ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIX, № 5 РАДИОФИЗИКА 1986

УДК 621.378

О ВОЗМОЖНОСТИ НЕЛИНЕЙНОЙ КОМПЕНСАЦИИ ДИСПЕРСИОННОГО РАСПЛЫВАНИЯ ШУМОВЫХ ИМПУЛЬСОВ

В. А. Выслоух, А. М. Фаттахов

С помощью метода моментов показана возможность распространения шумовых импульсов в волоконных световодах без изменения среднего квадрата длительности. Найдена величина критической мощности для этого режима. Исследовано изменение среднего квадрата длительности среднестатистического импульса в зависимости от пройденного расстояния.

Применение одномодовых волоконных световодов (ВС) с малыми потерями (доли децибела на километр) для оптической связи выдвинуло на передний план задачу устранения влияния дисперсии групповой скорости импульсов, вызывающей их расплывание. Весьма перспективным представляется использование солитонного распространения импульсов [1, 2], обуславливаемого точным балансом между дисперсионными и нелинейными эффектами.

Возможность солитонного распространения импульсов света в ВС была предсказана теоретически еще в 1973 году [3] и экспериментально подтверждена в 1980 [4]. В настоящее время нелинейное распространение импульсов широко исследуется как аналитическими, так и численными методами [5–10]. В этих работах изучается поведение регулярных импульсов, т. е. импульсов с регулярными огибающими и монохроматическими несущими частотами. Однако специфика реальных физических источников световых импульсов требует соответствующего обобщения полученных результатов на случай частично-когерентных импульсов.

Поведение случайных волн в диспергирующих средах хорошо изучено для линейного режима распространения [11]. Применительно к проблеме волоконно-оптической связи распространение случайных импульсов в диспергирующих средах исследовалось в [12, 13]. В работе [12] рассматривалось линейное распространение в одномодовом ВС шумовых импульсов с гауссовой огибающей. Получено аналитическое выражение для среднестатистической интенсивности импульсов в среде с дисперсией первого порядка, с помощью численных методов построены временные профили интенсивности среднестатистических импульсов при наличии дисперсии второго порядка. В [13] — при тех же режимах распространения — получены аналитические и численные оценки для флуктуаций интенсивности импульсов излучения лазера, генерирующего несколько продольных эквидистантных мод с постоянными амплитудами и случайными фазами. Анализ показал, что флуктуации интенсивности импульса с шириной спектра больше ширины спектра излучения, которое он модулирует, не уменьшаются с пройденным расстоянием. При обратном соотношении спектральных ширин импульс распадается на последовательность нефлуктуирующих неперекрывающихся импульсов, каждый из которых связан с одной из мод источника.

Флуктуации интенсивности импульсов с конечным временем когерентности оказывают существенное влияние и на нелинейное распространение, которое для сред с дисперсией порядка не выше первого описывается нелинейным уравнением Шредингера (НУШ). При случайных граничных условиях для приближенного нахождения статистических характеристик импульса удобно перейти к континуально-интегральному уравнению и интегрировать по траекториям соответствующие усредненные выражения [14]. Однако некоторые статистические характеристики могут быть найдены и при усреднении уравнения на начальном этапе. Так, в [15] найдена пороговая мощность солитонного распространения среднестатистического импульса, т. е. мощность, при которой импульсы с формой огибающей в виде гиперболического секанса, войдя в среду, распространяются в ней в среднем без изменения формы.

В отличие от работы [15] в настоящей статье исследуются распространение шумовых импульсов с произвольной формой огибающих на входе. Пороговая мощность определяется для такого режима распространения, при котором не изменяется средний квадрат длительности (СКД) среднестатистического импульса. Получены аналитические выражения для математического ожидания СКД в среде, а также дисперсия этой величины.

1. Постановка задачи. Нелинейное распространение импульсов света в одномодовых ВС с дисперсией групповой скорости в пренебрежении затуханием описывается нелинейным уравнением Шредингера для амплитуды светового поля; в безразмерных переменных оно записывается следующим образом [16]:

$$i\frac{\partial\psi}{\partial z}=\frac{1}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2}+R\,|\psi|^2\psi, \tag{1}$$

где $\psi(\tau,z)=A(\tau,z)/\sqrt{I_0}$, I_0 — средняя пиковая интенсивность на входе в ВС, z — расстояние, выраженное в дисперсионных длинах $z_{\text{д}}=T_0^2/|k''_{\omega\omega}|$, $\tau=(t-z/v_{\text{гр}})/T_0$ — «бегущее» время, нормированное на характерную длительность импульса T_0, $R=\alpha z_{\text{д}}/z_{\text{нл}}$ — параметр нелинейности, $z_{\text{нл}}=n_0/kn_2I_0$, коэффициент $\alpha\simeq0{,}5$ возникает в результате усреднения по поперечному распределению поля в ВС.

Для того, чтобы учесть статистическую природу распространяющегося излучения, амплитуду поля на входе представим в виде

$$\psi_0(\tau)=f(\tau)\,\xi(\tau), \tag{2}$$

где $f(\tau)$ — регулярная огибающая импульса с шумовым заполнением $\xi(\tau)$.

Известно [11], что в ряде случаев статистика лазерного излучения близка к гауссовой. Поэтому будем считать $\xi(\tau)$ случайным гауссовым процессом с математическим ожиданием $\overline{\xi}(\tau)=1$ и корреляционной функцией

$$\overline{(\xi(\tau)-\overline{\xi}(\tau))\,(\xi^*(\tau+\theta)-\overline{\xi^*(\tau+\theta)})}=\sigma^2\exp(-\theta^2/\tau_0^2).$$

Здесь σ^2 — приведенная входная интенсивность шума, $\tau_0=\tau_{\text{к}}/T_0$, $\tau_{\text{к}}$ — время корреляции шума на входе.

Уравнение (1) со случайным граничным условием (2) можно решать численно методом Монте—Карло [17] либо использовать приближенные аналитические методы, основанные на усреднении соответствующих уравнений, полученных путем точных преобразований исходного НУШ. Важную информацию о процессе распространения дают его интегральные характеристики — моменты интенсивности.

2. Метод моментов. Метод моментов интенсивности в квазиоптических задачах применялся впервые, по-видимому, в [18] для исследования нелинейного распространения монохроматических пучков. Для описания частично-когерентных полей в статистически-неоднородных средах использовались моменты функции взаимной когерентности. В [19] задача распространения полей в статистически-неоднородных средах обобщается для нелинейного случая.

Для анализа нелинейного распространения шумовых импульсов нам представляется более эффективным применение моментов интенсивности. Уравнения для моментов интенсивности какой-либо степени получаются путем домножения уравнения (1) на комплексно-сопряженную амплитуду поля, аналогичной операцией над комплексно-сопряженным уравнением, сложения полученных уравнений и интегрирования по времени с соответствующим временным множителем. Законы изменения момента второго порядка будут выглядеть следующим образом:

$$\partial\langle\psi\tau^2\psi^*\rangle/\partial z = (i/2)\langle\psi'\tau\psi^*\rangle + \text{к. с.},$$
$$\partial^2\langle\psi\tau^2\psi^*\rangle/\partial z^2 = 2H_0 + R\langle(\psi\psi^*)^2\rangle \text{ и т. д.} \tag{3}$$

Здесь и далее угловые скобки означают усреднение по времени,

$$\psi' \equiv \partial\psi/\partial\tau, \quad H_0 = \langle\psi'\psi^{*\prime}\rangle - R\langle(\psi\psi^*)^2\rangle$$

— интеграл уравнения (1), являющийся гамильтонианом системы.

Уравнения (3) с граничными условиями (2) позволяют записать при $Rz^2 < 1$ приближенное полиномиальное представление для момента второго порядка

$$\langle\psi\tau^2\psi^*\rangle = a_0 + a_1 z + (a_3 - Ra_4)z^2 + \ldots, \tag{4}$$

где

$$a_0 = \langle\psi_0\tau^2\psi_0^*\rangle, \quad a_1 = (i/2)\langle\psi_0'\tau\psi_0^*\rangle + \text{к. с.},$$
$$a_3 = \langle\psi_0'\psi_0^{*\prime}\rangle, \quad a_4 = (1/2)\langle(\psi_0\psi_0^*)^2\rangle.$$

Определим средний квадрат длительности импульса как

$$T^2(z) = \langle\psi\tau^2\psi^*\rangle P^{-1},$$

где $P = \overline{\langle\psi\psi^*\rangle}$ — среднестатистическое значение плотности энергии импульса, являющейся интегралом уравнения (1).

Статистическое усреднение соотношения (4) приводит к выражению для СКД среднестатистического импульса

$$\overline{T^2(z)} \cong b_0 + b_1 z + (b_3 - Rb_4)z^2, \tag{5}$$

где

$$b_j = \overline{a_j}P^{-1}, \quad P = (1+\sigma^2)\langle f^2\rangle,$$
$$\overline{a_0} = (1+\sigma^2)\langle\tau^2 f^2\rangle, \quad \overline{a_1} = 0, \quad \overline{a_3} = (1+\sigma^2)\langle f'^2\rangle + 2\sigma^2\langle f^2\rangle/\tau_0^2,$$
$$\overline{a_4} = (1/2)(1+4\sigma^2+2\sigma^4)\langle f^4\rangle.$$

Значение СКД среднестатистического импульса в нелинейной среде не изменяется при $R=R_0$:

$$R_0 = b_3/b_4. \tag{6}$$

Если в (5) $\sigma\to 0$, $\tau_0\to\infty$, получаем условие постоянства среднего квадрата длительности регулярного импульса. Для шумовых импульсов с огибающей $f(\tau) = \exp(-\tau^2/2)$

$$R_0^{(\text{г})} = \sqrt{2}(1+\sigma^2+4\sigma^2/\tau_0^2)/(1+4\sigma^2+2\sigma^4). \tag{7}$$

В случае $f(\tau) = \operatorname{sech}\tau$

$$R_0^{(\text{c})} = (1+\sigma^2+6\sigma^2/\tau_0^2)/(1+4\sigma^2+2\sigma^4). \tag{8}$$

Типичное значение критической мощности солитонного распространения в ВС импульсов с $T_0=4$ *пс* составляет $\sim 1{,}0$ *Вт* [4]. Для таких импульсов при $\sigma^2=0{,}1$, $\tau_0^2 = 10{,}0$ критическая мощность, при которой сохраняется СКД среднестатистического импульса с огибающей $f(\tau) = \operatorname{sech}\tau$, составит $\sim 0{,}7$ *Вт*, а при $\tau_0^2 = 0{,}1 \div 2{,}9$ *Вт*.

Импульсы с мощностью выше критической ($R>R_0$) будут в среднем сжиматься, при $R<R_0$ — расплываться.

Нетрудно оценить вклад следующих членов разложения (4) в выражении (5). Для ряда моделей излучения коэффициент при z^3 равен нулю, а при z^4 имеет такой же порядок величины, как при z^0 и z^2. Следовательно, полученная оценка СКД импульса справедлива с точностью $O(R^2z^4)$. Такова же точность оценки дисперсии СКД, к вычислению которой мы сейчас перейдем.

3. Дисперсия среднего квадрата длительности импульса. Следующие друг за другом в ВС регулярные импульсы могут частично перекрыться за счет дисперсионного расплывания. Это расплывание, а следовательно, и перекрывание импульсов можно устранить выбором режима нелинейности. Точно так же существует такой режим нелинейности, при котором и шумовые импульсы в среднем не будут расплываться. Однако возможность перекрытия не устраняется, поскольку оно может происходить за счет разброса длительностей отдельных импульсов, а также разброса их групповых скоростей. Поэтому при расчете оптимального режима распространения шумовых импульсов необходимо знать дисперсию СКД импульса, которую мы обозначим как s^2.

Следуя вышеизложенному способу, представим s^2 через соответствующие интегральные характеристики уравнения (1) (ср. с (5)):

$$s^2(z) \cong [d_0+d_1z+(d_2+d_3-Rd_4)z^2]P^{-2}, \qquad (9)$$

где

$$d_0 = \overline{\langle\psi_0\tau^2\psi_0^*\rangle^2} - \overline{\langle\psi_0\tau^2\psi_0^*\rangle}^2,$$

$$d_1 = 2i\left(\overline{\langle\psi_0\tau^2\psi_0^*\rangle\langle\psi_0'\tau\psi_0^*\rangle} - \overline{\langle\psi_0\tau^2\psi_0^*\rangle}\;\overline{\langle\psi_0'\tau\psi_0^*\rangle}\right) + \text{к. с.},$$

$$d_2 = \overline{\langle\psi_0'\tau\psi_0^*\rangle\langle\psi_0\tau\psi_0^{*\prime}\rangle} - \overline{\langle\psi_0'\tau\psi_0^*\rangle}\;\overline{\langle\psi_0\tau\psi_0^{*\prime}\rangle} - \langle\psi_0'\tau\psi_0^*\rangle^2 + \overline{\langle\psi_0'\tau\psi_0^*\rangle}^2 + \text{к. с.},$$

$$d_3 = 2\left(\overline{\langle\psi_0\tau^2\psi_0^*\rangle\langle\psi_0'\psi_0^{*\prime}\rangle} - \overline{\langle\psi_0\tau^2\psi_0^*\rangle}\;\overline{\langle\psi_0'\psi_0^{*\prime}\rangle}\right),$$

$$d_4 = \overline{\langle\psi_0\tau^2\psi_0^*\rangle\langle(\psi_0\psi_0^*)^2\rangle} - \overline{\langle\psi_0\tau^2\psi_0^*\rangle}\;\overline{\langle(\psi_0\psi_0^*)^2\rangle}.$$

Произведя усреднение и проинтегрировав, можно получить оценку для стандартного отклонения

$$s(z) \cong s_0+(s_3-Rs_4)z^2. \qquad (10)$$

Значения s_j приведены в Приложении для случая гауссовой огибающей.

4. Обсуждение результатов. Приведенные аналитические результаты наглядно представлены на рисунках. Из рис. 1 видно, что в зависимости от значения R СКД импульсов могут в среднем возрастать, убывать или не изменяться с расстоянием. Так же ведут себя и стандартные отклонения. Однако порог невозрастания по R для них несколько ниже, чем для среднестатистического СКД. Причем у импульсов с большим значением соотношения $\tau_к/T_0$ величина стандартного отклонения уменьшается быстрее (рис. 2а).

На рис. 2б показано, как величина стандартного отклонения СКД импульсов зависит от R на расстоянии $z=0{,}5$. Видно, что с энергетической точки зрения более эффективными являются некоторые промежуточные значения параметра $\tau_к/T_0\sim1{,}0$.

Максимальные СКД отдельных импульсов на расстоянии z могут достигать в среднем значения

$$\overline{T^2(z)}+s(z) \cong (b_0+s_0)+[(b_3+s_3)-R(b_4+s_4)]z^2. \qquad (11)$$

Можно использовать, например, такой режим нелинейности, при котором рост первого слагаемого в левой части (11) будет компенсироваться уменьшением второго, так что вероятность наложения импульсов не будет увеличиваться с расстоянием.

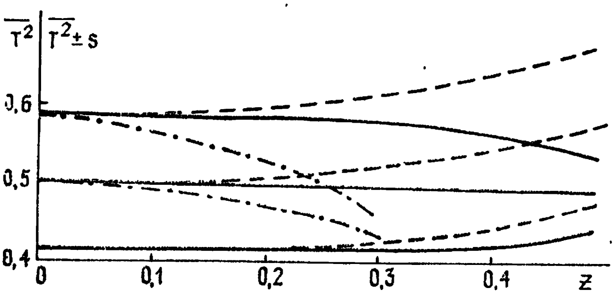

Рис. 1. Изменение с расстоянием среднестатистического СКД с поправкой на стандартное отклонение для различных значений параметра нелинейности. Сплошные линии соответствуют значению $R=R_0^{(г)}$, штриховые — $R=R_0^{(г)}/2$, штрихпунктирные — $R=2R_0^{(г)}$; $\sigma^2=0{,}1$, $\tau_0^2=1{,}0$.

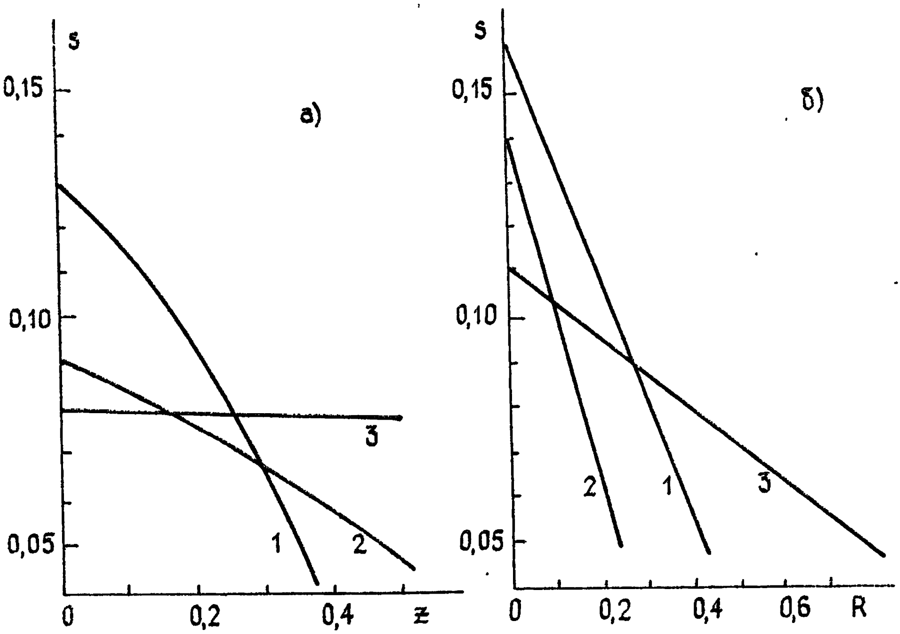

Рис. 2. Изменение стандартного отклонения:

а) с расстоянием при $R=R_0^{г}$; б) с увеличением параметра нелинейности R при $z=0{,}5$ для различных значений параметра $\tau_0^2=(\tau_к/T_0)^2$: 1—$\tau_0^2=0{,}1$, 2—$\tau_0^2=1{,}0$, 3—$\tau_0^2=10{,}0$. Дисперсия шума $\sigma^2=0{,}1$.

В заключение авторы выражают глубокую признательность А. С. Чиркину за полезные обсуждения и ценные замечания.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Значения s_j, входящих в формулу (10):

$$s_0=\mu(2p_1/p_7+\sigma^2p_2/p_8)^{1/2},\quad s_3=(\mu^2/s_0)(2p_3/p_7+\sigma^2p_4/p_8),$$

$$s_4=(2\sqrt{2}\,\mu^2/s_0)\left[(1+2\sigma^2)p_5/p_9+\sigma^2(1+\sigma^2)p_6/p_{10}\right],$$

где

$$\mu=\sigma/2(1+\sigma^2),$$

$$p_1 = 1 + 2\tau_0^{-2} + 3\tau_0^{-4}, \quad p_2 = 1 + 4\tau_0^{-2} + 12\tau_0^{-4}, \quad p_3 = (1 + 2\tau_0^{-2})^2,$$

$$p_4 = (1 + 4\tau_0^{-2})^2, \quad p_5 = 1 + \tau_0^{-2}/2, \quad p_6 = 1 + \tau_0^{-2},$$

$$p_7 = (1 + 2\tau_0^{-2})^{5/2}, \quad p_8 = (1 + 4\tau_0^{-2})^{5/2}, \quad p_9 = (1 + 3\tau_0^{-2}/2)^{5/2},$$

$$p_{10} = (1 + 3\tau_0^{-2})^{3/2}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Прохоров А. М. — Изв. АН СССР. Сер. Физ., 1983, **47**, № 10, с. 1874.
2. Mollenauer L. F., Stolen R. H. — Laser Focus, 1982, **18**, p. 193.
3. Hasegawa A., Tappert F. — Appl. Phys. Lett., 1973, **23**, p. 142.
4. Mollenauer L. F., Stolen R. H., Gordon J. P. — Phys. Rev. Lett., 1980, **45**, p. 1095.
5. Satsuma Y., Yajima N. — Progr. Theor. Phys. Suppl., 1974, **55**, p. 284.
6. Jain M., Tzoar N. — J. Appl. Phys., 1978, **49**, p. 4649.
7. Anderson D. — Phys. Rev., 1983, **A 27**, p. 1393.
8. Anderson D. — Phys. Rev., 1983, **A 27**, p. 3135.
9. Hasegawa A., Kodama Y. — Proc. IEEE, 1981, **69**, p. 1145; ТИИЭР, 1981, **69**, с. 57.
10. Выслоух В. А. — Квантовая электроника, 1983, **10**, с. 1688.
11. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. — М.: Наука, 1981.
12. Marcuse D. — Appl. Opt., 1980, **19**, p. 1653.
13. Marcuse D. — Appl. Opt., 1980, **19**, p. 1856.
14. Фаттахов А. М., Чиркин А. С. — Квантовая электроника, 1983, **10**, с. 1989.
15. Crosignani B., Papas C. H., Porto P. D. — Opt. Lett., 1980, **5**, p. 467.
16. Выслоух В. А. — УФН, 1982, **136**, с. 519.
17. Кандидов В. П., Шленов С. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, **27**, № 9, с. 1158.
18. Власов С. Н., Петрищев В. А., Таланов В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1971, **14**, с. 1353.
19. Петрищев В. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1971, **14**, с. 1416.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию 22 октября 1984 г.

ON THE POSSIBILITY OF NONLINEAR COMPENSATION OF RANDOM PULSE DISPERSIONAL BROADENING

V. A. Vysloukh, A. M. Fattakhov

Possibility of random pulse propagation in optical fibers without mean squared duration changing is demonstrated. Critical value of the pulse power for this regime is established. The dependence of the mean squared duration for statistically averaged pulse is studied.
