

УДК 621.391.8

## ОПТИМАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ ИМПУЛЬСНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

*А. А. Мальцев, А. М. Силаев*

В дискретном времени решена задача оптимального оценивания состояния динамической системы, подверженной совместному воздействию возмущений импульсного и шумового типов. Для описания динамической системы, наблюдений и импульсных возмущений использованы линейные модели. В гауссовом приближении получены рекуррентные уравнения для оптимальной в среднеквадратическом смысле оценки состояния системы. Приведены результаты моделирования алгоритма на примере простейшей скалярной динамической системы.

Для описания нестационарной сигнально-помеховой обстановки в ряде задач удобно использовать модели возмущений импульсного типа [1, 2]. Импульсные возмущения заранее известной формы, но со случайными амплитудами и возникающие в случайные моменты времени могут описывать резкие изменения параметров обстановки, свои нормального режима работы радиосистем, маневры объектов в задачах слежения за ними и т. п. С помощью общих методов теории условных марковских процессов [3-6] задача оптимального оценивания состояния непрерывных и дискретных динамических систем при импульсных возмущениях была решена в работах [7, 8]. В настоящей работе развитая ранее теория применяется для оптимального оценивания состояния дискретной линейной динамической системы при линейных наблюдениях. Выводятся уравнения для оценки вектора состояния системы в гауссовом (для условных плотностей вероятностей) приближении. Полученный алгоритм применяется для оценки состояния простой динамической системы с импульсным возмущением. Проводится сравнение предлагаемого алгоритма с известными по точности оценивания.

1. Кратко изложим постановку и решение задачи оптимального оценивания состояния линейной дискретной динамической системы при линейных наблюдениях.

Пусть расширенный вектор  $z_k$  состояния динамической системы при совместном воздействии импульсного и шумового возмущений описывается линейной моделью в дискретном времени

$$z_{k+1} = F_k z_k + A \delta_{k\tau} + G_k \xi_k \quad (k=0, 1, 2, \dots). \quad (1)$$

Здесь  $F_k$ ,  $G_k$  — заданные матрицы,  $A$  — вектор амплитуды импульсного возмущения, появляющегося в некоторый случайный момент времени  $\tau$ ,  $\delta_{k\tau}$  — символ Кронекера:

$$\delta_{k\tau} = \begin{cases} 1 & \text{при } k=\tau \\ 0 & \text{при } k \neq \tau \end{cases}$$

$\{\xi_k\}$  — последовательность независимых векторных случайных величин с плотностями вероятностей  $p_{\xi}(\xi_k, k)$ , описывающая аддитивное шумовое возмущение системы. В момент времени  $k=0$  заданы плотности вероятностей  $P_{z_0}(z_0)$ ,  $P_A(A)$  начального состояния динамической

системы  $z_0$  и случайной амплитуды импульсного возмущения  $A$ , а также априорные вероятности  $P_\tau(\tau)$  возможных дискретных значений случайного момента появления импульса  $\tau$ , причем считаем, что  $z_0$ ,  $A$  и  $\tau$  априорно статистически независимы.

Пусть наблюдаемый векторный процесс  $\{y_k\}$  описывается также линейной моделью

$$y_{k+1} = H_{k+1}z_{k+1} + \eta_{k+1} \quad (k=0, 1, 2, \dots). \quad (2)$$

Здесь  $H_{k+1}$  — заданные матрицы,  $\eta_{k+1}$  — аддитивный шум наблюдений, образующий последовательность  $\{\eta_{k+1}\}$  взаимно независимых и независимых с  $A$ ,  $\tau$  и  $\{\eta_k\}$  случайных векторных величин с плотностями вероятностей  $p_\eta(\eta_{k+1}, k+1)$ .

Задача состоит в том, чтобы в момент времени  $k$  по принятой реализации  $\{y_1, y_2, \dots, y_k\} \equiv y_1^k$  наблюдений оптимальным образом найти оценку  $\hat{z}_k$  вектора состояния динамической системы  $z_k$ .

Вычислить оптимальную оценку  $\hat{z}_k$  по любому заданному критерию позволяет апостериорная плотность вероятностей  $P(z_k, k | y_1^k) \equiv W(z_k, k)$  процесса  $z_k$ . Поскольку в каждый момент времени выполняется одна из двух ситуаций — импульсное возмущение к текущему моменту времени  $k$  или еще не появилось ( $k \leq \tau$ ) или уже появилось ( $k > \tau$ ), то функцию  $W(z_k, k)$  можно представить в виде суммы

$$W(z_k, k) = p_0(k) W_0(z_k, k) + p_1(k) W_1(z_k, k), \quad (3)$$

где  $p_0(k) \equiv P(k \leq \tau | y_1^k)$  и  $p_1(k) \equiv 1 - p_0(k) \equiv P(k > \tau | y_1^k)$  имеют смысл апостериорных вероятностей непоявления и появления импульсного возмущения к моменту времени  $k$  и введены апостериорные условные плотности вероятностей  $W_0(z_k, k) \equiv P(z_k | k \leq \tau, y_1^k)$ ,  $W_1(z_k, k) \equiv P(z_k | k > \tau, y_1^k)$  состояния динамической системы  $z_k$  при непоявлении и появлении импульса к этому моменту времени.

Для функций  $W_0(z_k, k)$ ,  $W_1(z_k, k)$ ,  $p_0(k)$  с применением общих методов теории условных марковских процессов и следуя работе [8] можно получить рекуррентные уравнения, связывающие их значения на  $(k+1)$ -м шаге со значениями на  $k$ -м шаге и новыми наблюдениями  $y_{k+1}$ . Эти уравнения имеют вид

$$W_0(z_{k+1}, k+1) = \quad (4)$$

$$= \frac{\rho_\eta [y_{k+1} - H_{k+1}z_{k+1}; k+1] \int_{-\infty}^{+\infty} \pi(z_{k+1} | z_k) W_0(z_k, k) dz_k}{\Phi_0(y_{k+1}, k)};$$

$$W_1(z_{k+1}, k+1) = W_{11}(z_{k+1}, k+1) + \beta(k+1) [W_{01}(z_{k+1}, k+1) - W_{11}(z_{k+1}, k+1)]; \quad (5a)$$

$$W_{11}(z_{k+1}, k+1) = \quad (5b)$$

$$= \frac{\rho_\eta [y_{k+1} - H_{k+1}z_{k+1}; k+1] \int_{-\infty}^{+\infty} \pi(z_{k+1} | z_k) W_1(z_k, k) dz_k}{\Phi_1(y_{k+1}, k)};$$

$$W_{01}(z_{k+1}, k+1) = \quad (5b)$$

$$= \frac{\rho_\eta [y_{k+1} - H_{k+1}z_{k+1}; k+1] \iint_{-\infty}^{+\infty} \pi(z_{k+1} - A | z_k) P_A(A) W_0(z_k, k) dA dz_k}{\Phi_{01}(y_{k+1}, k)};$$

$$\rho_0(k+1) = \frac{\Phi_0(\mathbf{y}_{k+1}, k)}{\Phi(\mathbf{y}_{k+1}, k)} [1 - \nu(k)] \rho_0(k) \quad (6)$$

с начальными значениями

$$W_0(\mathbf{z}_k, k)|_{k=0} = W_1(\mathbf{z}_k, k)|_{k=0} = P_{z_0}(\mathbf{z}_0), \quad (7)$$

$$\rho_0(k)|_{k=0} = \sum_{\tau=0}^{\infty} P_{\tau}(\tau).$$

В формулах (4)–(6) введены вспомогательные плотности вероятностей  $W_{01}(\mathbf{z}_{k+1}, k+1)$ ,  $W_{11}(\mathbf{z}_{k+1}, k+1)$  и приняты обозначения

$$\Phi(\mathbf{y}_{k+1}, k) \equiv \Phi_0(\mathbf{y}_{k+1}, k) [1 - \nu(k)] \rho_0(k) + \Phi_1(\mathbf{y}_{k+1}, k) \rho_1(k) + \Phi_{01}(\mathbf{y}_{k+1}, k) \nu(k) \rho_0(k),$$

$$\Phi_{\{0\}}^{(1)}(\mathbf{y}_{k+1}, k) \equiv$$

$$\equiv \iint_{-\infty}^{+\infty} \rho_{\eta}[\mathbf{y}_{k+1} - H_{k+1}\mathbf{z}_{k+1}; k+1] \pi(\mathbf{z}_{k+1} | \mathbf{z}_k) W_{\{0\}}(\mathbf{z}_k, k) d\mathbf{z}_k d\mathbf{z}_{k+1},$$

$$\Phi_{01}(\mathbf{y}_{k+1}, k) \equiv \iint_{-\infty}^{+\infty} \rho_{\eta}[\mathbf{y}_{k+1} - H_{k+1}\mathbf{z}_{k+1}; k+1] \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} \pi(\mathbf{z}_{k+1} - A | \mathbf{z}_k) P_A(A) W_0(\mathbf{z}_k, k) d\mathbf{z}_k d\mathbf{z}_{k+1} dA,$$

$$\beta(k+1) \equiv \frac{\nu(k) \rho_0(k)}{\nu(k) \rho_0(k) + \rho_1(k) \Phi_1(\mathbf{y}_{k+1}, k) / \Phi_{01}(\mathbf{y}_{k+1}, k)},$$

$$\nu(k) \equiv P_{\tau}(k) / \sum_{\tau=k}^{\infty} P_{\tau}(\tau).$$

Переходные плотности вероятностей  $\pi(\mathbf{z}_{k+1} | \mathbf{z}_k)$  соответствуют модельному уравнению динамической системы без импульсного возмущения

$$\mathbf{z}_{k+1} = F_k \mathbf{z}_k + G_k \xi_k$$

и выражаются через плотности вероятностей шумового возмущения системы  $\rho_{\xi}(\xi_k, k)$ . Например, если  $G_k$  — единичная матрица, то

$$\pi(\mathbf{z}_{k+1} | \mathbf{z}_k) = \rho_{\xi}[\mathbf{z}_{k+1} - F_k \mathbf{z}_k, k].$$

Уравнения (3) — (8) образуют замкнутый рекуррентный алгоритм для апостериорной плотности вероятностей  $W(\mathbf{z}_k, k)$  состояния линейной динамической системы (1) при линейных наблюдениях (2).

2. Для нахождения собственно оптимальной оценки  $\hat{\mathbf{z}}_k$  по функции  $W(\mathbf{z}_k, k)$  необходимо задать критерий оптимальности и перейти от уравнений (3)–(5) для плотностей вероятностей к уравнениям для самих оценок. Например, оптимальная в среднеквадратичном смысле оценка  $\hat{\mathbf{z}}_k$  является математическим ожиданием апостериорной плотности вероятностей  $W(\mathbf{z}_k, k)$  и с учетом (3) представляется в виде взвешенной суммы условных оценок  $\mathbf{z}_0(k)$ ,  $\mathbf{z}_1(k)$ :

$$\hat{\mathbf{z}}_k = p_0(k) \mathbf{z}_0(k) + p_1(k) \mathbf{z}_1(k) = \quad (9)$$

$$= p_0(k) \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{z}_k W_0(\mathbf{z}_k, k) d\mathbf{z}_k + p_1(k) \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{z}_k W_1(\mathbf{z}_k, k) d\mathbf{z}_k.$$

Получить точные уравнения для условных оценок  $z_0(k)$ ,  $z_1(k)$  в рекуррентной форме в общем случае не удастся. Однако можно пользоваться различными приближенными методами [5, 6].

Предположим, что шумовое возмущение динамической системы  $\xi_k$  и аддитивный шум наблюдений  $\eta_{k+1}$  гауссовы с нулевыми средними значениями и матрицами ковариаций, равными соответственно  $Q_k$  и  $R_{k+1}$ . Если начальное распределение  $P_{z_0}(z_0)$  состояния динамической системы также гауссово, то вследствие линейности принятых моделей (1), (2) динамической системы и наблюдений условная плотность вероятностей  $W_0(z_k, k)$  будет оставаться гауссовой при всех  $k \geq 0$ . Другая условная плотность вероятностей  $W_1(z_k, k)$  в общем случае с течением времени становится негауссовой, даже если система и наблюдения линейны и их шумы гауссовы (см. уравнение (5а)). Однако для упрощения практической реализации алгоритма воспользуемся на каждом шаге гауссовой аппроксимацией функции  $W_1(z_k, k)$ , а также вспомогательных плотностей вероятностей  $W_{11}(z_k, k)$ ,  $W_{01}(z_k, k)$ . Тогда вместо точных уравнений (4)–(6) для плотностей вероятностей можно записать приближенные, но существенно более простые уравнения для векторов условных оценок  $z_0(k)$ ,  $z_1(k)$ , их матриц ковариаций  $K_0(k)$ ,  $K_1(k)$  и апостериорной вероятности  $p_0(k)$  неоявления импульсного возмущения к моменту времени  $k$

$$\begin{aligned} z_0(k+1) &= F_k z_0(k) + B_0(k+1) [y_{k+1} - H_{k+1} F_k z_0(k)], \\ B_0(k+1) &= P_0(k+1/k) H_{k+1}^T [H_{k+1} P_0(k+1/k) H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1}, \\ P_0(k+1/k) &= F_k K_0(k) F_k^T + G_k Q_k G_k^T, \end{aligned} \quad (10)$$

$$K_0(k+1) = [I - B_0(k+1) H_{k+1}] P_0(k+1/k);$$

$$z_1(k+1) = z_{11}(k+1) + \beta(k+1) [z_{01}(k+1) - z_{11}(k+1)],$$

$$\begin{aligned} K_1(k+1) &= K_{11}(k+1) + \beta(k+1) \{K_{01}(k+1) - K_{11}(k+1) + \\ &+ [1 - \beta(k+1)] [z_{01}(k+1) - z_{11}(k+1)] [(z_{01}(k+1) - z_{11}(k+1))]^T\} \end{aligned} \quad (11a)$$

$$z_{11}(k+1) = F_k z_1(k) + B_{11}(k+1) [y_{k+1} - H_{k+1} F_k z_1(k)],$$

$$\begin{aligned} B_{11}(k+1) &= P_{11}(k+1/k) H_{k+1}^T [H_{k+1} P_{11}(k+1/k) H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1}, \\ P_{11}(k+1/k) &= F_k K_1(k) F_k^T + G_k Q_k G_k^T, \end{aligned} \quad (11b)$$

$$K_{11}(k+1) = [I - B_{11}(k+1) H_{k+1}] P_{11}(k+1/k);$$

$$z_{01}(k+1) = F_k z_0(k) + \hat{A} + B_{01}(k+1) [y_{k+1} - H_{k+1} [F_k z_0(k) + \hat{A}]],$$

$$\begin{aligned} B_{01}(k+1) &= P_{01}(k+1/k) H_{k+1}^T [H_{k+1} P_{01}(k+1/k) H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1}, \\ P_{01}(k+1/k) &= F_k K_0(k) F_k^T + G_k Q_k G_k^T + K_A, \end{aligned} \quad (11b)$$

$$K_{01}(k+1) = [I - B_{01}(k+1) H_{k+1}] P_{01}(k+1/k);$$

$$p_0(k+1) = \frac{\Phi_0(y_{k+1}, k)}{\Phi(y_{k+1}, k)} [1 - v(k)] p_0(k) \quad (12)$$

с начальными условиями

$$z_0(k)|_{k=0} = z_1(k)|_{k=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} z_0 P_{z_0}(z_0) dz_0 \equiv \hat{z}_0, \quad (13)$$

$$K_0(k)|_{k=0} = K_1(k)|_{k=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} [z_0 - \hat{z}_0] [z_0 - \hat{z}_0]^T P_{z_0}(z_0) dz_0 \equiv K_{z_0},$$

$$p_0(k) |_{k=0} = \sum_{\tau=0}^{\infty} P_{\tau}(\tau).$$

Здесь «т» и «-1» — знаки транспонирования и обращения матриц,  $\hat{z}_0$ ,  $\hat{A}$  и  $K_{z_0}$ ,  $K_A$  — средние значения и матрицы ковариаций векторных случайных величин  $z_0$  и  $A$ ,  $I$  — единичная матрица. В уравнениях (11), (12) для функций  $\Phi(y_{k+1}, k)$ ,  $\beta(k+1)$ ,  $v(k)$  приняты обозначения (8). Функции  $\Phi_0(y_{k+1}, k)$ ,  $\Phi_1(y_{k+1}, k)$ ,  $\Phi_{01}(y_{k+1}, k)$  с учетом формул (8) и гауссовости шумов  $\{\xi_k\}$ ,  $\{\eta_{k+1}\}$  можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Phi_0(y_{k+1}, k) &= (2\pi)^{-n/2} \det^{-1/2}(\Delta_0) \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{1}{2} [y_{k+1} - H_{k+1} F_k z_0(k)]^T \Delta_0^{-1} [y_{k+1} - H_{k+1} F_k z_0(k)] \right\}, \\ \Phi_1(y_{k+1}, k) &= (2\pi)^{-n/2} \det^{-1/2}(\Delta_1) \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{1}{2} [y_{k+1} - H_{k+1} F_k z_1(k)]^T \Delta_{01}^{-1} [y_{k+1} - H_{k+1} F_k z_1(k)] \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{01}(y_{k+1}, k) &= (2\pi)^{-n/2} \det^{-1/2}(\Delta_{01}) \exp \left\{ -\frac{1}{2} [y_{k+1} - H_{k+1} \times \right. \\ &\times (F_k z_0(k) + \hat{A})]^T \Delta_{01}^{-1} [y_{k+1} - H_{k+1} (F_k z_0(k) + A)] \left. \right\}, \end{aligned}$$

где  $n$  — размерность вектора наблюдений  $y_{k+1}$  и введены матрицы

$$\Delta_0 = H_{k+1} F_k K_0(k) F_k^T H_{k+1}^T + H_{k+1} G_k Q_k G_k^T H_{k+1}^T + R_{k+1}, \quad (15)$$

$$\Delta_1 = H_{k+1} F_k K_1(k) F_k^T H_{k+1}^T + H_{k+1} G_k Q_k G_k^T H_{k+1}^T + R_{k+1},$$

$$\Delta_{01} = H_{k+1} F_k K_0(k) F_k^T H_{k+1}^T + H_{k+1} G_k Q_k G_k^T H_{k+1}^T + R_{k+1} + H_{k+1} K_A H_{k+1}^T.$$

Таким образом, уравнения (8) — (15) составляют рекуррентный алгоритм оптимального оценивания состояния дискретной динамической системы с обнаружением импульсного возмущения.

3. В качестве примера рассматривалась скалярная динамическая система

$$z_{k+1} = F z_k + A \delta_{k\tau} + \xi_k, \quad (16)$$

$$y_{k+1} = z_{k+1} + \eta_{k+1} \quad (k \geq 0),$$

где  $F$  имеет смысл коэффициента корреляции ( $F < 1$ ) между соседними значениями процесса  $z_{k+1}$  и  $z_k$  в установившемся режиме,  $\{\xi_k\}$ ,  $\{\eta_{k+1}\}$  — независимые последовательности гауссовских случайных величин с нулевыми средними значениями и дисперсиями  $Q$  и  $R$ ,  $A$  — заданная амплитуда импульсного возмущения,  $\tau$  — случайный момент времени. В уравнениях оптимального алгоритма (8) — (15) для данного примера необходимо положить

$$F_k = F, \quad H_{k+1} = G_k = 1, \quad Q_k = Q, \quad R_{k+1} = R, \quad \hat{A} = A, \quad K_A = 0.$$

Алгоритм (8) — (15) оптимального оценивания состояния системы (16) с обнаружением импульсного возмущения был реализован на ЭВМ. При этом априорная вероятность  $P_{\tau}(\tau)$  появления импульса в момент  $\tau$  задавалась равномерной на интервале  $0 \leq \tau < 100$ . На самом деле импульсное возмущение начиналось в момент времени  $\tau = 10$ . На рис. 1 представлена вырабатываемая алгоритмом апостериорная вероятность  $p_1(k) = 1 - p_0(k)$  появления импульса к моменту времени  $k$  при  $F = 0,9$ ,  $Q = 1$ ,  $R = 10$  в зависимости от амплитуды импульсного

возмущения  $A$ . На рис. 2 показана зависимость функции  $p_1(k)$  при  $F=0,9$ ,  $Q=1$ ,  $A=10$  от уровня шума наблюдений (величины  $R$ ), а на рис. 3 — зависимость  $p_1(k)$  от уровня шума системы (величины  $Q$ ) при  $F=0,9$ ,  $A=10$ ,  $R=10$ . Данные кривые получены усреднением по ста реализациям. Из графиков видно, что обнаружение импульса и, следовательно, его оптимальное отслеживание происходит тем лучше, чем больше импульсное возмущение по сравнению с шумом системы (больше отношение  $A^2/Q$ ) и чем больше вклад полезного сигнала в наблюдения по сравнению с шумом наблюдений (больше отношения  $A^2/R$ ,  $Q/R$ ). При малой величине импульсного возмущения или большом уровне шумов апостериорная вероятность появления импульса  $p_1(k)$  мало отличается от априорной вероятности (отсутствия наблюдений), которая равномерно растет от нуля (при  $k=0$ ) до единицы (при  $k=100$ ).

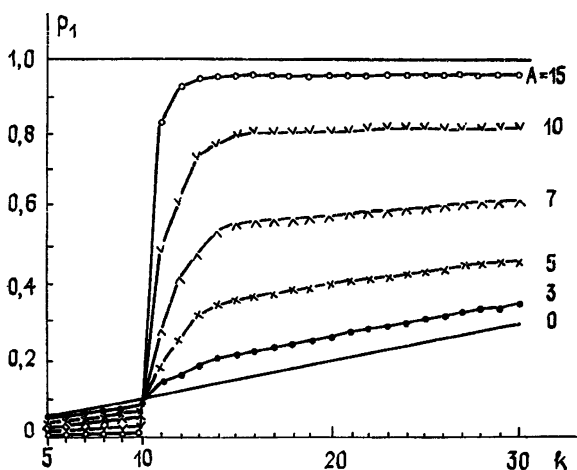


Рис. 1.

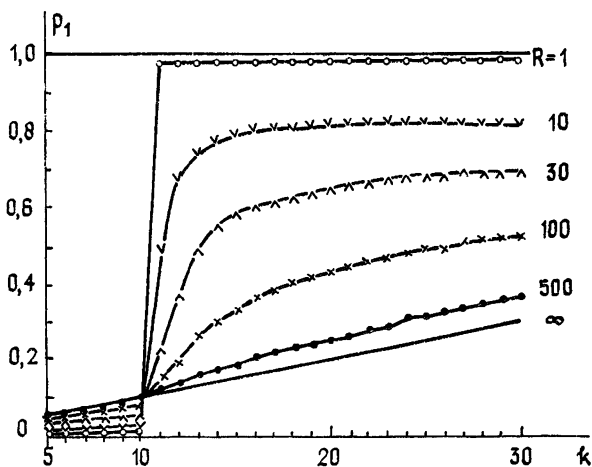


Рис. 2.

Качество получаемой оценки  $\hat{z}_k$  характеризует квадрат ее отклонения от истинного значения  $D_k \equiv (z_k - \hat{z}_k)^2$ . На рис. 4 показано, как меняется эта величина (усредненная по ста реализациям) в зависимости от времени  $k$  в случае редких больших импульсов (при  $F=0,9$ ,  $Q=1$ ,  $R=10$ ,  $A=10$ ). Для сравнения на рисунке приведены также аналогичные зависимости  $D_k^{\text{опт}} \equiv (z_k - \hat{z}_k^*)^2$  для оптимальной оценки

$\hat{z}_k^*$  при априори известном моменте появления импульса  $\tau=10$  (найденной с помощью оптимального «переключаемого» в момент  $k=10$  фильтра Калмана) и  $D_{кг} \equiv (z_k - \hat{z}_{кг})^2$  для квазиоптимальной оценки  $\hat{z}_{кг}$ , которая получена в гауссовом приближении с помощью замены импульсного возмущения эквивалентным гауссовым шумом. Из приведенных графиков видно, что в рассматриваемом случае редких импульсных возмущений оптимальный алгоритм оценивания с обнаружением импульсов (8) — (15) дает существенный выигрыш по сравнению с квазиоптимальным гауссовым алгоритмом. Для того, чтобы квазиоптимальный алгоритм хорошо отслеживал импульсные возмущения в этом случае, необходимо искусственно завышать уровень шума в системе (увеличивать коэффициент усиления в фильтре Калмана), что, очевидно, приведет к ухудшению точности оценивания в период между импульсами. Предлагаемый в работе алгоритм устраняет данный недостаток.

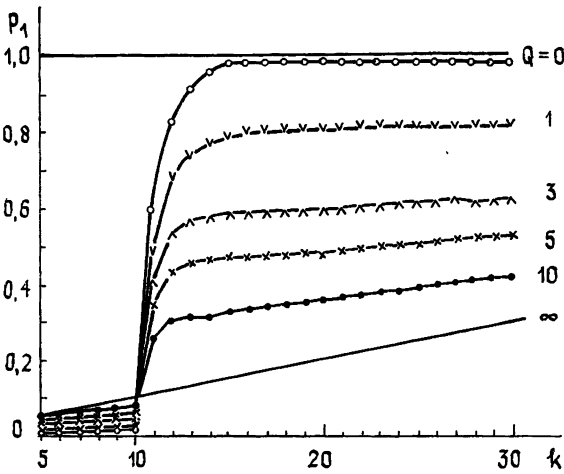


Рис. 3.

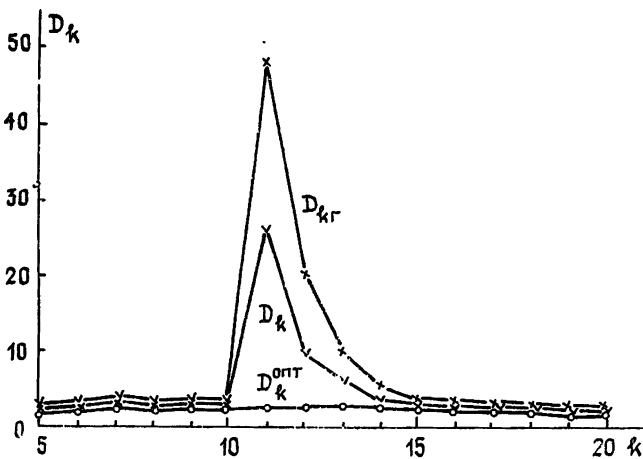


Рис. 4.

В настоящей работе получен рекуррентный алгоритм оценивания состояния линейной дискретной динамической системы, подверженной воздействию импульсного и шумового возмущений. В отличие от известных алгоритмов (см., например, [1, 9]) оптимальная оценка состояния системы  $\hat{z}_k$  находится в реальном масштабе времени, причем не

требуется применять сложные параллельные схемы обработки или прибегать к запоминанию реализации наблюдаемого процесса. Результаты моделирования на ЭВМ подтверждают высокую эффективность полученного алгоритма.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гриценко Н. С., Кириченко А. А., Коломейцева Т. А., Логинов В. П., Тихомирова И. Г.—Зарубежная радиоэлектроника, 1983, № 4, с. 3.
2. Тихонов В. И., Ершов Л. А. — Радиотехника и электроника, 1979, 24, № 3, с. 551.
3. Стратонович Р. Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. — М.: Гос. ун-т, 1966.
4. Липцер Р. Ш., Ширяев А. Н. Статистика случайных процессов. — М.: Наука, 1974.
5. Тихонов В. И., Кульман Н. К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. — М.: Сов. радио, 1975.
6. Сосулин Ю. Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов.— М.: Сов. радио, 1978.
7. Мальцев А. А., Силасев А. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 8, с. 981.
8. Мальцев А. А., Силаев А. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1985, 28, № 7, с. 850.
9. Ковальчук И. А., Горбунов А. П. — Изв. вузов — Радиоэлектроника, 1979, 22, № 8, с. 23.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию  
22 октября 1984 г.

#### OPTIMAL ESTIMATION IN LINEAR DISCRETE DYNAMIC SYSTEMS WITH IMPULSE DISTURBANCES

*A. A. Mal'tsev, A. M. Silaev*

The optimal estimation problem in discrete time of the state vector of the dynamic system driven by simultaneous impulse and noise disturbances is solved. Linear models are used for the description of the dynamic system, observations and impulse-type disturbances. Equations for the least-mean-square estimate are derived in the Gaussian approximation. Results of simulation experiments for the simplest scalar dynamic system are presented.

#### АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1985, т. 62, вып. 4

(Продолжение)

Кельнер С. Р., Скрынников Ю. И. Поляризация и направленность жесткого рентгеновского тормозного излучения в солнечных вспышках.

Найдено решение кинетического уравнения для быстрых электронов с учетом их многократного рассеяния и энергетических потерь. Полученная функция распределения используется для вычисления усредненных по объему источника степени поляризации и направленности тормозного излучения. Приведены аналитические выражения для поляризации и направленности нетеплового рентгеновского излучения от полупространства, заполненного плазмой. Эти выражения справедливы при произвольном начальном угловом распределении пучка электронов. Показано, что в случае степенных спектров поляризация и направленность зависят только от показателя спектра и квадрата косинуса угла, усредненного по начальному угловому распределению.

Гребинский А. С. Об измерении магнитных полей во флоккулах по поляризации солнечного радиоизлучения.

Построена теория формирования поляризации тормозного радиоизлучения в атмосфере с неоднородными распределениями температуры и напряженности магнитного поля. Дана оценка возможности восстановления распределения магнитного поля по спектральным наблюдениям флоккулов. Показано, что результаты наблюдений радиоизлучения флоккулов не укладываются в рамки плоскостной модели хромосферы с монотонным по высоте распределением электронной температуры, что требует существенного пересмотра известной простой оценки напряженности магнитного поля во флоккулах.

(Окончание см. с. 565)