{\delta}} J'_n \left( kr \sqrt{\frac{1-\beta_\phi^{-2}}{\delta}} \right) \times \\
 &\quad \times \frac{m-n}{kR} \sqrt{\frac{\delta}{1-\beta_\phi^{-2}}} J_{m-n} \left( kR \sqrt{\frac{1-\beta_\phi^{-2}}{\delta}} \right) \sin \theta, \\
 \dot{\theta} &= s\omega - \frac{n\Gamma\delta}{\gamma} - \frac{\eta Fs}{\Gamma kr} \frac{\partial}{\partial r} \left[ kr \sqrt{\frac{1-\beta_\phi^{-2}}{\delta}} J'_n \left( kr \sqrt{\frac{1-\beta_\phi^{-2}}{\delta}} \right) \times \right. \\
 &\quad \left. \times J_{m-n} \left( kR \sqrt{\frac{1-\beta_\phi^{-2}}{\delta}} \right) \right] \cos \theta,
 \end{aligned} \tag{5}$$

где точкой сверху обозначено дифференцирование по времени,  $\gamma$  — безразмерная релятивистская масса-энергия электрона,  $\omega$  — круговая частота волны,  $c$  — скорость света.

В режиме сквозного гирорезонанса  $s\omega = n\Gamma\delta/\gamma$  уравнение для медленной фазы допускает тривиальное решение  $\theta = \pm\pi/2$ . Выбор знака  $\theta$  производим с помощью уравнения для переменной  $R$ . На входе в пространство взаимодействия электроны вращаются соосно полю, т. е.  $R = 0$ . При таком  $R$  правая часть уравнения для  $R$  имеет особенность, которая устраняется, если  $m - n = \pm 1$  (а также при  $|m - n| \neq 1$ , но в задаче о пениотроне этот вариант неинтересен, поскольку дает лишь тривиальный результат  $R \equiv 0$ ). Принимая  $\dot{R} > 0$  и  $J'_n(k_\perp r_1) > 0$ , где  $k_\perp = k\sqrt{1-\beta_\phi^{-2}}$ , находим, что  $\sin \theta > 0$ , т. е.  $\theta = \pi/2$ . Далее 2-е и 3-е уравнения системы (5) нам не потребуются. Подставляя  $\sin \theta = 1$  в 1-е уравнение системы (5) и принимая  $\dot{\gamma} < 0$ , находим, что  $J_{\pm 1}(k_\perp R_1) > 0$ , а это возможно, если индекс бесселевой функции равен единице. Таким образом, приходим к следующему уравнению для изменения массы-энергии произвольной частицы в условиях сквозного резонанса:

$$\begin{aligned}
 \dot{\gamma} &= -\frac{\eta Fs}{cn} kr \sqrt{\frac{1-\beta_\phi^{-2}}{\delta}} J'_n \left( kr \sqrt{\frac{1-\beta_\phi^{-2}}{\delta}} \right) \times \\
 &\quad \times J_1(kR\sqrt{1-\beta_\phi^{-2}}/\sqrt{\delta}).
 \end{aligned} \tag{6}$$

Заметим, что текущее изменение  $\gamma$  подчиняется интегралу продольного движения при сквозном гирорезонансе

$$\left[ \left( \frac{n\Gamma\delta}{\omega} \right)^2 + \left( \frac{\gamma\beta_z}{\beta_\phi} \right)^2 (\beta_\phi^2 - 1) + 1 \right] / \left( 2 \frac{n\Gamma\delta}{\omega} \right) \equiv C = \text{const}, \tag{7}$$

первоначально полученному для ТЕМ-волны в диэлектрической среде и основного резонанса [9], а затем распространенному на ТЕ, ТМ или гибридные волны в вакуумном волноводе и произвольные порядки гирорезонанса [10]. В зависимости от выбора начальных условий величина  $\gamma$  может либо монотонно уменьшаться, либо сперва возрасти,

затем проходить через максимум и далее уменьшаться. Целесообразно выбрать начальной точкой ту, где масса-энергия максимальна. В этом случае достигается наибольший электронный КПД при наименьшем (для него) габарите прибора. В оговоренной начальной точке выполняются соотношения

$$n\Gamma/\omega = C + \sqrt{C^2 - 1} \sqrt{1 - \beta_\phi^{-2}}, \quad \gamma_0 = C + \sqrt{C^2 - 1} / \sqrt{1 - \beta_\phi^{-2}} \quad (8)$$

(индекс 0 здесь и далее служит признаком начальных условий). Заменяя  $n\Gamma/\omega$  на  $s_0\gamma_0$  и исключая константу  $C$ , устанавливаем связь между  $\gamma_0$ ,  $\beta_{z0}$  и  $\beta_\phi$ :

$$\gamma_0^2 (1 + \beta_{z0}^2 - 2\beta_{z0}\beta_\phi) = 1. \quad (9)$$

Вводя начальный угол наклона электронных спиралей  $\psi = \arccos(\beta_{z0}/\beta_0)$ , где  $\beta_0 = \sqrt{1 - \gamma_0^{-2}}$ , находим оптимальную фазовую скорость электромагнитной волны

$$\beta_\phi = 0,5\beta_0 (\cos \psi + 1/\cos \psi), \quad (10)$$

которая, таким образом, полностью определена начальными характеристиками электронного потока.

Перейдем в (6) к нормированной зависимой переменной  $\omega = 1 - \gamma/\gamma_0$  и нормированной независимой переменной

$$\zeta = \frac{z\eta E_{ст}}{c^2 m |J_m(x_{mq})| / x_{mq}}, \quad (11)$$

где  $E_{ст}$  — амплитуда напряженности электрического поля на внутренней стенке металлической трубы, связанная с амплитудой волны  $F$  соотношением

$$E_{ст} = F \sqrt{1 - \beta_\phi^{-2}} m |J_m(x_{mq})| / x_{mq}, \quad (12)$$

$x_{mq}$  —  $q$ -й по счету корень уравнения  $J'_m(x) = 0$ . Тогда

$$\frac{d\omega}{d\zeta} = \frac{1}{n\gamma_0 \sqrt{1 - \beta_\phi^{-2}}} \left( \frac{1}{\beta_z} - \frac{1}{\beta_\phi} \right) kr \sqrt{\frac{1 - \beta_\phi^{-2}}{\delta}} \times \\ \times J'_n \left( kr \sqrt{\frac{1 - \beta_\phi^{-2}}{\delta}} \right) J_1 \left( kR \sqrt{\frac{1 - \beta_\phi^{-2}}{\delta}} \right). \quad (13)$$

Переменные  $R$ ,  $r$ ,  $\beta_z$  и  $\delta$ , входящие в правую часть записи (13), могут быть явно выражены через  $\omega$  путем совместного решения четырех алгебраических уравнений — формулы релятивистской связи массы со скоростью, условия сквозного резонанса, интеграла продольного движения (7) и интеграла поперечного движения

$$R^2 - r^2 (1 - m/n) = \text{const}, \quad (14)$$

найденного сначала для однородного магнитостатического поля в работах [11, 12], а затем для неоднородного поля в работе [8]. Получается

$$kR = \sqrt{2n\omega / (1 - \beta_{z0}\beta_\phi^{-1})}, \quad kr = \sqrt{2n^2(\beta_{z0}\beta_\phi - \omega) / (1 - \beta_{z0}\beta_\phi^{-1})}, \\ \beta_z = \frac{\beta_{z0} - \beta_\phi^{-1}\omega + \sqrt{1 - \beta_\phi^{-2}} \sqrt{2\beta_{z0}\beta_\phi\omega - \omega^2}}{1 - \omega}, \quad (15) \\ \delta = \frac{\beta_\phi - \beta_{z0} - (\beta_\phi - \beta_\phi^{-1})\omega - \sqrt{1 - \beta_\phi^{-2}} \sqrt{2\beta_{z0}\beta_\phi\omega - \omega^2}}{\beta_\phi - \beta_{z0}}.$$

Подстановка выражений (15) в соотношение (13) дает окончательный вид дифференциального уравнения для нормированной энергетической переменной произвольной частицы в релятивистском пениотроне с режимом сквозного гирорезонанса:

$$\begin{aligned}
 d\omega/d\xi &= \gamma_0^{-1} \sqrt{2\beta_\phi^{-1}(\beta_{z0}\beta_\phi - \omega)} \times \\
 &\times \frac{\sqrt{\beta_\phi - \beta_{z0} - (\beta_\phi - \beta_\phi^{-1})\omega - \sqrt{1 - \beta_\phi^{-2}} \sqrt{2\beta_{z0}\beta_\phi\omega - \omega^2}}}{\beta_{z0} - \beta_\phi^{-1}\omega + \sqrt{1 - \beta_\phi^{-2}} \sqrt{2\beta_{z0}\beta_\phi\omega - \omega^2}} \times \\
 &\times J_n' \left( \sqrt{\frac{2n^2(\beta_\phi - \beta_\phi^{-1})(\beta_{z0}\beta_\phi - \omega)}{\beta_\phi - \beta_{z0} - (\beta_\phi - \beta_\phi^{-1})\omega - \sqrt{1 - \beta_\phi^{-2}} \sqrt{2\beta_{z0}\beta_\phi\omega - \omega^2}}} \right) \times \\
 &\times J_1 \left( \sqrt{\frac{2n(\beta_\phi - \beta_\phi^{-1})\omega}{\beta_\phi - \beta_{z0} - (\beta_\phi - \beta_\phi^{-1})\omega - \sqrt{1 - \beta_\phi^{-2}} \sqrt{2\beta_{z0}\beta_\phi\omega - \omega^2}}} \right).
 \end{aligned} \tag{16}$$

Здесь производная бесселевой функции  $J_n'$  ответственна за поперечную неоднородность резонансных сил электромагнитного поля внутри электронной спирали, а бесселева функция  $J_1$  ответственна за радиальный дрейф ведущего центра этой спирали. Имеется всего два безразмерных параметра: начальная энергия электронов  $\gamma_0$  и начальный угол наклона электронных траекторий  $\psi$ . Фазовая скорость волны вычисляется по формуле (10) и не является отдельным параметром. Протяженность интегрирования  $\xi$  определяется моментом обращения в нуль поперечной скорости электронов и, таким образом, тоже не является отдельным параметром. Начальное условие для переменной  $\omega$  — нулевое. Энергетическая переменная пересчитывается в электронный КПД по формуле  $\kappa = \omega/(1 - \gamma_0^{-1})$ . Текущее количество витков скручивающейся электронной спирали определяется через интеграл от текущей релятивистской гирочастоты по времени.

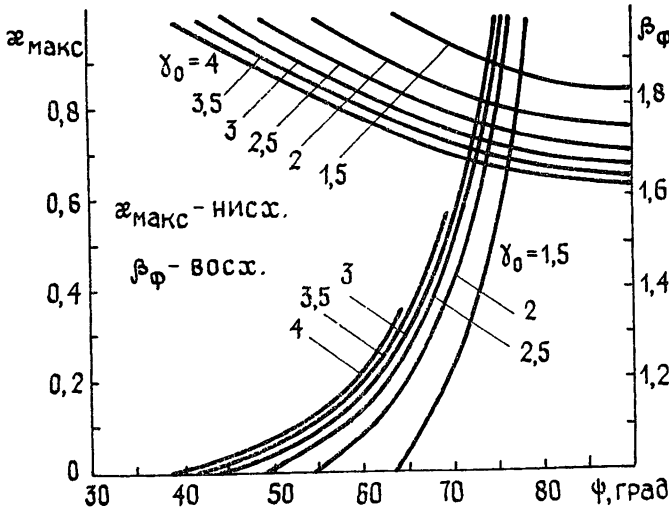


Рис. 2.

Предварительные сведения об энергетике релятивистского пениотрона можно получить из алгебраических соотношений (15). Полагая  $r=0$ , получаем  $\omega = \beta_{z0}\beta_\phi$  или с учетом оптимального значения фазовой скорости волны (10) для всех  $n$

$$\kappa_{\max} = 0,5(1 + \gamma_0^{-1})(1 + \cos^2 \psi), \quad \forall n. \tag{17}$$

На рис. 2 представлены графики функций (10) и (17). Можно заметить, что при фиксированной фазовой скорости волны и, аналогично, при фиксированном электронном КПД потока увеличение начальной энергии частиц ведет к уменьшению крутизны винтовых траекторий. В этом отношении высокие энергии электронов предпочтительны. Более тонкие критерии выбора начальных энергий и углов можно выработать после анализа траекторных расчетов.

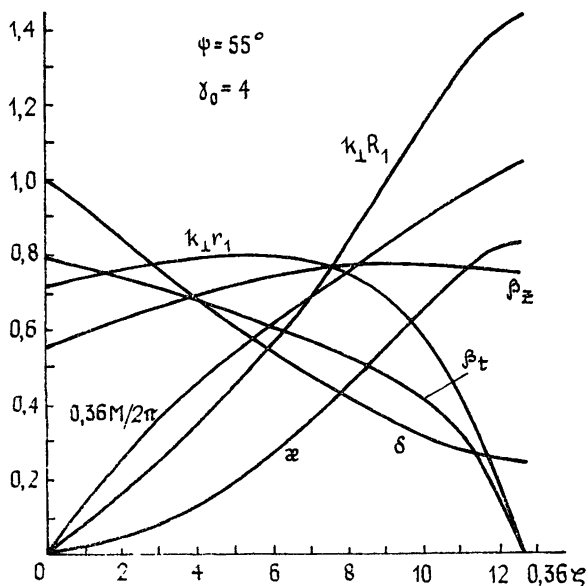


Рис. 3.

На рис. 3 показаны типичные траекторные характеристики электронов в пениотроне со сквозным гирорезонансом. Здесь  $\beta_t$  — нормированная к скорости света поперечная скорость электронов,  $M$  — нормированное количество электронных витков, связанное с их фактическим количеством  $N$  соотношением

$$M = \frac{2\pi n N \eta E_{ст}}{c \omega t |J_m(x_{mq})| / x_{mq}} \quad (18)$$

Из рисунка видно, что вблизи коллекторного конца пениотрона цифры радиуса ведущего центра винтовой орбиты  $R_1$ , электронного КПД  $\alpha$ , продольной скорости  $\beta_z$  и относительной индукции магнитостатического поля  $\delta$  стабилизируются, что свидетельствует об устойчивости рассматриваемого режима к погрешностям в реализации продольного габарита прибора. В широком диапазоне значений параметра  $\gamma_0$  зависимости финальных значений  $M(\psi)$  изображаются кривыми с минимумами. Согласно формуле (18), величина  $M$  пропорциональна длине волны  $\lambda$ . Следовательно, минимальным значениям  $M$  отвечает наиболее коротковолновые конструкции прибора. Это обстоятельство позволяет провести оптимизацию получаемых результатов по углу  $\psi$ .

Сводные данные по оптимизированному пениотрону на основной гирогармонике представлены на рис. 4. Левые дополнительные оси содержат шкалы длин волн  $\lambda$ , пересчитанные со шкалы  $M$  по формуле (18) для мод  $TE_{21}$  и  $TE_{22}$  при количестве физических электронных витков  $N=10$  и напряженности электрического поля на стенке электродинамической системы  $E_{ст}=10$  кВ/мм. Правые дополнительные оси содержат шкалы длин прибора  $L$ , пересчитанные со шкалы  $\xi$  по формуле (11). Приводим пример рационального выбора параметров релятивистского пениотрона, работающего в режиме сквозного гирорезонанса:  $n=1$ ,  $\alpha=83\%$ ,  $\gamma_0=4$ ,  $\psi=55^\circ$ ,  $\beta_\phi=1,122$ ,  $N=10$ ,  $E_{ст}=$

$= 10$  кВ/мм, мода  $TE_{22}$ ,  $\lambda = 8,85$  мм,  $L = 16,9$  см,  $r_0 = 2,2$  мм, радиус стенки  $R_{ст} = 20,8$  мм,  $\delta \geq 0,25$ , график функции  $\delta(\xi)$  приведен на рис. 3.

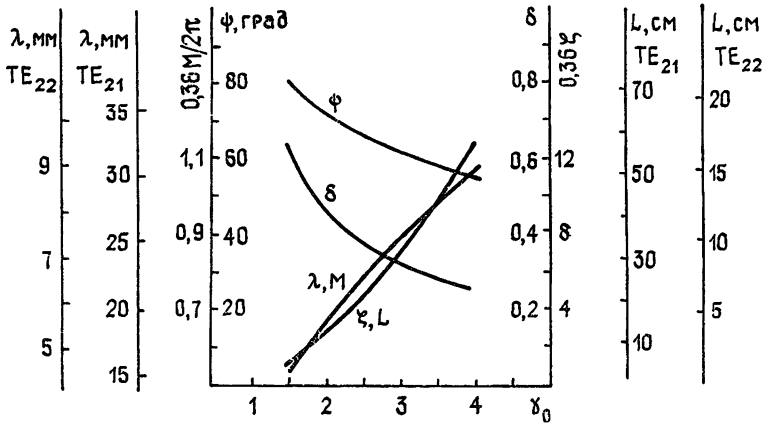


Рис. 4.

Привлекательной стороной пениотронного типа взаимодействия, в том числе и при существенно релятивистских энергиях частиц, является высокий электронный КПД, являющийся следствием конгруэнтности всех электронных траекторий. Профилирование магнитостатического поля несколько затрудняет запуск рассмотренного аппарата в режиме генератора, однако не препятствует его работе в режиме усилителя.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Оно С., Ямапouchi К., Shibata Y., Koike Y. — Sci. Repts Res. Insts Tohoku Univ., 1962, В-14, № 2, p. 49.
2. Оно С., Ямапouchi К., Shibata Y., Koike Y. — Sci. Repts Res. Insts Tohoku Univ., 1963, В-14, № 3—4, p. 203.
3. Кузнецов С. П., Трубецков Д. И., Четвериков А. П. — Письма в ЖТФ, 1980, 6, № 19, с. 1164.
4. Кузнецов С. П., Моносов Г. Г., Трубецков Д. И., Четвериков А. П. В кн.: 5-я зимняя школа-семинар инженеров: Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Кн. I. — Саратов, 1981, с. 8.
5. Döhler G., Gallagher D., Moats R., Scafuri F. — In: Int. Electron Devices Meet. Tech. Dig. [Washington, D. C., Dec. 7—9, 1981]. New York, N. Y., 1981, p. 328.
6. Кузнецов С. П., Осин А. В. — Радиотехника и электроника, 1984, 24, № 2, с. 300.
7. Жураховский В. А. — Радиотехника: Респ. межвед. темат. научно-техн. сб., 1974, вып. 28, с. 60.
8. Жураховский В. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 12, с. 1847.
9. Воронин В. С., Кононов В. К. — ЖТФ, 1970, 40, № 1, с. 160.
10. Жураховский В. А. — Радиотехника Респ. межвед. темат. научно-техн. сб., 1975, вып. 35, с. 71.
11. Юлпатов В. К. — Доклады на V Межвузовской конференции по электронике СВЧ. — Саратов, 1966.
12. Петелин М. И., Юлпатов В. К. В кн.: 3-я зимняя школа-семинар инженеров: Лекции по электронике СВЧ. Кн. IV. — Саратов, 1974, с. 95.

Киевский технологический институт  
пищевой промышленности

Поступила в редакцию  
12 октября 1984 г.

## THE THEORY OF RELATIVISTIC PENIOTRON

V. A. Zhurakhovskij

A normalized mathematical model is found for the description of electron motion in relativistic peniotron with smooth-varying magnetostatic field, which secures an exact gyroresonance regime along the whole device length. The results of computer calculations of such device energetics and an example of rational selection of its parameters are presented, which correspondings to the high electron efficiency of mono-velocity beam.