

УДК 621.371.165

К ВОПРОСУ О СТРУКТУРЕ РЯДОВ МЕЙКСНЕРА

Г. И. Макаров, А. В. Осипов

При обсуждении вопроса о структуре рядов Мейкснера на примере секториальной среды, состоящей из двух прямоугольных клиньев и полупространства, показано, что в тех случаях, когда определяющее трансцендентное уравнение имеет корни, различающиеся на целые числа, ряды Мейкснера следует пополнить новыми членами, имеющими не степенной, а логарифмический характер.

Хорошо известно [1, 2], что электромагнитное поле на ребре клиновидной структуры может иметь особенность. Наличие ее формально приводит к решению в виде рядов, содержащих нецелые степени расстояния от ребра (рядов Мейкснера) [3]. Для коэффициентов рядов возникает рекуррентная система обыкновенных дифференциальных уравнений, решая которую мы получаем представление поля в окрестности ребра структуры. Однако, как было показано в [4], при определенных ситуациях задача о нахождении коэффициентов рядов оказалась неразрешимой, что привело авторов статьи к выводу о внутренней противоречивости теории Мейкснера. Клиновидная структура, рассматриваемая в настоящей статье, служит конкретным примером структур, для которых ряды Мейкснера в обычном виде не существуют. В отличие от работ [5, 6], где главное внимание уделялось вычислению показателя степени расстояния, который связан с особенностью поля вблизи ребра, в данной статье обсуждается возможная форма последующих членов, т.е. аналитическая структура рядов Мейкснера. В результате удастся показать, что в подобных — «вырожденных» — случаях эти ряды нуждаются в пополнении некоторыми новыми членами, имеющими не степенной, а логарифмический характер. Существенно, что указанное изменение структуры не затрагивает первые члены рядов Мейкснера, которые, как известно, и определяют особенность поля.

Рассмотрим структуру (рис. 1), которая состоит из полупространства и двух прямоугольных клиньев с электрическими характеристиками ϵ'_i, μ_0 , где μ_0 — магнитная проницаемость, одинаковая для всех сред, ϵ'_i — комплексная диэлектрическая проницаемость, $i = 1, 2, 3$. Цилиндрическую систему координат введем таким образом, чтобы ось OZ оказалась направленной вдоль общего ребра клиньев. Кроме того, мы сразу будем предполагать, что поля не зависят от координаты z , и вместо уравнений Максвелла рассмотрим непосредственно двумерное уравнение Гельмгольца для поперечной компоненты поля H_z :

$$\Delta H_z + K_i^2 H_z = 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

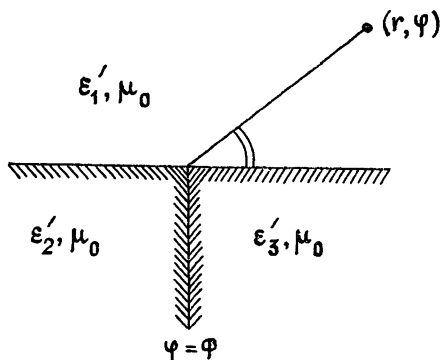


Рис. 1.

не зависят от координаты z , и вместо уравнений Максвелла рассмотрим непосредственно двумерное уравнение Гельмгольца для поперечной компоненты поля H_z :

В силу условия Мейкснера на ребре [2] H_z должно быть ограничено при $r \rightarrow 0$. На границах раздела секторов требуем непрерывности функций H_z и $(\epsilon'_i)^{-1}(\partial H_z / \partial \varphi)$. Таким образом, рассматривается случай ТМ-поляризации поля. Другой случай — ТЕ-поляризации — отличается от рассматриваемого только более простым видом условий шивания на границах раздела секторов и может быть рассмотрен аналогично.

В соответствии с методом Мейкснера будем искать решение поставленной задачи в виде

$$H_z(r, \varphi) = \begin{cases} \sum_s r^{\kappa_s} \sum_{n=0}^{\infty} r^n A_n^{(s)}(\varphi), & 0 \leq \varphi \leq \pi \\ \sum_s r^{\kappa_s} \sum_{n=0}^{\infty} r^n B_n^{(s)}(\varphi), & \pi \leq \varphi \leq \frac{3}{2}\pi, \\ \sum_s r^{\kappa_s} \sum_{n=0}^{\infty} r^n C_n^{(s)}(\varphi), & \frac{3}{2}\pi \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases} \quad (1)$$

где $A_n^{(s)}$, $B_n^{(s)}$, $C_n^{(s)}$ — искомые коэффициенты разложения, а показатели κ_s пока не определены. Для того чтобы удовлетворить условие на ребре, должно быть выполнено неравенство

$$\operatorname{Re} \kappa_s > 0, \quad \forall s. \quad (2)$$

Кроме того, условию на ребре удовлетворяют члены ряда (1) с $\kappa_s = 0$, поскольку в этом случае первый из них не зависит от φ , и поэтому компоненты электрического поля не имеют особенности при $r \rightarrow 0$. Подстановка рядов (1) в уравнение Гельмгольца дает рекуррентную систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d^2 A_0^{(s)}}{d\varphi^2} + \kappa_s^2 A_0^{(s)} = 0, \quad \frac{d^2 B_0^{(s)}}{d\varphi^2} + \kappa_s^2 B_0^{(s)} = 0, \quad \frac{d^2 C_0^{(s)}}{d\varphi^2} + \kappa_s^2 C_0^{(s)} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{d^2 A_1^{(s)}}{d\varphi^2} + (\kappa_s + 1)^2 A_1^{(s)} = 0, \quad \frac{d^2 B_1^{(s)}}{d\varphi^2} + (\kappa_s + 1)^2 B_1^{(s)} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d^2 C_1^{(s)}}{d\varphi^2} + (\kappa_s + 1)^2 C_1^{(s)} = 0;$$

$$\frac{d^2 A_n^{(s)}}{d\varphi^2} + (\kappa_s + n)^2 A_n^{(s)} = -K_1^2 A_{n-2}^{(s)},$$

$$\frac{d^2 B_n^{(s)}}{d\varphi^2} + (\kappa_s + n)^2 B_n^{(s)} = -K_2^2 B_{n-2}^{(s)}, \quad (5)$$

$$\frac{d^2 C_n^{(s)}}{d\varphi^2} + (\kappa_s + n)^2 C_n^{(s)} = -K_3^2 C_{n-2}^{(s)}.$$

Требование разрешимости однородной системы (3) приводит к трансцендентному уравнению для определения показателей κ_s . В нашем случае оно имеет вид [7]

$$\cos^2 \{\pi \kappa_s\} - Y \cos \{\pi \kappa_s\} - 1 + Y = 0, \quad (6)$$

где

$$Y = \frac{\epsilon'_1 (\epsilon'_2 - \epsilon'_3)^2}{(\epsilon'_1 + \epsilon'_2) (\epsilon'_1 + \epsilon'_3) (\epsilon'_2 + \epsilon'_3)}.$$

Нетрудно убедиться, что написанное квадратное уравнение допускает два решения:

$$\cos \{\pi \kappa_s\} = 1, \quad \cos \{\pi \kappa_s\} = -1 + Y. \quad (6a)$$

Таким образом, решения уравнения (6), удовлетворяющие условию (2), разделяются на три группы:

$$\kappa_{3s} = \kappa_0 + 2s, \quad \kappa_{3s+1} = \kappa_1 + 2s, \quad \kappa_{3s+2} = \kappa_2 + 2s,$$

где $s=0, 1, 2, \dots$, $\kappa_0=0$, $\kappa_2=2 - \kappa_1$, а κ_1 есть корень второго из уравнений (6a) с наименьшей неотрицательной вещественной частью. Числа $\kappa_s + 2p + 1$, где $p=0, 1, 2, \dots$, не являются корнями трансцендентного уравнения. Поэтому система (4) и все связанные между собой системы (5) для нечетных номеров допускают только тривиальные решения. Итак,

$$A_{2p+1}^{(s)}(\varphi) = B_{2p+1}^{(s)}(\varphi) = C_{2p+1}^{(s)}(\varphi) = 0, \quad \forall p, s.$$

Попытки решения неоднородных систем (5) в случае четных номеров, например методом вариации произвольных постоянных, наталкиваются на ту трудность, что определители возникающих линейных алгебраических систем оказываются равными нулю. Более подробный анализ показывает, что единственно возможным здесь будет только тривиальное решение, и, таким образом, построить ряды Мейкснера в виде (1) не удастся. (Исключение составляет лишь случай, когда один из клиньев является идеально проводящим. При этом для целочисленных κ_s решение неоднородных систем может быть построено. Предлагаемое ниже видоизменение структуры рядов Мейкснера включает в себя подобные возможности.) Указанная трудность обусловлена тем, что показатели оказались разбитыми на три семейства, внутри которых все показатели отличаются на целое число, кратное двум, что, очевидно, и приводит к обращению соответствующих определителей в нуль. Заметим, что именно на подобные затруднения указывают авторы статьи [4]. Между тем ситуация, во многом аналогичная указанной, хорошо известна в теории обыкновенных дифференциальных уравнений и возникает она всякий раз при построении решения обыкновенного дифференциального уравнения в окрестности регулярной особой точки методом Фробениуса [8], если среди корней определяющего уравнения оказываются корни, различающиеся на целое число. Иначе говоря, выход из сложившейся ситуации состоит в том, что разложение (1) следует пополнить новыми членами, имеющими не степенной, а логарифмический характер. Для обоснования высказанного утверждения воспользуемся следующим приемом. Допустим, что клинья у нас косоугольные: $\Phi = (3/2)\pi - \varepsilon$, $\varepsilon \neq 0$. Тогда трансцендентное уравнение принимает вид [7]

$$\sin^2 \{\pi \kappa_s\} + \alpha_1 \alpha_3 \sin^2 \{(\Phi - \pi) \kappa_s\} + \alpha_2 \alpha_3 \sin^2 \{(2\pi - \Phi) \kappa_s\} = 0, \quad (7)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{\varepsilon'_3 - \varepsilon'_1}{\varepsilon'_3 + \varepsilon'_1}, \quad \alpha_2 = \frac{\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2}{\varepsilon'_1 + \varepsilon'_2}, \quad \alpha_3 = \frac{\varepsilon'_2 - \varepsilon'_3}{\varepsilon'_2 + \varepsilon'_3}$$

и упомянутое вырождение показателей снимается. (Случай, когда $\Phi = (p/q)\pi$, где p, q — целые числа, мы пока не рассматриваем.) При этом по-прежнему все коэффициенты в (1) с нечетными номерами равны нулю. Однако неоднородные уравнения (5) для четных номеров уже приводят к линейным алгебраическим системам с определителями, отличными от нуля, и решение в виде рядов Мейкснера (1) может быть построено. Сгруппируем члены рядов Мейкснера следующим образом:

$$H_z(r, \varphi) = A_0^{(0)}(\varphi) + [A_2^{(0)}(\varphi) r^2 + A_0^{(3)}(\varphi) r^{z(\varepsilon)}] + \\ + [A_4^{(0)}(\varphi) r^4 + A_2^{(3)}(\varphi) r^{z(\varepsilon)+2} + A_0^{(6)}(\varphi) r^{z(\varepsilon)}] +$$

$$\begin{aligned}
& + \dots + A_0^{(1)}(\varphi) r^{\kappa_1(\varepsilon)} + [A_2^{(1)}(\varphi) r^{\kappa_1(\varepsilon)+2} + A_0^{(4)}(\varphi) r^{\kappa_4(\varepsilon)}] + \\
& + [A_4^{(1)}(\varphi) r^{\kappa_1(\varepsilon)+4} + A_2^{(4)}(\varphi) r^{\kappa_4(\varepsilon)+2} + A_0^{(7)}(\varphi) r^{\kappa_7(\varepsilon)}] + \\
& + \dots + A_0^{(2)}(\varphi) r^{\kappa_2(\varepsilon)} + [A_2^{(2)}(\varphi) r^{\kappa_2(\varepsilon)+2} + A_0^{(5)}(\varphi) r^{\kappa_5(\varepsilon)}] + \\
& + [A_4^{(2)}(\varphi) r^{\kappa_2(\varepsilon)+4} + A_2^{(5)}(\varphi) r^{\kappa_5(\varepsilon)+2} + A_0^{(8)}(\varphi) r^{\kappa_8(\varepsilon)}] + \dots,
\end{aligned}$$

в секторе $0 \leq \varphi \leq \pi$ и аналогично в остальных секторах. Здесь через $\kappa_n(\varepsilon)$ обозначен корень уравнения (7), который при $\varepsilon \rightarrow 0$ переходит в корень с номером «s» уравнения (6). При ε , стремящемся к нулю, мы, очевидно, имеем

$$\begin{aligned}
\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \kappa_{3s}(\varepsilon) &= 2s, & \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\kappa_{3s+1}(\varepsilon) - \kappa_1(\varepsilon)) &= 2s, \\
\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\kappa_{3s+2}(\varepsilon) - \kappa_2(\varepsilon)) &= 2s, & s &= 0, 1, 2, \dots,
\end{aligned}$$

т. е. показатели степеней всех членов, объединенных в квадратных скобках, в пределе совпадают. Заметим, что при $\varepsilon \rightarrow 0$ все коэффициенты, получаемые как решения неоднородных систем (5), вообще говоря, имеют особенности, которые обусловлены стремлением определителей к нулю. Порядок особенности пропорционален нижнему индексу «n» коэффициента разложения. Для того чтобы предельное значение H_z было конечным, необходимо соответствующим образом выбирать неопределенные коэффициенты в решениях однородных систем (3). При этом после сокращения неограниченных при $\Phi \rightarrow (3\pi/2)$ слагаемых в квадратных скобках выделяются $n/2$ первых членов разложения степенной функции в ряд Тейлора, т. е. возникают степени логарифма расстояния от ребра порядка до $n/2$ включительно. Кроме того, в пределе коэффициент $A_0^{(0)}(\varphi)$ перестает зависеть от φ и условие на ребре для целочисленных членов ряда Мейкнера не нарушается.

Итак, мы приходим к следующему результату: решение поставленной задачи в окрестности ребра клиновидной структуры (рис. 1) следует искать в виде

$$H_z(r, \varphi) = \begin{cases} \sum_{s=0}^2 \sum_{n=0}^{\infty} r^{\kappa_s+2n} \sum_{l=0}^n A_{ln}^{(s)}(\varphi) (\ln r)^l, & 0 \leq \varphi \leq \pi \\ \sum_{s=0}^2 \sum_{n=0}^{\infty} r^{\kappa_s+2n} \sum_{l=0}^n B_{ln}^{(s)}(\varphi) (\ln r)^l, & \pi \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2} \\ \sum_{s=0}^2 \sum_{n=0}^{\infty} r^{\kappa_s+2n} \sum_{l=0}^n C_{ln}^{(s)}(\varphi) (\ln r)^l, & \frac{3\pi}{2} \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases} \quad (8)$$

Для неизвестных коэффициентов $A_{ln}^{(s)}$, $B_{ln}^{(s)}$, $C_{ln}^{(s)}$ может быть получена рекуррентная система обыкновенных дифференциальных уравнений. Здесь мы для краткости приведем только три первые системы, соответствующие $l, n=0, 1$:

$$\frac{d^2 A_{00}^{(s)}}{d\varphi^2} + \kappa_s^2 A_{00}^{(s)} = 0, \quad \frac{d^2 B_{00}^{(s)}}{d\varphi^2} + \kappa_s^2 B_{00}^{(s)} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{d^2 C_{00}^{(s)}}{d\varphi^2} + \kappa_s^2 C_{00}^{(s)} = 0;$$

$$\frac{d^2 A_{11}^{(s)}}{d\varphi^2} + (\kappa_s + 2)^2 A_{11}^{(s)} = 0, \quad \frac{d^2 B_{11}^{(s)}}{d\varphi^2} + (\kappa_s + 2)^2 B_{11}^{(s)} = 0,$$

(10)

$$\frac{d^2 C_{11}^{(s)}}{d\varphi^2} + (\kappa_s + 2)^2 C_{11}^{(s)} = 0;$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A_{01}^{(s)}}{d\varphi^2} + (x_s + 2)^2 A_{01}^{(s)} &= -2(x_s + 2) A_{11}^{(s)} - K_1^2 A_{00}^{(s)}, \\ \frac{d^2 B_{01}^{(s)}}{d\varphi^2} + (x_s + 2)^2 B_{01}^{(s)} &= -2(x_s + 2) B_{11}^{(s)} - K_2^2 B_{00}^{(s)}, \\ \frac{d^2 C_{01}^{(s)}}{d\varphi^2} + (x_s + 2)^2 C_{01}^{(s)} &= -2(x_s + 2) C_{11}^{(s)} - K_3^2 C_{00}^{(s)}. \end{aligned} \quad (11)$$

Система (9) аналогична системе (3) и, следовательно, приводит к тому же трансцендентному уравнению для определения x_s . Система (10) также разрешима, поскольку $x_s + 2$ есть корень определяющего уравнения. Наконец, трудность, связанная с тем, что в левой части неоднородной системы (11) стоит корень трансцендентного уравнения, снимается благодаря тому, что теперь в правой части в нашем распоряжении имеются две неопределенные при решении систем (9), (10) постоянные. Последующие системы устроены аналогично, не содержат противоречий и могут быть решены. Таким образом, формальное решение в виде рядов (8) построено.

Возникновение логарифмических членов в рядах Мейкснера в вырожденных случаях можно продемонстрировать и с несколько иной точки зрения, используя аппарат теории интегральных уравнений. Двумерное уравнение Гельмгольца для функции Грина сведем к интегральному уравнению, обратив оператор Лапласа. Чтобы возникшее интегральное уравнение оказалось фредгольмовым, клиновидную структуру необходимо заключить в цилиндрическую оболочку конечного радиуса R . Конкретный вид граничного условия на оболочке для наших целей несуществен, и мы зададим его таким образом, чтобы функция Грина $G_0(r, r_0, \varphi, \varphi_0)$ уравнения Лапласа при $r \gg r_0$ содержала бы только члены с отрицательными степенями расстояния. Тогда искомое уравнение имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} H_z(r, r_0, \varphi, \varphi_0) &= \\ &= G_0(r, r_0, \varphi, \varphi_0) - \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^R dr_1 r_1 K^2(\varphi_1) G_0(r, r_1, \varphi, \varphi_1) H_z(r_1, r_0, \varphi_1, \varphi_0), \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$K^2(\varphi) = \begin{cases} K_1^2, & 0 < \varphi < \pi \\ K_2^2, & \pi < \varphi < \frac{3}{2}\pi, \\ K_3^2, & \frac{3}{2}\pi < \varphi < 2\pi \end{cases}$$

$G_0(r, r_0, \varphi, \varphi_0)$ есть решение уравнения Лапласа с точечным источником, удовлетворяющее условию Мейкснера на ребре, граничному условию на цилиндрической оболочке и условиям сшивания на границах раздела секторов.

Для $G_0(r, r_0, \varphi, \varphi_0)$ нетрудно получить представление в виде ряда по прямым ($r < r_0$) или обратным ($r > r_0$) степеням расстояния от ребра:

$$G_0(r, r_0, \varphi, \varphi_0) = -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi_n(\varphi) \varphi_n^c(\varphi_0)}{x_n} \exp\left(-x_n \left| \ln \frac{r}{r_0} \right| \right), \quad (13)$$

здесь x_n — показатели, введенные выше, $\{\varphi_n(\varphi)\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{\varphi_n^c(\varphi)\}_{n=1}^{\infty}$ есть два взаимноортогональных семейства функций, нормированных усло-

вием $\int_0^{2\pi} d\varphi \varphi_n(\varphi) \varphi_m^c(\varphi) = \delta_{nm}$. Функции φ_n находятся как решения

уравнения

$$\frac{d^2 \varphi_n}{d\varphi^2} = -\kappa_n^2 \varphi_n$$

и на границах раздела секторов φ_n и $(\epsilon'_i)^{-1}(d\varphi_n/d\varphi)$ непрерывны. Функции φ_n^c удовлетворяют тому же уравнению, а на границах раздела непрерывны $\epsilon'_i \varphi_n^c$ и $(d\varphi_n^c/d\varphi)$. В силу непрерывности ядра и ограниченности области интегральный оператор является фредгольмовым, и при достаточно малых значениях $|K_i|$ ($i=1, 2, 3$) интегральное уравнение можно решать методом последовательных приближений. В качестве «нулевого» приближения возьмем $G_0(r, r_0, \varphi, \varphi_0)$. Тогда характер зависимости от r поправки в первом приближении определяется следующими интегралами:

$$\int_0^R dr_1 (r/r_1)^{\pm \kappa_n} (r_1/r_0)^{\pm \kappa_m}$$

Нетрудно убедиться, что в результате их вычисления выделяются слабые, содержащие $\ln r$.

Мы рассмотрели некоторый специальный случай клиновидной структуры, а именно такой, что определяющее трансцендентное уравнение (6) имело корни, отличающиеся друг от друга на целые числа. Конечно, подобная ситуация может встретиться и для клиновидных структур другого вида, например, когда угол $\Phi = (p/q)\pi$, где p и q целые числа. (Частный случай — диэлектрический клин с углом между образующими $2\pi - \Phi$.) При этом, как легко проверить, трансцендентное уравнение (7) определяет конечное число семейств корней, внутри которых все корни отличаются друг от друга на целые числа, что, как мы видели, может приводить к возникновению в соответствующих членах рядов Мейкснера слагаемых со степенями логарифма расстояния от ребра. В случае ТЕ-поляризации поля и структуры рассмотренного вида определяющее трансцендентное уравнение допускает только целочисленные решения, что соответствует несингулярным в окрестности ребра компонентам поля. Более того, решения остаются целочисленными и для любой произвольной секториальной системы диэлектрических клиньев конечной проводимости. Указанное обстоятельство есть очевидное следствие упрощения условий сшивания, которые представляют собой просто условия непрерывности функций и производных при переходе границ раздела секторов. Таким образом, ряды Мейкснера, которые в случае ТМ-поляризации требовали видоизменения структуры только для некоторых, особых значений углов при вершинах клиньев, в случае ТЕ-поляризации должны иметь вид, аналогичный (8), уже для любой системы диэлектрических клиньев конечной проводимости.

Отметим, что трудности, связанные с построением формального решения уравнения Гельмгольца в окрестности ребра секториальных сред, не присущи случаю статики, поскольку тогда разложение поля имеет вид (13). При переходе к «динамическому» случаю каждый корень κ_s порождает ряд по степеням расстояния, причем, как было показано выше, в вырожденных случаях в коэффициентах этих рядов могут возникать логарифмические члены. Проведенное в настоящей статье уточнение структуры рядов Мейкснера может оказаться полезным для расчетов электродинамических полей в окрестности ребер клиновидных структур.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. — М.—Л.: АН СССР, 1948. — 727 с.
2. Meixner J. — Ann. Phys., 1949, 6, S. 2.
3. Meixner J. — IEEE Trans. AP, 1972, 20, № 4, p. 442.
4. Andersen J. B., Solodukhov V. V. — IEEE Trans. AP, 1978, 26, № 3, p. 598.
5. Врооке Г. Н., Кхарадлы М. М. Z. — IEEE Trans. AP, 1977, 25, № 4, p. 571.
6. Веселов Г. И., Платонов Н. И. — Изв. вузов — Радиоэлектроника, 1985, 28, № 2, с. 92.
7. Бобровников М. С., Замаараева В. П. — Изв. вузов — Физика, № 9, с. 50.
8. Коддингтон Э. А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. — М.: ИЛ, 1958. — 474 с.

Ленинградский государственный
университет

Поступила в редакцию
2 апреля 1985 г.

THE PROBLEM ON THE STRUCTURE OF THE MEIXNERS' SERIES

G. I. Makarov, A. V. Osipov

The problem on the structure of the Meixners' series is considered. By the example of the structure consisting of two dielectric rectangular wedges and half-space, it is shown that in the cases when, the basis transcendental equation has roots distinguishing in integer numbers, the Meixners' series must be completed by new members, being not of the power, but of the logarithmic character.

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1985, т. 62, вып. 6

Заботин Н. А., Насельский П. Д. Статистические аспекты теории формирования мелкомасштабной анизотропии реликтового электромагнитного излучения.

В работе рассчитаны статистические характеристики выбросов флуктуаций температуры реликтового излучения, формируемых в период космологической рекомбинации водорода областями с аномально высоким уровнем возмущений метрики. Делается вывод о том, что анализ статистики выбросов флуктуаций температуры реликтового излучения позволяет получить информацию о корреляционных характеристиках мелкомасштабной анизотропии даже в том случае, когда она оказывается в 2—3 раза ниже уровня собственных шумов аппаратуры, атмосферных, галактических и внегалактических помех.

Абраменков Е. А. Низкочастотные радионаблюдения областей Н II: район галактического диска $147^\circ < l < 153^\circ$.

На четырех частотах декаметрового диапазона в интервале 14,7—25 МГц проведены наблюдения областей Н II Sh 205, 206, 209 и пылевого облака L 1407. Полученные в работе физические параметры туманностей свидетельствуют об уменьшении электронной температуры от центра к периферии Sh 206, 209. Средняя объемная плотность нетеплового излучения межзвездной среды на частоте 25 МГц составляет ~ 22 К/пс в Местном галактическом рукаве, ~ 3,5 К/пс в межрукавном пространстве и ~ 18 К/пс в рукаве Персея. Поглощение радиофона в направлении L 140 происходит, по-видимому, в слое Н II, образованном звездой ВО III. Если поглощение со слоем Н II не связано, то степень ионизации и электронная концентрация в L 1407 составляют $\geq 2 \cdot 10^{-5}$ и $\geq 0,1 \text{ см}^{-3}$ соответственно.

Леднев В. Г. Радиоизлучение из ударной волны в солнечном ветре.

Показано, что область повышенной электронной температуры во фронте ударной волны, распространяющейся вдоль магнитного поля на больших расстояниях от Солнца, может быть ограничена резким скачком температуры (бесстолкновительной тепловой электронной волной), ширина которого определяется ионно-звуковой турбулентностью, развивающейся на встречных потоках горячих и холодных электронов. Энергичные электроны, убегающие из фронта тепловой волны, возбуждают плазменные волны, которые затем трансформируются в радиоизлучение.