ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIX, № 5 РАДИОФИЗИКА 1986

УДК 539.216.2

К ТЕОРИИ ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНЫХ ПРОВОДЯЩИХ ПЛЕНКАХ

А. Е. Кучма

Рассмотрено затухание плазменных волн в тонкой проводящей пленке из-за неоднородности толщины последней. Показано, что эффекты запаздывания во взаимодействии между электронами играют существенную роль.

Изучение плазменных свойств поверхности твердых тел и тонкопленочных покрытий привлекает большое внимание исследователей и в настоящее время находится в стадии интенсивного развития. Одними из наиболее интересных являются электродинамические свойства поверхности, порождаемые ее неоднородностью. В частности, в пленке с шероховатыми границами или на шероховатой поверхности массивного образца плазменные колебания трансформируются в излучение, хотя в случае идеально плоских границ они являются безызлучательными. Наличие шероховатости приводит также к бесстолкновительному затуханию плазменных волн, обусловленному их рассеянием, т. е. возбуждением вторичных плазменных волн.

Задача о затухании плазменной волны в тонкой проводящей пленке из-за шероховатости границ (пленка переменной толщины) рассматривалась в [1]. Однако в указанной работе потенциальное приближение для электрического поля не учитывает затухания, обусловленного возникающим излучением.

В настоящем сообщении получено дисперсионное уравнение для тангенциальных плазменных колебаний в тонкой шероховатой пленке при учете эффектов непотенциальности. Исследование полученного уравнения показывает, что затухание, порождаемое излучением из пленки, для длинноволновых колебаний может стать определяющим.

Для тангенциальной составляющей электрического поля $\boldsymbol{E}(z, \boldsymbol{R}t)$, обладающей пространственно-временной зависимостью вида

$$\boldsymbol{E}(z, \boldsymbol{R}t) = \boldsymbol{E}(z, \boldsymbol{k}\omega) \exp(i\boldsymbol{k}\boldsymbol{R} - i\omega t), \tag{1}$$

из уравнений Максвелла имеем

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \varkappa^2\right) \boldsymbol{E}(z, \boldsymbol{k}\omega) = -\frac{4\pi i\omega}{c^2}\left[\boldsymbol{j}(z, \boldsymbol{k}\omega) - \frac{c^2}{\omega^2}\boldsymbol{k}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{j}(z, \boldsymbol{k}\omega))\right] + \frac{4\pi\boldsymbol{k}}{\omega}\frac{\partial j_z(z, \boldsymbol{k}\omega)}{\partial z}, \tag{2}$$

где $\boldsymbol{R} = (x, y)$ — радиус-вектор в плоскости пленки, $\boldsymbol{j} = (j_x, j_y)$ и j_z — составляющие плотности электрического тока, а величина $\varkappa$ определена соотношением

$$\varkappa = (k^2 - \omega^2/c^2)^{1/2}, \tag{3}$$

где c — скорость света. В случае достаточно тонкой пленки, когда поле $\boldsymbol{E}(z, \boldsymbol{k}\omega)$ можно считать постоянным по толщине образца, из (2) находим

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}\omega) = \frac{2\pi i\omega}{\varkappa c^2}\left[\boldsymbol{j}_s(\boldsymbol{k}\omega) - \frac{c^2}{\omega^2}\boldsymbol{k}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{j}_s(\boldsymbol{k}\omega))\right], \tag{4}$$

где введены обозначения $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}\omega) = \boldsymbol{E}(z=0, \boldsymbol{k}\omega)$ и $\boldsymbol{j}_s(\boldsymbol{k}\omega) = \int dz \boldsymbol{j}(z, \boldsymbol{k}\omega)$.

Для перехода к соотношению (4) уравнение (2) следует проинтегрировать по толщине образца, учитывая, что вне пленки правая часть (2) равна нулю и зависимость поля от координаты z имеет вид $\boldsymbol{E}(z, \boldsymbol{k}\omega) = \mathrm{const}\, e^{-\varkappa|z|}$, а также полагая толщину пленки малой по сравнению с величиной $\varkappa^{-1}$. Выражение для продольного тока $\boldsymbol{j}_s(\boldsymbol{R}t)$ в случае пленки переменной толщины в приближении локальной проводимости записывается следующим образом:

$$\boldsymbol{j}_s(\boldsymbol{R}\omega) = \sigma(\omega)\left[1 + \alpha(\boldsymbol{R})\right] \boldsymbol{E}(\boldsymbol{R}\omega), \tag{5}$$

где $\alpha(\boldsymbol{R})$ — случайная функция, среднее значение которой $\langle\alpha(\boldsymbol{R})\rangle$ равно нулю. В модели свободного электронного газа выражение для двумерной проводимости $\sigma(\omega)$ в (5) имеет вид

$$\sigma(\omega) = iNe^2L/m\omega, \tag{6}$$

где L — средняя толщина образца, N — средняя объемная концентрация носителей, m и e — соответственно эффективная масса и заряд электрона. Для фурье-амплитуды тока $\boldsymbol{j}_s(\boldsymbol{k}\omega)$ из (5) находим

$$\boldsymbol{j}_s(\boldsymbol{k}\omega) = \sigma(\omega)\left[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}\omega) + \int \frac{d\boldsymbol{k}'}{(2\pi)^2}\, \alpha(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\, \boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}'\omega)\right]. \tag{7}$$

Подстановка выражения (7) в (4) дает

$$\begin{gathered} E_j(\boldsymbol{k}\omega) = \frac{2\pi i\omega\sigma(\omega)}{\varkappa c^2}\left(\delta_{jl} - \frac{c^2}{\omega^2} k_j k_l\right) \times \\ \times \left[E_l(\boldsymbol{k}\omega) + \int \frac{d\boldsymbol{k}'}{(2\pi)^2}\, \alpha(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\, E_l(\boldsymbol{k}'\omega)\right], \end{gathered} \tag{8}$$

где $j, l = x, y$. Уравнение (8) составляет основу дальнейшего рассмотрения.

Представляя поле в виде суммы среднего значения и флуктуационной части $E_j(\boldsymbol{k}\omega)\rangle = \langle E_j(\boldsymbol{k}\omega)\rangle + \delta E_j(\boldsymbol{k}\omega)$, из (8) находим

$$\begin{gathered} \langle E_j(\boldsymbol{k}\omega)\rangle = \frac{2\pi i\omega\sigma(\omega)}{\varkappa c^2}\left(\delta_{jl} - \frac{c^2}{\omega^2} k_j k_l\right) \times \\ \times \left[\langle E_l(\boldsymbol{k}\omega)\rangle + \int \frac{d\boldsymbol{k}'}{(2\pi)^2}\, \langle\alpha(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\, \delta E_l(\boldsymbol{k}'\omega)\rangle\right] \end{gathered} \tag{9}$$

и

$$\begin{gathered} \delta E_j(\boldsymbol{k}\omega) = \frac{2\pi i\omega\sigma(\omega)}{\varkappa c^2}\left(\delta_{jl} - \frac{c^2}{\omega^2} k_j k_l\right)\Big\{\delta E_l(\boldsymbol{k}\omega) + \\ + \int \frac{d\boldsymbol{k}'}{(2\pi)^2}\left[\alpha(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\langle E_l(\boldsymbol{k}'\omega)\rangle + \alpha(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\,\delta E_l(\boldsymbol{k}'\omega) - \langle\alpha(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\,\delta E_l(\boldsymbol{k}'\omega)\rangle\right]\Big\}. \end{gathered} \tag{10}$$

Уравнение для компонент среднего поля с точностью до квадратичных по α членов получается при подстановке в уравнение (9) выражения для $\delta E_l(\boldsymbol{k}'\omega)$, следующего из (10) в пренебрежении слагаемыми типа $\alpha\delta E$, аналогично тому, как это сделано в [2]. Соответствующий результат имеет вид

$$\begin{gathered} \left[T_{lj}(\boldsymbol{k}\omega) + \left(\frac{2\pi\omega\sigma(\omega)}{c^2}\right)^2 \frac{1}{\varkappa}\left(\delta_{il} - \frac{c^2}{\omega^2} k_l k_l\right) \times \right. \\ \left. \times \int \frac{d\boldsymbol{k}'}{(2\pi)^2}\, \frac{\alpha^2}{\varkappa'}\, \Gamma(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\, T_{ls}^{-1}(\boldsymbol{k}'\omega)\left(\delta_{sj} - \frac{c^2}{\omega^2} k'_s k'_j\right)\right] \langle E_j(\boldsymbol{k}\omega)\rangle = 0. \end{gathered} \tag{11}$$

В этих уравнениях элементы матрицы T определены соотношением

$$T_{ij}(\boldsymbol{k}\omega) = \delta_{ij} - \frac{2\pi i\omega\sigma(\omega)}{\varkappa c^2}\left(\delta_{ij} - \frac{c^2}{\omega^2}k_i k_j\right), \tag{12}$$

T_{ls}^{-1} — элементы обратной матрицы, а $\Gamma(\boldsymbol{k})$ — фурье-компонента корреляционной функции шероховатости

$$\Gamma(\boldsymbol{k}) = \frac{1}{\alpha^2}\int d\boldsymbol{R}\, e^{-i\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}}\langle\alpha(\boldsymbol{R}_0)\,\alpha(\boldsymbol{R}_0 + \boldsymbol{R})\rangle, \tag{13}$$

нормированная условием

$$\int \frac{d\boldsymbol{k}}{(2\pi)^2}\,\Gamma(\boldsymbol{k}) = 1,$$

так что α — среднеквадратичное отклонение толщины образца от ее среднего значения. Искомое дисперсионное уравнение для интересующей нас волны есть условие разрешимости системы уравнений (11).

Будем считать, что направление распространения волны совпадает с осью x, т. е. $\boldsymbol{k} = \{k, 0\}$. В указанном случае матрица T является диагональной, а недиагональные элементы матрицы коэффициентов в системе (11) имеют порядок α^2. Поэтому дисперсионное уравнение с точностью до α^2 можно представить в виде

$$T_{xx}(\boldsymbol{k}\omega) + \frac{\alpha^2}{\varkappa}\left(\frac{2\pi\omega\sigma(\omega)}{c^2}\right)^2 \times \int \frac{d\boldsymbol{k}'}{(2\pi)^2}\,\Gamma(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}')\,T_{ij}^{-1}(\boldsymbol{k}'\omega)\,\frac{1}{\varkappa'}\left(\delta_{jx} - \frac{c^2}{\omega^2}k_j' k_x'\right) = 0. \tag{14}$$

Вычисление в явном виде элементов матрицы T^{-1} и подстановка их в уравнение (14) после некоторых преобразований дает

$$1 + \frac{2\pi i\varkappa\sigma(\omega)}{\omega}\left[1 + \frac{2\pi i\omega\sigma(\omega)}{c^2}\int\frac{d\boldsymbol{k}'}{(2\pi)^2}\,\frac{\alpha^2\Gamma(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}')}{k'^2\varkappa'} \times \left(\frac{k_y'^2}{(1 - (2\pi i\omega\sigma(\omega)/\varkappa' c^2)} - \frac{k_x'^2}{(1 + (2\pi i\varkappa'\sigma(\omega)/\omega)}\,\frac{\varkappa'^2 c^2}{\omega^2}\right)\right] = 0. \tag{15}$$

При $\alpha = 0$, т. е. в идеальной пленке, учитывая (6), имеем из (15) уравнение

$$\omega^2 = (\omega_p^2/2)\varkappa L, \tag{16}$$

где $\omega_p = (4\pi Ne^2/m)^{1/2}$ — средняя объемная плазменная частота электронов.

Интересуясь только обусловленным шероховатостью затуханием волны, которое считается малым, можно в подынтегральном выражении в (15) использовать (16), после чего выделить мнимую часть получающегося интеграла. В результате находим следующее выражение для мнимой части частоты колебаний:

$$\frac{\operatorname{Im}\omega}{\omega} \equiv \gamma = \frac{1}{2}\operatorname{Im}\int\frac{d\boldsymbol{k}'}{(2\pi)^2}\,\frac{\alpha^2\Gamma(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}')}{k'^2} \times \left(\frac{\varkappa' k_x'^2}{\varkappa - \varkappa'} - \frac{k_y'^2}{1 + (2\varkappa' c^2/\omega_p^2 L)}\right). \tag{17}$$

Величина γ определяется суммой двух физически различных вкладов: $\gamma=\gamma_{sc}+\gamma_R$. Вклад γ_{sc} в (17), отвечающий возбуждению вторичных плазменных волн, т. е. рассеянию без изменения длины волны колебаний, обусловлен полюсом подынтегрального выражения при $\varkappa'=\varkappa$. Переходя к полярным координатам в плоскости k' и учитывая направление обхода полюса согласно $k\to k+i\varepsilon(\varepsilon\to+0)$, для этой части затухания находим

$$\gamma_{sc}=-\frac{\alpha^2\varkappa^2}{4}\int\limits_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\cos^2\varphi\Gamma(k\sqrt{2(1-\cos\varphi)}).\tag{18}$$

Радиационный вклад в затухание γ_R, обусловленный излучением из пленки, происходит от той области в интеграле по $\boldsymbol{k}'$, где величина $\varkappa'$ является мнимой. Как следует из (3), указанная область определяется неравенством $k'<\omega/c\equiv k_c$, а $\varkappa'$ имеет при этом вид $\varkappa'=-i(k_c^2-k'^2)^{1/2}$. Учитывая сказанное, выражение для γ_R можно представить в следующей форме:

$$\begin{gathered}\gamma_R=-\frac{\alpha^2}{2}\int\limits_{k'<k_c}\frac{d\boldsymbol{k}'}{(2\pi)^2}\,\frac{\Gamma(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\,(k_c^2-k'^2)^{1/2}}{k'^2}\times\\ \times\left[\frac{\varkappa k_x'^2}{\varkappa^2+k_c^2-k'^2}+\frac{(\omega_p^2L/2c^2)k_y'^2}{(\omega_p^2L/2c^2)^2+k_c^2-k'^2}\right].\end{gathered}\tag{19}$$

Далее, как и в работе [1], мы будем рассматривать случай гауссова распределения неоднородности, когда

$$\Gamma(\boldsymbol{k})=(4\pi/q_0^2)\,e^{-k^2/q_0^2}.\tag{20}$$

Подставляя (20) в (18) и выполняя интегрирование, находим

$$\gamma_{sc}=-\frac{\pi\alpha^2\varkappa^2}{q_0^2}\exp\left(-\frac{2k^2}{q_0^2}\right)\left[I_0\left(\frac{2k^2}{q_0^2}\right)-\frac{q_0^2}{2k^2}I_1\left(\frac{2k^2}{q_0^2}\right)\right],\tag{21}$$

где I_0 и I_1 — модифицированные функции Бесселя. В предельных случаях из (21) имеем

$$\gamma_{sc}\approx\begin{cases}-\dfrac{\pi\alpha^2\varkappa^2}{2q_0^2}, & k^2\ll q_0^2\\ -\dfrac{\sqrt{\pi}\,\alpha^2\varkappa^2}{2kq_0}, & k^2\gg q_0^2\end{cases}.\tag{22}$$

В коротковолновой области $k\gg k_c$, когда поле является практически потенциальным и $\varkappa\approx k$, результат (22) совпадает с полученным в [1]. При переходе к более длинноволновым колебаниям величина $\varkappa$ становится меньше k, причем $\varkappa/k\xrightarrow[k\to0]{}0$, так что затухание, обусловленное возбуждением вторичных плазменных волн, становится существенно меньше.

Выражение (19) для γ_R в случае, когда $\Gamma(\boldsymbol{k})$ определяется (20), может быть представлено в виде

$$\gamma_R=-\frac{\alpha^2}{q_0^2}\int\limits_0^{k_c}k'\,dk'\exp\left(-\frac{k^2+k'^2}{q_0^2}\right)(k_c^2-k'^2)^{1/2}\times$$

$$\times \left\{ \frac{\omega_p^2 L/2c^2}{(\omega_p^2 L/2c^2)^2 + k_c^2 - k'^2} + \left[I_0 \left(\frac{2k'k}{q_0^2} \right) - \frac{q_0^2}{2k'k} I_1 \left(\frac{2k'k}{q_0^2} \right) \right] \times \right. \tag{23}$$
$$\left. \times \left[\frac{\varkappa}{\varkappa^2 + k_c^2 - k'^2} - \frac{\omega_p^2 L/2c^2}{(\omega_p^2 L/2c^2)^2 + k_c^2 - k'^2} \right] \right\}.$$

Для выявления роли излучательного затухания рассмотрим случай, когда $k^2 \ll q_0^2$. При этом можно воспользоваться разложением функций Бесселя в области малых значений аргумента, что позволяет выполнить интегрирование в (23). В результате приходим к следующему выражению для γ_R:

$$\gamma_R = -\frac{\alpha^2 k_c^2}{2q_0^2} \left[\frac{\varkappa}{k_c} \left(1 - \frac{\varkappa}{k_c} \operatorname{arctg} \frac{k_c}{\varkappa} \right) + \frac{\omega_p^2 L}{2k_c c^2} \left(-\frac{\omega_p^2 L}{2k_c c^2} \operatorname{arctg} \frac{2k_c c^2}{\omega_p^2 L} \right) \right]. \tag{24}$$

Используя соотношение (16), а также определения величин $\varkappa$ и k_c, можно показать, что из (24) следует

$$\gamma_R \approx \begin{cases} -\dfrac{2}{3} \dfrac{\alpha^2 k_c^3}{k q_0^2}, & k \gg k_c \\ -\dfrac{2}{3} \dfrac{\alpha^2 \varkappa k_c}{q_0^2}, & k \gtrsim k_c \end{cases}. \tag{25}$$

Сравнение выражений (25) и (22) показывает, что

$$\frac{\gamma_R}{\gamma_{sc}} \approx \begin{cases} \dfrac{4}{3\pi} (k_c/k)^3, & k \gg k_c \\ \dfrac{4}{3\pi} \dfrac{k_c}{\varkappa}, & k \gtrsim k_c \end{cases}. \tag{26}$$

Таким образом, в области потенциальности основного колебания, когда $k \gg k_c$, затухание, обусловленное излучением, является относительно малым и имеет место $\gamma \approx \gamma_{sc}$. В то же время при $k \gtrsim k_c$, т. е. в области более низких частот плазменных колебаний, излучательное затухание, как следует из (26), не только сравнимо с затуханием, обусловленным возбуждением вторичных волн, но и может значительно его превосходить. В области промежуточных значений k оба эффекта дают сравнимые вклады в затухание.

Указанные особенности должны приниматься во внимание при анализе экспериментальных данных. Это относится, в частности, к анализу затухания двумерных плазмонов, возбуждаемых излучением в тонких проводящих пленках и приповерхностном слое массивного полупроводника с использованием неоднородных покрытий [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамович Б. С., Игнатов А. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, **19**, № 2, с. 224.
2. Канер Э. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1959, **2**, № 5, с. 827.
3. Крашенинников М. В., Чаплик А. В. — ЖЭТФ, 1985, **88**, № 1, с. 129.

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию 22 апреля 1985 г.

ON THE THEORY OF PLASMA WAVES IN INHOMOGENEOUS CONDUCTING FILMS

A. E. Kuchma

The damping of plasma waves in thin conducting film due to the inhomogeneouty of its thickness is considered. It is shown that effects of retardation in the interaction between electrons play an important role.