

УДК 538.56:539.12

## ИЗЛУЧЕНИЕ ВАВИЛОВА — ЧЕРЕНКОВА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ, МАГНИТНЫХ И ТОРОИДНЫХ ДИПОЛЬНЫХ МОМЕНТОВ В ТОНКИХ КАНАЛАХ В СРЕДЕ

В. Н. Цытович

Обсуждается роль «выдувания» поля в процессах излучения Вавилова — Черенкова в тонких каналах для тороидных моментов, токовых магнитных диполей и магнитных диполей, образованных магнитными зарядами.

1. Как было впервые показано Гинзбургом и Франком [1], излучение Вавилова — Черенкова в канале радиуса  $a$ , много меньшего длины излучаемой волны  $\lambda$ , практически совпадает с излучением заряда в сплошной среде (без канала). Естественно связать этот результат с тем, что в образовании излучения Вавилова — Черенкова основную роль играют участки среды, удаленные от пути заряда на расстояние порядка длины волны.

Такая интерпретация является правильной, однако влияние канала на излучение более высоких моментов (диполей, квадруполей и др.) оказывается значительно более сложным. В общем случае для произвольного источника, размеры которого много меньше радиуса канала и который, следовательно, представляет собой сумму мультиполей, излучение в диапазоне длин волн, намного превосходящих радиус канала, будет существенно отличаться от излучения в сплошной среде. Здесь существуют два эффекта.

На первый эффект было указано в работе Гинзбурга и Эйдмана [2] (см. также [3]), показавших из теоремы взаимности, что излучение электрического диполя, вектор дипольного момента которого ориентирован перпендикулярно оси канала (сам диполь движется по оси канала), отличается от излучения такого же диполя в сплошной среде. Конкретно отличие состоит в том, что величину дипольного момента  $p$  надо заменить на некий эффективный дипольный момент  $p_{\text{eff}} = \alpha_e p$ , причем

$$\alpha_e = 2(1 + \epsilon_0/\epsilon)^{-1}, \quad (1)$$

где  $\epsilon_0$  — значение диэлектрической проницаемости внутри канала, а  $\epsilon$  — значение диэлектрической проницаемости вне канала.

Этот эффект имеет простую наглядную интерпретацию: на границах канала возникает дополнительная поляризация (дипольные моменты), которая «экранирует» исходную поляризацию. Дополнительная поляризация возникает также при движении по оси канала заряда. Легко, однако, сообразить, что она не может изменить полного эффективного заряда. В случае, когда заряд движется не строго по оси канала (см. [4]), поляризации на противоположных стенках канала не равны друг другу, и, следовательно, возникает дополнительное излучение за счет эффективного момента, созданного зарядом на стенках канала. Интенсивность его, естественно, мала по сравнению с интенсивностью излучения самого заряда (в отношении квадрата расстояния от оси к квадрату длины волны). В случае же диполя, ориентированного перпендикулярно оси канала, дипольные моменты, наводимые им на противоположных стенках канала, будут, как легко

видеть, одного знака, а их излучение будет того же порядка величины, что и излучение самого диполя.

Таким образом, первый из упомянутых эффектов (известный сравнительно давно) состоит в видоизменении (перенормировке) эффективных величин излучающих дипольных моментов при наличии канала.

Прежде чем переходить к обсуждению второго эффекта, необходимо сказать несколько слов по поводу соотношения (1). В этом соотношении  $p$  — это величина дипольного момента в лабораторной системе координат, причем магнитный момент в лабораторной системе координат предполагается равным нулю. Если же в собственной системе отсчета имеется дипольный момент, а магнитный момент равен нулю (чаще всего именно этот случай имеют в виду, когда говорят о движущемся диполе), то в лабораторной системе отсчета помимо электрического диполя имеется еще магнитный диполь  $m = [v p/c]$ . В дальнейшем, не оговаривая особо, под термином дипольный (или другой) момент мы будем подразумевать здесь момент в собственной системе отсчета. Для рассмотрения «перенормировки» такого диполя нужно знать не только закон (1) для экранировки лабораторного дипольного момента, но и знать «перенормировку» магнитного момента. В канале из магнитных материалов при  $\mu_0 \neq \mu$  изменяется эффективный магнитный момент. Этот эффект, насколько нам известно, ранее не рассматривался. Здесь мы будем считать  $\mu \neq 1$  и  $\mu_0 \neq \mu$ , где  $\mu_0$  — значение магнитной восприимчивости внутри, а  $\mu$  — вне канала. Если в канале  $\epsilon_0 = \epsilon$ , но  $\mu_0 \neq \mu$ , то излучение электрического диполя при наличии тонкого канала и в сплошной среде будет различным.

Естественно, существует возможность решения задачи двумя методами, а именно: либо найти соответствующий закон перенормировки лабораторного магнитного момента и воспользоваться соотношением  $m = [v p/c]$ , либо считать, что в собственной системе имеется только дипольный момент, и решать задачу о его поле излучения. Проще второй путь, который и будет избран.

Помимо «перенормировки» имеется другой эффект, в ряде случаев даже более важный, существенно сказывающийся на излучении дипольных моментов. Этот эффект будет в дальнейшем называться эффектом «выдувания» внутреннего поля. Впервые он был отмечен в работе Гинзбурга и автора [5] на примере излучения Вавилова — Черенкова тороидного дипольного момента в сплошной среде.

Тороид в вакууме имеет только внутреннее тороидальное поле и не создает вокруг себя на больших расстояниях ни магнитных, ни электрических полей. Однако если тороид движется в среде, то даже при невыполнении условий излучения Вавилова — Черенкова он создает поля на далеких расстояниях. При выполнении условий излучения возникает и излучение Вавилова — Черенкова. Причина этого состоит в том, что частицы среды, проходящие через область внутреннего поля тороида, отклоняются этим полем, а затем, при наличии возмущений, создают дополнительную поляризацию вне тороида. Эта поляризация создает поля, которые в свою очередь создают поляризацию в других областях, что в конечном счете приводит к тому, что внутреннее поле как бы выносится из тороида или, нагляднее, «выдувается» средой из тороида.

Очевидно, что этот эффект должен иметь место и для других дипольных моментов. Если, например, внутри канала значения  $\epsilon$  и  $\mu$  другие, чем снаружи канала, то эффект «выдувания» внутреннего поля будет разным. В вакуумном канале эффект «выдувания» должен совсем исчезнуть. Но это значит, в частности, что в вакуумном канале излучение диполя может отличаться от излучения в сплошной среде не только из-за электрической поляризации и дополнительной намагничивания, возникающих на стенках канала (перенормировка дипольных моментов), но и из-за исчезновения той дополнительной поляризации

вокруг диполя, которая в сплошной среде создавалась эффектом «выдувания».

С этим эффектом связана весьма старая проблема различия в излучении Вавилова — Черенкова в сплошной среде обычного магнитного диполя, образованного токами, и магнитного диполя, составленного из двух магнитных зарядов (см. работы Франка [9, 7], обсуждение этой проблемы в статье Гинзбурга [8] и его книге [9], в книге Гинзбурга и автора [10], а также в недавно опубликованной статье Гинзбурга [11]). Различия в излучении двух указанных диполей имеются не только в величине суммарной интенсивности излучения, но и характере поляризации излучения. В дальнейшем мы будем различать  $E$ - и  $H$ -поляризованные волны. В случае  $E$ -поляризации электрический вектор излучаемой волны лежит в плоскости  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{k}$ , где  $\mathbf{k}$  — волновой вектор излучаемой волны,  $\mathbf{v}$  — скорость источника (диполя и др. источника).

Оказывается (см., например, [10]), что магнитный момент, составленный из двух магнитных зарядов, излучает волну только  $H$ -поляризации, в то время как токовый магнитный момент как  $E$ -, так и  $H$ -поляризованные волны, (в обоих случаях вектор магнитного момента перпендикулярен скорости). Так как поля, создаваемые указанными магнитными моментами в вакууме, отличаются друг от друга только во внутренней области диполей, то естественно предположить, что различия в интенсивности излучения связаны только с эффектом «выдувания» внутреннего поля. Эффект «выдувания» можно ликвидировать при излучении в узком вакуумном канале. Но при этом, естественно, должно видоизмениться излучение каждого из диполей из-за эффекта поляризации на границах. Поэтому излучение должно быть другим, чем в сплошной среде, но одинаковым для диполей двух типов.

Это свойство и будет описано ниже (см. также [3]). Результаты настоящей статьи позволяют выделить эффекты поляризации на границах (перенормировка источника) и эффекты «выдувания» внутреннего поля. Кроме того, приведены результаты для  $\mu \neq 1$  и  $\mu_0 \neq \mu$ . В вакуумном канале тороидный момент не излучает, а у магнитных диполей (токовых и составленных из двух магнитных зарядов) в тонком канале в излучении всегда имеются обе поляризации.

2. Ограничимся в дальнейшем простейшими предположениями:

1) размер диполей (электрических, магнитных и тороидных) меньше радиуса канала  $a$  и длины волны  $\lambda$ ;

2) тороидный дипольный момент движется по оси канала и имеет вектор  $\mathbf{T}$ , параллельный оси канала;

3) векторы магнитных диполей  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{m}'$  и вектор электрического диполя  $\mathbf{p}$  перпендикулярны оси канала, диполи движутся по оси канала. Случай, когда  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{m}'$  параллельны оси канала, здесь не рассматривается, так как исчезают как эффекты поляризации на стенках, так и эффекты «выдувания». Для тороидного момента эффекты «выдувания» внутреннего поля всегда существуют. Токи источников зададим в собственной системе отсчета в виде [10]

$$\mathbf{j}_T = c \operatorname{rot} \operatorname{rot} T \delta(\mathbf{r}), \quad \mathbf{j}_m = c \operatorname{rot} \mathbf{m} \delta(\mathbf{r}), \quad (2)$$

$$\rho_{m'} = -\operatorname{div} \mathbf{m}' \delta(\mathbf{r}), \quad \rho_p = -\operatorname{div} \mathbf{p} \delta(\mathbf{r}).$$

Здесь через  $\mathbf{m}$  обозначен вектор токового магнитного момента, а через  $\mathbf{m}'$  — вектор магнитного момента, составленного из двух магнитных зарядов.

Токи, создаваемые движущимися диполями, находятся из (2) при использовании преобразований Лоренца. Поля излучения магнитного диполя, составленного из двух магнитных зарядов (источник  $\rho_{m'}$ ), проще всего найти из расчета поля излучения электрического диполя (источник  $\rho_p$ ) с последующей заменой  $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{H}$  и  $\mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{E}$ ,  $\epsilon \rightleftharpoons \mu$ ; при этом, естественно,  $H$ - и  $E$ -поляризации меняются местами.

Значения диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  и магнитной восприимчивости  $\mu$  внутри канала обозначим через  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$ , а вне канала просто через  $\epsilon$  и  $\mu$ . Решение задачи находится стандартным методом сшивки решений с последующим предельным переходом  $a \ll \lambda$ . Поэтому здесь мы ограничимся приведением результатов и их физических следствий.

3. Приведем результаты расчета излучения тороидного момента в канале произвольной величины в условиях, когда внутри канала условия излучения не выполнены ( $v^2 c^{-2} \epsilon_0 \mu_0 < 1$ ), а вне канала они выполнены ( $v^2 c^{-2} \epsilon \mu > 1$ ). В сплошной среде, согласно [5], излучается только  $E$ -поляризация. Мощность излучения равна

$$Q_E^T = \frac{(T)^2}{c^4 v} \int_0^\infty \mu \omega^5 d\omega (\epsilon \mu - 1)^2 \left(1 - \frac{c^2}{v^2 \epsilon \mu}\right). \quad (3)$$

$v > c/\sqrt{\epsilon \mu}$

При наличии канала излучается тоже только  $E$ -поляризация, причем получается формула (3) с заменой  $T \rightarrow T_{\text{eff}} = T |\alpha_T|$ :

$$\alpha_T = (\epsilon_0 \mu_0 - 1) 2k_0 [(\epsilon \mu - 1) \pi i k']^{-1} \times \quad (4)$$

$$\times \frac{[K_1(k_0 a) I_0(k_0 a) + K_0(k_0 a) I_1(k_0 a)]}{[H_1^{(1)}(k' a) I_0(k_0 a) - (k' \epsilon_0 / k_0 \epsilon) H_0^{(1)}(k' a) I_1(k_0 a)]},$$

где  $K_1, K_0$  — функции Макдональда,  $I_1, I_0$  — функции Бесселя от мнимого аргумента,  $H_1^{(1)}$  и  $H_0^{(1)}$  — функции Ханкеля,

$$k_0 = k \sqrt{1 - v^2 c^{-2} \epsilon_0 \mu_0}, \quad k' = k \sqrt{v^2 c^{-2} \epsilon \mu - 1}.$$

Для тонкого канала  $k_0 a \ll 1, k' a \ll 1$  получим

$$\alpha_T = (\epsilon_0 \mu_0 - 1) / (\epsilon \mu - 1), \quad (5)$$

т. е.

$$Q_E^T = \frac{T^2}{c^4 v} \int_0^\infty \mu \omega^5 d\omega (\epsilon_0 \mu_0 - 1)^2 \left(1 - \frac{c^2}{v^2 \epsilon \mu}\right). \quad (6)$$

$v > c/\sqrt{\epsilon \mu}$

Хотя при выводе этой формулы предполагалось ( $v^2/c^2$ )  $\epsilon_0 \mu_0 < 1$  ( $k_0$  — действительно), для тонкого канала она справедлива и при обратном неравенстве, когда  $k_0$  становится чисто мнимой величиной. Это следует из того обстоятельства, что  $k_0$  выпадает из окончательной формулы (5). В вакуумном канале (точнее, при  $\epsilon_0 \mu_0 = 1$ ) излучение тороида, согласно (6), отсутствует.

4. Для электрического диполя  $p$  (плотность заряда  $\rho_p$  задана соотношением (2) в собственной системе отсчета) в отсутствие канала излучается только  $E$ -поляризация:

$$Q_E^p = \frac{v p^2}{2c^4} \int_0^\infty \epsilon \mu^2 \omega^3 d\omega \left(1 - \frac{c^2}{v^2 \epsilon \mu}\right)^2. \quad (7)$$

$v > c/\sqrt{\epsilon \mu}$

Поле диполя в канале можно рассматривать как суперпозицию полей двух зарядов противоположного знака, находящихся на расстоянии  $r_0$  (вектор  $r_0$  перпендикулярен оси); поле каждого из зарядов имеет только  $E$ -поляризацию и для каждого из зарядов поле внутри канала практически совпадает с полем в отсутствие канала. Отсюда,

однако, не следует, как можно было бы подумать, что канал не влияет на излучение диполя.

Совпадение поля излучения заряда в узком канале с полем излучения в отсутствие канала имеет место только в первом исчезающем приближении по параметру  $ka \ll 1$ . В случае диполя один из зарядов (или оба) должен двигаться не строго по оси канала и, следовательно, создавать на противоположных стенках канала разные поляризации. Для определения поля, создаваемого диполем, нужно взять первый член разложения поля отдельного заряда по параметру  $kr_0 \ll 1$ , учитывающий эти различия в поляризации. Для заряда, движущегося не по оси, поле излучения совпадает с полем в отсутствие канала только в членах нулевого порядка по  $kr_0$ , а уже в первом порядке по  $kr_0$  такая зависимость возникает. При этом ясно, что заряд, движущийся не по оси, должен возбуждать  $\varphi$ -ю компоненту электрического поля, т. е.  $H$ -поляризованную волну. Первый член разложения по  $kr_0$  для диполя отсутствует (компенсируется другим зарядом), и поэтому излучение электрического диполя в канале не только зависит от наличия канала, но и имеет две поляризации. Расчет интенсивности излучения  $E$ -поляризации, создаваемой электрическим диполем в тонком канале, показывает, что справедлива формула (7) с заменой

$$\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}_{\text{eff}}^E = \mathbf{p} \alpha_p^E, \quad (8)$$

причем

$$\alpha_p^E = 2 \left( \frac{\mu_0}{\mu} + \frac{1 - (v^2/c^2) \varepsilon_0 \mu_0}{1 - (v^2/c^2) \varepsilon \mu} \right) \left[ \left( 1 + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \right) \left( 1 + \frac{\mu_0}{\mu} \right) \right]^{-1}. \quad (9)$$

В пределе  $\mu_0 = \mu = 1$  и  $v \rightarrow 0$   $\alpha_p^E \rightarrow 2\varepsilon(\varepsilon_0 + \varepsilon)^{-1}$  (ср. с (1)).

Отметим, что в данном случае именно  $\alpha_p^E$  характеризует величину эффективного электрического диполя, излучающего  $E$ -поляризацию. Но при этом считается, что диполь  $\mathbf{p}$  имеется только в собственной системе отсчета. В лабораторной системе тогда имеется как электрический момент  $\mathbf{p}$ , так и магнитный момент, равный  $[\mathbf{v}\mathbf{p}/c]$ . Чтобы описать эффективный дипольный момент (9), с которым связана  $E$ -поляризация, необходимо взять в лабораторной системе суперпозицию поля диполя, экранированного с коэффициентом  $2\varepsilon(\varepsilon_0 + \varepsilon)^{-1}$ , и поля магнитного диполя величины  $m = \mathbf{v}\mathbf{p}/c$  с его магнитной экранировкой. Таким образом, в сравнении с (1) (результат, полученный в [2]) формула (9) определяет эффективный дипольный момент для возбуждения  $E$ -поляризации в случае, когда в собственной системе отсчета имеется только дипольный момент. Из (7) и (9) настоящей работы в пределе  $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$ ,  $\mu = 1$  получается второй член формулы (4) работы [3], описывающий  $E$ -поляризацию, если в [3] положить еще  $m = \mathbf{v}\mathbf{p}/c$ .

Электрический диполь, как отмечалось, излучает и  $H$ -поляризацию. Расчет дает

$$Q_H^p = \frac{(\mathbf{p}_{\text{eff}}^H)^2}{2c^2 v} \int_0^\infty \mu \omega^3 d\omega \left( 1 - \frac{c^2}{v^2 \varepsilon \mu} \right)^2, \quad (10)$$

$v > c/\sqrt{\varepsilon \mu}$

где

$$\mathbf{p}_{\text{eff}}^H = \mathbf{p} \alpha_p^H, \quad (11)$$

$$\alpha_p^H = 2 \left( 1 - \frac{1 - (v^2/c^2) \varepsilon_0 \mu_0}{1 - (v^2/c^2) \varepsilon \mu} \right) \left[ \left( 1 + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \right) \left( 1 + \frac{\mu_0}{\mu} \right) \right]^{-1}.$$

В отсутствие канала ( $\varepsilon_0 = \varepsilon$ ,  $\mu_0 = \mu$ ) имеем  $\alpha_p^E \rightarrow 1$ ,  $\alpha_p^H \rightarrow 0$ , т. е. остается лишь  $E$ -поляризация. Результат, описываемый соотношениями (10) и (11) в пределе  $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$ ,  $\mu = 1$  совпадает с полученным в [3]

(первый член формулы (4) работы [3]), если в [3] положить  $m = (v/c)p$ .

5. Рассмотрим теперь излучение магнитного момента  $m'$ , составленного из двух магнитных зарядов. Для этого нужно в полученных формулах для излучения электрического диполя произвести замену  $\varepsilon \rightleftharpoons \mu$ ,  $Q_E \rightleftharpoons Q_H$ ,  $p \rightarrow m'$ . Получаем

$$Q_E^{m'} = \frac{(m'_{\text{eff}})^2}{2c^2 v} \int_0^\infty \varepsilon \omega^3 d\omega \left(1 - \frac{c^2}{v^2 \varepsilon \mu}\right)^2, \quad (12)$$

$$m'_{\text{eff}} = m' \alpha_{m'}^E;$$

$$\alpha_{m'}^E = 2 \left(1 - \frac{1 - (v^2/c^2) \varepsilon_0 \mu_0}{1 - (v^2/c^2) \varepsilon \mu}\right) \left[\left(1 + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\right) \left(1 + \frac{\mu_0}{\mu}\right)\right]^{-1}; \quad (13)$$

$$Q_H^{m'} = \frac{v (m'_{\text{eff}})^2}{2c^4} \int_0^\infty \mu \varepsilon^2 \omega^3 d\omega \left(1 - \frac{c^2}{v^2 \varepsilon \mu}\right)^2, \quad (14)$$

$$m'_{\text{eff}} = m' \alpha_{m'}^H;$$

$$\alpha_{m'}^H = 2 \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} + \frac{1 - (v^2/c^2) \varepsilon_0 \mu_0}{1 - (v^2/c^2) \varepsilon \mu}\right) \left[\left(1 + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\right) \left(1 + \frac{\mu_0}{\mu}\right)\right]^{-1}. \quad (15)$$

Если положить  $\varepsilon = \varepsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ , то  $\alpha_{m'}^E = 0$ ,  $\alpha_{m'}^H = 1$  и формула (14) совпадает с выражением для излучения в сплошной среде диполя, составленного из двух магнитных зарядов [6]. Эти формулы приведены здесь для сравнения с излучением токового диполя.

6. Излучение токового магнитного момента, как уже отмечалось, содержит две поляризации и при отсутствии канала. Их остается две и при наличии канала. Результат можно записать в виде

$$Q_E^m = \frac{v^3 (m_{\text{eff}}^E)^2}{2c^6} \int_0^\infty \mu^2 \varepsilon \omega^3 d\omega \left(1 - \frac{c^2}{v^2 \varepsilon \mu}\right)^2; \quad (16)$$

$$Q_H^m = \frac{v (m_{\text{eff}}^H)^2}{2c^4} \int_0^\infty \mu \omega^3 d\omega \left(1 - \frac{c^2}{v^2 \varepsilon \mu}\right)^2. \quad (17)$$

Формулы (16) и (17) записаны в такой форме, чтобы они получались из формул (7) и (10) для электрического диполя путем замены  $p \rightarrow (v/c)m$ . Это, конечно, не означает наличие какой-либо связи  $p$  и  $m$  и фактически является определением  $m_{\text{eff}}^E$  и  $m_{\text{eff}}^H$ . Подчеркнем еще раз, что в данном случае считается, что в собственной системе отсчета имеется только дипольный момент, описываемый плотностью тока  $j = c \text{rot } m\delta(\mathbf{r})$ . Для тонкого канала расчет дает

$$m_{\text{eff}}^E = m \alpha_m^E, \quad m_{\text{eff}}^H = m \alpha_m^H; \quad (18)$$

$$\alpha_m^E = 2 \left[\frac{\mu_0}{\mu} - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{(1 - (v^2/c^2) \varepsilon_0 \mu_0)}{(1 - (v^2/c^2) \varepsilon \mu)}\right] \left[\left(1 + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\right) \left(1 + \frac{\mu_0}{\mu}\right)\right]^{-1} + \quad (19)$$

$$\begin{aligned}
& + \left[ 2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{(1 - \varepsilon_0 \mu_0)}{(1 - (v^2/c^2) \varepsilon \mu)} \right] \left( 1 + \frac{\mu_0}{\mu} \right)^{-1}; \\
\alpha_m^H = 2 & \left[ 1 + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{(1 - (v^2/c^2) \varepsilon_0 \mu_0)}{(1 - (v^2/c^2) \varepsilon \mu)} \right] \left[ \left( 1 + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \right) \left( 1 + \frac{\mu_0}{\mu} \right) \right]^{-1} - \\
& - \left[ 2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{(1 - \varepsilon_0 \mu_0)}{(1 - (v^2/c^2) \varepsilon \mu)} \right] \left( 1 + \frac{\mu_0}{\mu} \right)^{-1}.
\end{aligned} \tag{20}$$

Вторые члены (19) и (20) связаны с «выдуванием» поля, так как при  $\varepsilon_0 \mu_0 = 1$  они обращаются в нуль. С другой стороны, из соотношения (19) видно, что при  $\varepsilon = \varepsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$  первый член обращается в нуль, т. е. излучение с  $E$ -поляризацией в отсутствие канала возникает исключительно из-за «выдувания» внутреннего поля. Итак, в отсутствие канала ( $\varepsilon = \varepsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ )

$$\alpha_m^E = \frac{1 - \varepsilon \mu}{1 - (v^2/c^2) \varepsilon \mu}, \quad \alpha_m^H = 1 - \alpha_m^E \tag{21}$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned}
Q_E^m + Q_H^m &= \frac{m^2}{2vc^2} \int_0^\infty \mu^2 \varepsilon \omega^3 d\omega \left[ \frac{v^4}{c^4} (\alpha_m^E)^2 + \frac{v^2}{c^2 \varepsilon \mu} (1 - \alpha_m^E)^2 \right] \times \\
& \times \left( 1 - \frac{c^2}{v^2 \varepsilon \mu} \right)^2 = \frac{m^2}{2c^2 v} \int_0^\infty \mu^2 \varepsilon \omega^3 d\omega \times \\
& \times \left[ 2 \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon \mu} \right)^2 - \left( 1 - \frac{v^2}{c^2 \varepsilon \mu} \right) \left( 1 - \frac{c^2}{v^2 \varepsilon \mu} \right) \right].
\end{aligned} \tag{22}$$

Это в точности совпадает с известным результатом [7].

В тонком вакуумном канале, т. е. при  $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$ , вторые члены (17), (18), описывающие «выдувание» поля, отсутствуют. Имеем

$$\alpha_m^E = 2 \left[ \frac{1}{\mu} - \varepsilon \frac{(1 - (v^2/c^2))}{(1 - (v^2/c^2) \varepsilon \mu)} \right] \left[ \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon} \right) \left( 1 + \frac{1}{\mu} \right) \right]^{-1}, \tag{23}$$

$$\alpha_m^H = 2 \left[ 1 + \varepsilon \frac{(1 - (v^2/c^2))}{(1 - (v^2/c^2) \varepsilon \mu)} \right] \left[ \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon} \right) \left( 1 + \frac{1}{\mu} \right) \right]^{-1};$$

$$\alpha_{m'}^E = 2 \left[ 1 - \frac{(1 - (v^2/c^2))}{(1 - (v^2/c^2) \varepsilon \mu)} \right] \left[ \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon} \right) \left( 1 + \frac{1}{\mu} \right) \right]^{-1}, \tag{24}$$

$$\alpha_{m'}^H = 2 \left[ \frac{1}{\varepsilon} + \frac{(1 - (v^2/c^2))}{(1 - (v^2/c^2) \varepsilon \mu)} \right] \left[ \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon} \right) \left( 1 + \frac{1}{\mu} \right) \right]^{-1}.$$

В данном случае  $\alpha_{m'}^E \neq \alpha_m^E$  и  $\alpha_{m'}^H \neq \alpha_m^H$ , но фактически интенсивности излучения для двух диполей совпадают (если, конечно,  $m' = m$ ). Указанные коэффициенты просто входят в разные формулы (см. (12) и (16), а также (14) и (17)).

Получаем в данном случае для обоих диполей

$$Q_E^{m'} |_{m'=m} = Q_E^m = \frac{2m^2}{vc^2} \int_0^\infty \varepsilon \frac{(\varepsilon \mu - 1)^2}{(1 + \varepsilon)^2 (1 + \mu)^2} \omega^3 d\omega; \tag{25}$$

$$Q_H^{m'}|_{m'=-m} = Q_H^m = \frac{2m^2}{vc^2} \int_0^\infty \mu \frac{(\epsilon - 1 - (v^2/c^2)(\epsilon\mu - 1))^2}{(1 + \epsilon)^2 (1 + \mu)^2} \omega^2 d\omega. \quad (26)$$

$v > c/\sqrt{\epsilon\mu}$

Сравнение (21), (22), (24), (25) показывает, сколь сильно узкий канал влияет на излучение магнитных моментов.

7. Гинзбургом в работе [8] (см. также [9]) получено совпадение интенсивности излучения диполей двух типов с помощью следующего расчета: из среды вырезается вместе с диполем кусок среды с размером, меньшим длины волны, и затем рассматривается излучение диполя, «вмороженного» в такой кусок среды, который вместе с диполем движется относительно остальной среды со скоростью  $v$  (диэлектрическая проницаемость окружающей среды и кусочка, в котором покоится диполь, совпадает). Фактически совпадение излучения токового магнитного момента с излучением магнитного момента, составленного из двух магнитных зарядов, связано с тем, что в этом расчете ликвидировано «выдувание» внутреннего поля.

8. Следует обсудить вопрос о границах применимости результатов. Из расчета излучения электрического диполя как излучения двух зарядов, движущихся на расстоянии  $r_0$  от оси канала, видно, что разложения по параметрам  $kr_0 \ll 1$  и  $ka \ll 1$  независимы, т. е. фактически условием применимости результатов является  $r_0 < a$ , а не  $r_0 \ll a$ . Вместе с тем, пренебрежение пространственной дисперсией допустимо при  $a \gg d$ , где  $d$  — характерное расстояние от поверхности канала, на котором сказывается пространственная дисперсия. Нам кажется естественным вывод о том, что результаты, касающиеся канала, относятся к размерам канала, существенно превышающим  $d$  (размер, на котором сказывается пространственная дисперсия), а при  $a \ll d$  излучение может быть таким же, как в сплошной среде. Эти соображения не заменяют прямой расчет излучения в канале с учетом пространственной дисперсии, который в связи со сказанным представил бы большой интерес.

Эти исследования были предприняты по инициативе В. Л. Гинзбурга. Автор приносит глубокую благодарность В. Л. Гинзбургу за обсуждение проблемы и дискуссии в ходе работы, а также Б. М. Болотовскому, Ю. С. Барашу и М. А. Миллеру за замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л., Франк И. М. — ДАН СССР, 1947, 56, с. 699.
2. Гинзбург В. Л., Эйрман В. Я. — ЖЭТФ, 1958, 35, с. 1508.
3. Богданкевич Л. С. — ЖТФ, 1959, 29, с. 1086.
4. Богданкевич Л. С., Болотовский Б. М. — ЖЭТФ, 1957, 32, с. 1421;
5. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. — ЖЭТФ, 1985, 88, с. 84.
6. Франк И. М. — Изв. АН СССР, Сер. Физ., 1942, 6, с. 3.
7. Франк И. М. — В сб.: Памяти С. И. Вавилова. — М. — Л.: Изд. АН СССР, 1952, с. 173.
8. Гинзбург В. Л. — В сб.: Памяти С. И. Вавилова. — М. — Л.: Изд. АН СССР, 1952 г., с. 193.
9. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. — М.: Наука, 1981,
10. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. — М.: Наука, 1984.
11. Гинзбург В. Л. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, 27, с. 852.

Институт общей физики  
АН СССР

Поступила в редакцию  
25 февраля 1985 г.

#### CHERENKOV EMISSION OF ELECTRIC, MAGNETIC AND TOROIDAL DIPOLE MOMENTS IN THIN CHANNELS IN A MEDIUM

V. N. Tsytovich

The role of the blow out of the inner field in the processes of Cherenkov radiation in thin channels by toroidal dipole moments, current magnetic dipoles and magnetic dipoles consisting of two magnetic monopoles is discussed.