

УДК 621.396.67

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЧАСТИЧНОЙ АДАПТАЦИИ В АНТЕННЫХ РЕШЕТКАХ С АДАПТИВНЫМИ ДИАГРАММООБРАЗУЮЩИМИ СХЕМАМИ

В. Т. Ермолаев, Б. А. Краснов, В. Я. Соломатин, А. Г. Флакман

Исследована эффективность частичной адаптации в антенной решетке с ограниченным числом выходов адаптивной диаграммообразующей схемы (АДОС), сформированной на базе векторов степенной последовательности S, MS, M^2S, \dots (M — корреляционная матрица помехи, S — вектор сигнала). На основе численного статистического анализа показана возможность сокращения числа выходов АДОС без существенного ухудшения показателя качества адаптивной антенной решетки (ААР).

1. Одним из наиболее важных критериев эффективности ААР является отношение мощности сигнала к мощности шума (ОСШ) на выходе:

$$\eta = |W^+ S|^2 (W^+ M W)^{-1}. \quad (1)$$

Здесь W — весовой вектор N -элементной ААР, $M = \overline{X \lambda^+}$ — корреляционная матрица шумовой помехи, X — вектор флуктуационных токов в элементах ААР, S — вектор сигнала, «+» — знак эрмитова сопряжения, черта сверху обозначает статистическое среднее. Оптимальный весовой вектор W , обеспечивающий максимальное значение ОСШ η , определяется из уравнения $M W = S$ [1].

С целью упрощения ААР в случае большого числа элементов N рассматриваются системы с сокращенным числом каналов адаптации (частичная адаптация) [2, 3]. Для уменьшения числа каналов могут использоваться различные способы их формирования: секционирование решеток [2-5], применение диаграммообразующих схем (ДОС) [6, 7] и т. д. Как правило, один канал ДОС согласован с сигналом и является основным, а остальные — вспомогательными. Число K вспомогательных каналов выбирается по числу I действующих источников помехи, если $I < N - 1$. Эффективность адаптации при уменьшенном числе каналов остается высокой, если ориентировать их парциальные диаграммы направленности (ДН) в направления на источники помехи. Однако в общем случае, когда априорная информация об угловом положении источников и их количестве отсутствует, сделать это не представляется возможным. Сокращение числа каналов указанными способами ведет к снижению эффективности адаптации, усредненной по всем помеховым ситуациям, что можно пояснить также с помощью геометрической интерпретации.

Вектор W является вектором N -мерного пространства. В качестве базиса выберем систему векторов $\{e_0 = 1, 0, \dots, 0; e_1 = 0, 1, 0, \dots, 0; \dots; e_{N-1} = 0, 0, \dots, 0, 1\}$. Этому базису соответствует случай отсутствия в схеме ААР какой-либо ДОС. Включение ДОС означает преобразование базиса $\{e_0, e_1, \dots, e_{N-1}\}$ в базис $\{f_0, f_1, \dots, f_K\}$. Если оно взаимно однозначное, то $K = N - 1$ и оба базиса охватывают все пространство. Соответственно потерь степеней свободы ААР нет и возможно осуществление полной адаптации. В случае сокращения числа каналов адаптации $K < N - 1$ и базис $\{f_0, f_1, \dots, f_K\}$ всегда является ограниченным и охватывает подпространство L_1 размерности $K + 1$. В то же

время при наличии $I < N - 1$ источников помехи оптимальный весовой вектор \mathbf{W} принадлежит подпространству L_2 размерности $I + 1$. Если L_1 совпадает с L_2 , то возможна полная адаптация даже при уменьшенном числе каналов. В противном случае возможна только частичная адаптация, эффективность которой будет зависеть, очевидно, от степени пересечения подпространств L_1 и L_2 . Причем, вероятность совпадения L_1 и L_2 тем меньше, чем меньше их размерности. Учитывая, что положение подпространства L_2 неизвестно и меняется в связи с изменением помеховой обстановки, обеспечить совпадение L_1 и L_2 с помощью «жесткой» ДОС невозможно. Поэтому уменьшение числа каналов указанными способами ведет к снижению эффективности адаптации, усредненной по различным помеховым ситуациям.

В [8] показано, что оптимальный весовой вектор можно представить в виде разложения по векторам степенной последовательности: $\mathbf{W} = \mathbf{A}\mathbf{C}$, где $\mathbf{A} = (\mathbf{S}, \mathbf{M}\mathbf{S}, \dots, \mathbf{M}^K \mathbf{S})$ — матрица, составленная из выбранных базисных векторов, \mathbf{C} — действительный вектор коэффициентов разложения c_i ($i = 0, 1, 2, \dots, K$). Размерность $(K + 1)$ базиса определяется либо числом I внешних источников помехи, либо числом N' элементов ААР. Если число источников помехи меньше, чем степеней свободы ААР ($I < N - 1$), то $K = I$, в обратном случае ($I \geq N - 1$) $K = N - 1$. Такое представление вектора \mathbf{W} позволяет разделить оптимальную обработку входных колебаний на две операции. Первая заключается в преобразовании сигналов в ДОС, описываемой матрицей \mathbf{A} , а вторая — в суммировании сигналов на выходе этой схемы с весовыми коэффициентами c_i . Так как характеристики приемных каналов ДОС зависят от корреляционной матрицы \mathbf{M} помехи и изменяются при изменении помеховой обстановки, то данную ДОС можно называть адаптивной (АДОС) [9].

Для формирования весовых векторов АДОС могут быть использованы корреляционные устройства [10]. Вычисляя корреляцию между помеховым колебанием x_p в p -м элементе ААР и колебанием $y_0 = \mathbf{S}^+ \mathbf{X}$ на выходе основного (согласованного с сигналом) канала АДОС, получим p -ю компоненту вектора $\mathbf{M}\mathbf{S}$, так как $\overline{x_p y_0^+} = \sum_{q=1}^N \overline{x_p x_q^+} S_q = (\mathbf{M}\mathbf{S})^p$ (* — знак комплексного сопряжения). Последовательно могут быть получены и другие векторы $\mathbf{M}^i \mathbf{S}$ ($i = 2, 3, \dots, K$), если учесть, что вектор $\mathbf{M}^i \mathbf{S}$ является корреляционным вектором $\overline{\mathbf{X} y_{i-1}^+}$, где $y_{i-1} = (\mathbf{M}^{i-1} \mathbf{S})^+ \mathbf{X}$ — колебание на выходе $(i - 1)$ -го канала АДОС.

Использование АДОС позволяет получить такое «нежесткое» преобразование базиса, при котором подпространства L_1 и L_2 совпадают при любой помеховой обстановке. При сокращении числа каналов АДОС можно говорить о частичной адаптации. Однако в этом случае частичная адаптация обусловлена только уменьшением размерности L_1 по сравнению с L_2 . Поскольку L_1 всегда принадлежит L_2 , то эффективность частичной адаптации с АДОС, усредненная по всем помеховым ситуациям, будет выше, чем в случае использования «жесткой» ДОС. Чтобы найти разумный компромисс между эффективностью адаптации, с одной стороны, и техническим упрощением ААР за счет сокращения числа каналов АДОС, с другой стороны, необходимо исследовать эффективность ААР при сокращенном числе выходов АДОС. Такому исследованию посвящена данная работа, результаты которой справедливы для решеток произвольной конфигурации.

2. Рассмотрим ААР с АДОС, формирующей сокращенное количество $(K + 1)$ приемных каналов. Оптимальный весовой вектор \mathbf{C} на выходе АДОС определяется из уравнения [9]

$$\mathbf{A}^+ \mathbf{M} \mathbf{A} \mathbf{C} = \mathbf{A}^+ \mathbf{A} \mathbf{q}, \quad (2)$$

где $\mathbf{q}^T = (1, 0, 0, \dots, 0)$ — $(K + 1)$ -мерный вектор, «т» — знак транспонирования. Матрицы $\mathbf{A}^+ \mathbf{M} \mathbf{A}$ и $\mathbf{A}^+ \mathbf{A}$ представляют собой корреляционные матрицы соответственно полной помехи и собственного шума на

выходе АДОС и имеют размерность $(K+1) \times (K+1)$. Подставляя разложение $W = AC$ в (1), с помощью (2) получим, что в точке экстремума ОСШ $\eta = S^+ AC$.

В [9, 10] анализировались эквивалентные степенной последовательности векторов E - и M -ортогональные базисные системы, физический смысл которых заключается в следующем. Функция корреляции помеховых колебаний $y_i = a_i^+ X$ и $y_j = a_j^+ X$ на выходах i -го и j -го каналов АДОС с весовыми векторами соответственно a_i и a_j равна $\overline{y_i y_j^+} = a_i^+ M a_j$. Таким образом, M -ортогональным векторам ($a_i^+ M a_j = 0, i \neq j$) отвечают каналы АДОС с декоррелированными выходными колебаниями. Если вектор X обусловлен только собственным шумом ААР, корреляционные свойства которого описываются единичной матрицей E , то $\overline{y_i y_j^+} = a_i^+ a_j$. Следовательно, E -ортогональным векторам ($a_i^+ a_j = 0, i \neq j$) отвечают каналы АДОС с декоррелированными собственными шумами ААР.

Пусть преобразующая матрица A составлена из E -ортогональных векторов, полученных из векторов степенной последовательности по известной схеме [11]. При этом максимальное значение ОСШ $\eta = (S^+ S) c_0$, где c_0 — весовой коэффициент на выходе основного канала АДОС ($a_0 = S$). Согласно (2) $c_0 = (S^+ S) [(A^+ M A)^{-1}]_{11}$.

Матрица $A^+ M A$ является симметричной и трехдиагональной [9, 11]. Представим ее в виде

$$A^+ M A = B_{K+1} = \begin{pmatrix} a_0^+ M a_0 & D_K^+ \\ D_K & B_K \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $D_K^+ = (a_0^+ M a_1, 0, \dots, 0)$ — корреляционный K -мерный вектор. Теперь для первого элемента обратной матрицы B_{K+1}^{-1} можно написать [12]:

$$[B_{K+1}^{-1}]_{11} = \{a_0^+ M a_0 - (a_0^+ M a_1)^2 [B_K^{-1}]_{11}\}^{-1}. \quad (4)$$

Матрица B_K размера $K \times K$ также имеет трехдиагональный вид. Поэтому элемент $[B_K^{-1}]_{11}$ может быть выражен, аналогично (4), через первый диагональный элемент матрицы B_{K-1}^{-1} меньшей размерности, равной $(K-1) \times (K-1)$. Продолжая эту процедуру вычислений, найдем для коэффициента c_0 следующее выражение:

$$c_0 = \frac{S^+ S}{S^+ M S} F_K, \quad F_K = \frac{1}{1 - \frac{\rho_{01}^2}{1 - \frac{\rho_{12}^2}{1 - \frac{\dots}{1 - \rho_{K-1,K}^2}}}}, \quad (5)$$

где $\rho_{i,i+1} = a_i^+ M a_{i+1} (a_i^+ M a_i)^{-1/2} (a_{i+1}^+ M a_{i+1})^{-1/2}$ — коэффициент корреляции помеховых колебаний на выходах i -го и $(i+1)$ -го каналов E -ортогональной АДОС. С учетом (5) ОСШ

$$\eta_K = \eta_0 F_K. \quad (6)$$

Здесь $\eta_0 = (S^+ S)^2 (S^+ M S)^{-1}$ — ОСШ на выходе основного канала АДОС, обеспечивающего согласованный прием сигнала. Фактор F_K характеризует эффективность частичной адаптации при использовании K дополнительных каналов АДОС. В случае одного дополнительного канала фактор $F_1 = (1 - \rho_{01}^2)^{-1}$ называется коэффициентом подавления помехи [6].

Если в пространстве имеется один источник помехи, то нетрудно получить, что $\rho_{01}^2 = [1 + (1 + \nu N) / \nu^2 N^2 \beta^2 (1 - \beta^2)]^{-1}$, где ν — отношение мощности помехи к мощности собственного шума в элементе ААР,

β^2 — уровень диаграммы направленности (ДН) по мощности основного канала АДОС в направлении на источник помехи. Если источник попадает в нули ДН ($\beta^2=0$) или совпадает с источником сигнала ($\beta^2=1$), то $\rho_{01}^2=0$ ($F_1=1$) и эффект адаптации отсутствует. При $\beta^2=0,5$ коэффициент корреляции и, соответственно, фактор F_1 имеют максимальное значение. В случае сильной помехи ($\nu N \gg 1$) $F_1 \approx 1 + \nu N \beta^2 (1 - \beta^2)$, а когда помеха слабая ($\nu N \ll 1$), $F_1 \approx 1 + \nu^2 N^2 \beta^2 (1 - \beta^2)$.

3. Предположим, что преобразующая матрица A составлена из M -ортогональных векторов, полученных из векторов степенной последовательности. В этом случае матрица A^+MA является диагональной, т. е. помеховые колебания на выходах АДОС некоррелированы. Следовательно, оптимальная обработка на выходах M -ортогональной АДОС сводится к суммированию сигнала.

Согласно (2) оптимальный весовой вектор C имеет компоненты $c_i = (a_i^+ a_0) (a_i^+ M a_i)^{-1}$ ($i=0, 1, 2, \dots, K$). Для ОСШ на выходе ААР получим

$$\eta_K = \eta_0 F_K, \quad F_K = 1 + \sum_{i=1}^K \tilde{\eta}_i / \eta_0, \quad (7)$$

где $\tilde{\eta}_i = (a_i^+ a_0)^2 (a_i^+ M a_i)^{-1}$ — ОСШ на выходе i -го канала АДОС ($i=1, 2, \dots, K$). Физический смысл этих выражений достаточно прост. В частности, ОСШ η_K на выходе частично адаптированной ААР с M -ортогональной АДОС равно сумме ОСШ на выходах АДОС. При переходе от E -ортогонального базиса к M -ортогональному весовой вектор ААР не меняется. Следовательно, значение ОСШ η_K сохраняется прежним и вычисление фактора F_K с помощью (5) или (7) дает одинаковый результат.

В случае одного источника помехи $F_1 = 1 + \tilde{\eta}_1 / \eta_0$, причем $\tilde{\eta}_1 = \nu^2 N^2 \beta^2 (1 - \beta^2) / (1 + \nu N) (1 + \nu N \beta^2)$. Если помеха очень сильная ($\nu N \beta^2 \gg 1$), то $\tilde{\eta}_1 \approx N (1 - \beta^2) \approx N$. Это означает, что ОСШ на выходе вспомогательного канала АДОС близко к ОСШ в основном канале при наличии только собственного шума.

4. Эффективность частичной адаптации можно также оценивать по величине среднего квадрата разности между помеховыми колебаниями на выходах полностью и частично адаптированных антенн [13]:

$|\bar{\varepsilon}|^2 = |W + X - \tilde{W} + X|^2$, где W, \tilde{W} — весовые векторы ААР с полной и частичной адаптацией. Подставим сюда вектор $\tilde{W} = AC$ и определим вектор C , минимизирующий $|\bar{\varepsilon}|^2$. В результате получим для искомого вектора C уравнение (2). Таким образом, предлагаемый метод частичной адаптации обеспечивает одновременно максимум ОСШ η и минимум среднего квадрата разности $|\bar{\varepsilon}|^2$.

5. Анализ зависимости эффективности частичной адаптации от параметров помеховой обстановки в аналитической форме представляет собой сложную задачу. В то же время для практических приложений наибольший интерес представляют усредненные по различным помеховым ситуациям характеристики ААР. Ниже приводятся результаты численного статистического анализа на основе полученных результатов (6) и (7).

Рассмотрим 16-элементную линейную решетку с периодом $d = \lambda/2$ (λ — длина волны). Отдельную помеховую ситуацию зададим, «вбрасывая» в область вне главного луча ДН основного канала АДОС определенное число I источников помехи. Угловое положение каждого из источников считаем случайной величиной, равномерно распределенной в указанной области углов. Для каждой ситуации определим с помощью (5), (6) или (7) относительное ухудшение $\gamma_K = (\eta_I - \eta_K) / \eta_I$

ОСШ, обусловленное сокращением числа каналов \bar{E} - или \bar{M} -ортogonalной АДОС. Усредняя γ_K по ансамблю помеховых ситуаций, получим статистическую оценку $\bar{\gamma}_K = (1 - \overline{F_K/F_I})$, характеризующую эффективность частичной адаптации.

Средние значения фактора F_I для полностью адаптированной ААР приведены в табл. 1, из которой следует, что эффективность адаптации для всех рассмотренных помеховых ситуаций является достаточно высокой.

Таблица 1

Число источников помехи	2	4	8	15	15 (v_i случайны)	32
$\bar{F}_I, \text{дБ}$	13,8	17,8	18,8	20,4	20,8	19,6

На рис. 1а представлена зависимость $\bar{\gamma}_K$ от числа K вспомогательных каналов АДОС при различном количестве источников помехи, равном 2, 4, 8, 15, 32 (кривые 1, 2, 3, 4, 5 соответственно). Среднеквадратические отклонения σ_K величин $\bar{\gamma}_K$ для соответствующих помеховых ситуаций изображены на рис. 1б. Мощности v_i источников предполагаются одинаковыми ($v_i = v = 100$). Пунктирная кривая отвечает случаю 15 источников помехи со случайными мощностями, равномерно распределенными в интервале $0 \div 200$, и случайными угловыми положениями. Каждая из кривых получена путем усреднения по 20 отдельным помеховым ситуациям. Видно, что, когда $I = 15, 32$, средняя эффективность частичной адаптации при сокращении числа каналов АДОС в два раза уменьшается не более чем на 3 дБ, оставаясь, как следует из табл. 1, достаточно высокой. Дальнейшее сокращение количества вспомогательных каналов до трех приводит к уменьшению фактора F_K до 10 дБ, вместо 20 дБ в оптимальном случае. Сокращение числа каналов в два раза при $I = 2, 4, 8$ вызывает незначительное ухудшение средней эффективности адаптации соответственно на 0,5, 1,5, 1,9 дБ по сравнению с ее максимальными значениями (см. табл. 1). Величина $\bar{\gamma}_K$ слабо зависит от вида функции распределения мощности v источников помехи, что следует из малого отличия пунктирной и 4-й кривых на рис. 1а.

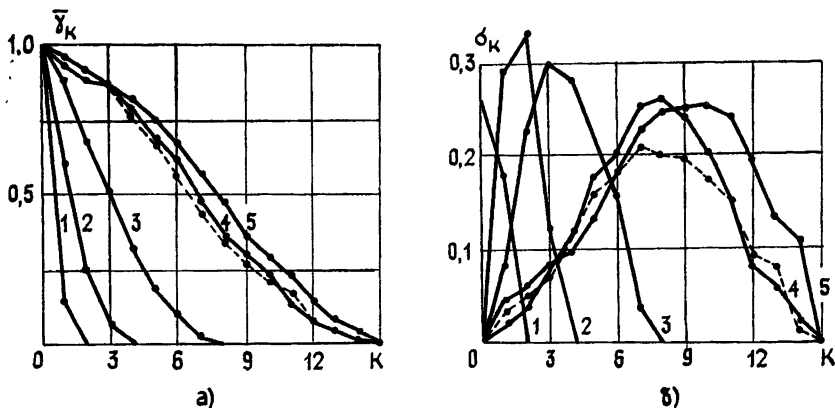


Рис. 1.

6. Сравним эффективность частичной адаптации в ААР с АДОС и в секционированных ААР при одинаковом числе каналов адаптации. Предположим, что N -элементная ААР с периодом $d = \lambda/2$ разделена на N/L секций по L смежных излучателей в каждой. Для такой ААР проведем численный статистический анализ, аналогичный описанному выше, при $N = 16, L = 2, 4, 8$ (число каналов адаптации $N/L = 8, 4, 2$ соответственно). В табл. 2 приведены коэффициенты, показывающие,

во сколько раз средняя эффективность секционированных ААР ниже средней эффективности ААР с АДОС. Более высокая эффективность ААР с АДОС объясняется тем, что все вспомогательные каналы АДОС обладают лучшей чувствительностью к источникам, вносящим наибольший вклад в мощность помехи на выходе основного канала АДОС [9]. Из табл. 2 видно также, что при двух каналах адаптации преимущества ААР с АДОС наиболее существенны, хотя с ростом числа источников ($I=8$) эти преимущества уменьшаются в силу снижения эффективности обоих видов ААР.

Таблица 2

Число каналов адаптации	Число источников помехи		
	2	4	8
8	1,02	1,08	2,44
4	1,32	2,78	5,26
2	3,57	10,0	6,0

7. Таким образом, в настоящей работе исследована эффективность частичной адаптации в ААР при использовании ограниченного числа каналов АДОС, сформированных на базе векторов степенной последовательности. Показано, что увеличение ОСШ обеспечивается в основном за счет первых каналов и сокращения вдвое числа выходов АДОС приводит к ухудшению ОСШ в среднем не более чем на 3 дБ, даже в достаточно сложных помеховых ситуациях. Проведено сравнение эффективности ААР с АДОС, имеющей сокращенное число выходов, и секционированных ААР при равном числе каналов адаптации. Показано, что ААР с АДОС обладают большей эффективностью, особенно при малом числе каналов адаптации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Applebaum S. P. — IEEE Trans., 1976, AP-24, № 5, p. 585.
2. Левшин В. П., Стручев В. Ф. — Зарубежная радиоэлектроника, 1982, № 1, с. 31.
3. Шарман D. J. — IEEE Trans., 1976, AP-24, № 5, p. 685.
4. Зарошинский О. И., Кулешов И. И. — Изв. вузов — Радиоэлектроника, 1979, 22, № 2, с. 47.
5. Литвинов О. С. — Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетеχνическая, 1981, вып. 2, с. 50.
6. Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1981.
7. Applebaum S. P., Шарман D. J. — IEEE Trans., 1976, AP-24, № 5, p. 650.
8. Ермолаев В. Т., Флакман А. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 4, с. 472.
9. Ермолаев В. Т., Краснов Б. А., Флакман А. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 7, с. 874.
10. Ермолаев В. Т. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 9, с. 1100.
11. Воеводин В. В. Линейная алгебра. — М.: Наука, 1980.
12. Хедли Дж. Линейная алгебра. — М.: Высшая школа, 1966.
13. Самойленко В. И., Грубрин И. В., Зарошинский О. И. — Изв. вузов — Радиоэлектроника, 1983, 26, № 1, с. 42.

Поступила в редакцию
12 ноября 1984 г.

ANALYSIS OF THE EFFECTIVENESS OF PARTIAL ADAPTATION IN ANTENNA ARRAYS HAVING THE ADAPTIVE PATTERN-FORMING CIRCUIT

V. T. Ermolayev, B. A. Krasnov, V. Ya. Solomatin, A. G. Flaksman

The effectiveness of partial adaptation in antenna arrays having the reduced number of outputs of adaptive pattern-forming circuit, based on power sequence vectors S, MS, M^2S, \dots (M is the correlation matrix of noise, and S is the signal vector) was analysed. On the basis of statistical numerical analysis the possibility of reduction of the number of outputs in adaptive pattern-forming circuit was demonstrated without noticeable degradation of adaptive antenna array performance.