ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIX, № 5 РАДИОФИЗИКА 1986

УДК 537.877

О ТРАНСФОРМАЦИИ ПЛАЗМЕННОЙ ВОЛНЫ НА ФРОНТЕ ИОНИЗАЦИИ, ДВИЖУЩЕМСЯ В НАГРЕТОЙ ПЛАЗМЕ

М. И. Бакунов, Ю. М. Сорокин

Рассмотрена задача о нормальном падении плазменной волны на фронт ионизации, движущийся в фоновой плазме со скоростью V (в том числе со сверхсветовой), много большей тепловой скорости электронов v_T, для случая, когда фоновая и рожденная на фронте ионизации электронные подсистемы имеют равные температуры. Показано, что при любой допустимой частоте падающей волны за фронтом ионизации возникают две прошедшие волны, а отраженная волна отсутствует. С точностью до членов порядка v_T^2/V^2 найдены коэффициенты трансформации плазменных волн и выведено энергетическое соотношение для волновых пакетов, указывающее на уменьшение полной энергии вторичных волн по отношению к падающей волне.

1. Исследование трансформации поперечных электромагнитных волн на движущейся области ионизации проводилось ранее как для плавного [1, 2] и резкого (см., например, [2–7] и библиографию в них), так и для произвольного бегущего профиля плотности холодного ионизованного газа [8]. Выясненные при этом закономерности оказываются иными, чем в случае движущихся диэлектрических сред либо плазменных сгустков (см., обзор [9]). Общим для перечисленных выше работ является предположение об отсутствии предыонизации фоновой среды, т. е. нейтральности газа перед движущейся неоднородностью. Учет же такой предыонизации, а также конечной температуры (пространственной дисперсии) плазмы позволяет не только более адекватно описать ситуации, возникающие в реальных условиях (например, при движении ионосферных неоднородностей, распространении вторичных разрядов в каналах оптических и СВЧ пучков), но и поставить новые физические задачи, в частности изучить трансформацию продольной плазменной волны на движущейся границе области повышенной ионизации. Решению этой задачи для частного случая фронта ионизации, движущегося со скоростью V, существенно превышающей тепловую $v_T=\sqrt{T/m}$ для электронов плазмы, так что

$$\alpha=v_T/V\ll 1, \tag{1}$$

и посвящена настоящая работа.

2. Пусть вдоль оси x с постоянной скоростью $-V$ движется плоский фронт изменения концентрации низкотемпературной ($v_T\ll c$) равновесной плазмы:

$$N(x+Vt)=\begin{cases}N_1, & x<-Vt\\ N_2, & x\geqslant -Vt\end{cases},$$

причем температура T электронов за фронтом (при $x\geqslant -Vt$) остается равной температуре фоновых электронов (при $x<-Vt$), а рекомбинация отсутствует. Подобное условие изотермичности электронов согласуется, например, с представлениями о сильном нагреве среды за фронтом распространения оптического разряда [10], если вновь родившиеся электроны воспроизводят функцию распределения нейтралов по скоростям за фронтом. Кроме того, как будет показано ниже, учет разницы температур фоновых и вновь родившихся электронов, а также детальный вид их функций распределения при выполнении условия (1) не влияет на выражения для коэффициентов трансформации и не меняет энергетического соотношения для волновых пакетов на движущемся фронте ионизации *.

Пренебрегая движением ионов в поле нормально падающей навстречу фронту плоской плазменной волны **

$$E_{0x}(x, t) = E_0 \exp(i\omega_0 t - ik_0 x), \tag{2}$$

используем кинетическое описание для электронного газа, состоящего при $x \geqslant -Vt$ из двух подсистем: фоновой с концентрацией N_1 и функцией распределения f_1 и порожденной источником ионизации с концентрацией $N_2 - N_1$ и функцией распределения f_2. За фронтом ионизации невозмущенные падающей плазменной волной значения этих функций в силу условия изотермичности с точностью до нормировочного множителя совпадают:

$$f_{20}(\boldsymbol{v}) = \frac{N_2 - N_1}{N_1} f_{10} = (N_2 - N_1)\left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{3/2} \times$$
$$\times \exp\left[-\frac{m}{2T}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)\right], \quad x \geqslant -Vt, \tag{3}$$

а соответствующие возмущения f_{11} и f_{21}, определяющие плотность тока

$$j(x, t) = j_x(x, t) = e\int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{v}\, v_x (f_{11} + f_{21}), \tag{4}$$

существенно различны, так как движение электронов второй подсистемы зависит от фазы волны в мировой точке рождения электрона.

Асимптотическое условие для функции f_{11}, соответствующее отсутствию у частиц слева от границы иных возмущений, кроме тех, которые обусловлены адиабатически включенным полем падающей волны,

$$f_{11}(\boldsymbol{v}, x, t)\big|_{x=-\infty} = 0, \tag{5}$$

в силу неравенства (1) можно дополнить граничным условием

$$f_{21}(\boldsymbol{v}, x, t)\big|_{x=-Vt} = 0, \tag{6}$$

означающим, что электроны второй подсистемы не догоняют движущуюся границу, а их скорости в момент рождения на фронте не зависят от поля.

Поскольку система уравнений для рассматриваемой нестационарной среды

$$\frac{\partial E}{\partial t} + 4\pi j = 0, \qquad \frac{\partial f_{11}}{\partial t} + v_x \frac{\partial f_{11}}{\partial x} + \frac{eE}{m}\frac{\partial f_{10}}{\partial v_x} = 0,$$
$$\frac{\partial f_{21}}{\partial t} + v_x \frac{\partial f_{21}}{\partial x} + \frac{eE}{m}\frac{\partial f_{20}}{\partial v_x} = 0, \quad x \geqslant -Vt, \tag{7}$$

не содержит скорости света в вакууме c, для перехода к задаче со стационарными параметрами естественно воспользоваться методом

* В классе квазиравновесных функций распределения, когда отсутствуют кинетические неустойчивости, которые, в принципе, могут возбуждаться источником ионизации специального вида.

** Легко видеть, что при условии (1) падение вдогонку физически нереализуемо.

сопоставления [11], применив простейшую из соответствующих замен, содержащую единственный коэффициент V,

$$t'=t, \quad x'=x+Vt, \quad y'=y, \quad z'=z, \tag{8}$$

и формально совпадающую с преобразованиями Галилея. В новых переменных * с единственным ограничением (1) на допустимые значения V задача описывается следующими уравнениями и граничными условиями:

$$\frac{\partial E'}{\partial t'}+4\pi j'=0, \quad j'=e\int\limits_{-\infty}^{\infty}dv'_z\int\limits_{-\infty}^{\infty}dv'_y\int\limits_{-\infty}^{\infty}dv'_x\, v'_x(f'_{11}+f'_{21}); \tag{9}$$

$$\frac{\partial f'_{11}}{\partial t'}+v'_x\frac{\partial f'_{11}}{\partial x'}+\frac{eE'}{m}\frac{\partial f'_{10}}{\partial v'_x}=0; \tag{10а}$$

$$f'_{11}(\boldsymbol{v}', -\infty, t')=0; \tag{10б}$$

$$\frac{\partial f'_{21}}{\partial t'}+v'_x\frac{\partial f'_{21}}{\partial x'}+\frac{eE'}{m}\frac{\partial f'_{20}}{\partial v'_x}=0; \tag{11а}$$

$$f'_{21}(\boldsymbol{v}', 0, t')=0, \quad f'_{21}(x'<0)\equiv 0, \tag{11б}$$

где функция f'_{10} равна

$$f'_{10}=N_1\left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{3/2}\exp\left\{-\frac{m}{2T}\left[(v'_x-V)^2+v'^2_y+v'^2_z\right]\right\} \tag{12}$$

и в области $x'\geqslant 0$ связана с f'_{20} соотношением, аналогичным (3).

Рассматривая во вспомогательной задаче соответствующие (2) гармонические во времени решения вида $E'_l\exp(i\omega't')$, приводим систему (9)—(12) к стационарному виду

$$E'+\frac{4\pi}{i\omega'}j'=0; \tag{13}$$

$$j'=\int\limits_{-\infty}^{x'}dx''\,\sigma(x', x'')\,E'(x''), \tag{14}$$

причем ядро интегральной материальной связи

$$\sigma(x', x'')=\frac{e^2N(x'')}{\sqrt{2\pi mT}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}du\,u\exp\left[-\frac{u^2}{2}+\frac{i\omega'(x''-x')}{V(1+\alpha u)}\right] \tag{15}$$

с точностью до членов порядка α^2 включительно можно записать следующим образом:

$$\sigma(x', x'')=-i\,\frac{e^2\omega' N(x'')(x''-x')}{mV^2}\left[1+3\alpha^2+i3\alpha^2\frac{\omega'(x''-x')}{V}\right]\times$$
$$\times\exp\left[i\,\frac{\omega'(x''-x')}{V}-\alpha^2\,\frac{\omega'^2(x''-x')^2}{2V^2}\right]. \tag{16}$$

* Как подчеркивается в [11], вспомогательную систему переменных (t', x', y', z') не следует, разумеется, трактовать как систему отсчета, в частности делать какие-либо априорные выводы о физических свойствах вспомогательных сред.

В нерелятивистском пределе (при $V \ll c$), когда замена (8) соответствует переходу в систему отсчета, сопровождающую движущуюся границу, соотношения (13)—(16) описывают распространение продольных волн в резко неоднородном (за счет ионизации) потоке нагретой плазмы. При этом выражение (16) приобретает ясный физический смысл: пространственная дисперсия в таком потоке обусловлена, в основном, гидродинамической скоростью $V \gg v_T$, а масштаб пространственной корреляции значений j' и E' ограничен тепловым разбросом скоростей электронов (см. также [12]).

В холодном пределе ($\alpha=0$), когда интегральное уравнение (13) сводится к дифференциальному уравнению второго порядка

$$\frac{d^2E'}{dx'^2} + 2i\,\frac{\omega'}{V}\,\frac{dE'}{dx'} + \frac{\omega_p^2(x') - \omega'^2}{V^2}\,E' = 0,$$

где $\omega_p^2(x') = 4\pi e^2 N(x')/m$, в области $N(x') = \text{const}$ приходим к известному (см., например, [13]) дисперсионному уравнению

$$(\omega' - k'V)^2 - \omega_p^2 = 0 \tag{17}$$

для волн пространственного заряда в потоке холодной плазмы *.

Следует, однако, заметить, что пренебрежение тепловым движением ведет к утере части решений уравнения (13). Действительно, с точностью до членов порядка α^2 включительно, из (13), (14), (16) следует дисперсионное уравнение

$$1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega' - k'V)^2} - \frac{3\alpha^2\,\omega_p^2\,k'^2\,V^2}{(\omega' - k'\,V)^4} = 0, \tag{18}$$

которое в том же приближении (и при условии $(3\alpha^2\varepsilon'\omega'^2/\omega_p^2) \ll 1$), помимо корней

$$k'_{\pm} = \frac{\omega' \pm \omega_p\,(1 + (3/2)\,\alpha^2\,\varepsilon'\,\omega'^2/\omega_p^2)}{V\,(1 - 3\alpha^2)}\,, \quad \varepsilon' = 1 - \omega_p^2/\omega'^2, \tag{19}$$

асимптотически совпадающих при $\alpha \to 0$ с решениями уравнения (17), имеет два новых корня ** $k'_{\pm} = (\omega'/V)\,(1 \pm i\alpha\sqrt{3})$, из которых корень $k'_{-} = (\omega'/V)\,(1 - i\alpha\sqrt{3})$ соответствует спадающей от границы волне. По аналогии с терминологией, использованной в работах [6, 7] для поперечных волн, этот процесс может быть назван продольной волной начальных условий. В исходной системе координат этой волне соответствует спадающее даже в отсутствие соударений (из-за теплового разброса скоростей электронов) в пространстве и во времени поле $E \sim \exp[-(\alpha\sqrt{3}\omega'/V)\,(x+Vt)]$. Однако, как показывает анализ системы (13), (14), (16), амплитуда продольной волны начальных условий имеет порядок α^2, что позволяет в нашем приближении (1) не учитывать ее при решении граничной задачи (но не в балансе энергии).

Существование локализованных на расстояниях порядка масштаба корреляции j и E около границы полей является общим свойством пространственно-диспергирующих сред (см. [14]), связанным с нелокальностью материальных уравнений, как это имеет место и в данном случае при $\alpha \neq 0$ (см. (14)). Поскольку полная система (13)—(15) не сводится к дифференциальному уравнению (соответствующее дисперсионное уравнение является трансцендентным), она, вообще говоря,

---

* Возбуждение таких волн электромагнитной ТМ-волной на фронте ионизации при $V<c$ рассматривалось в работе [3].

** Эти корни теряются при квазигидродинамическом описании плазмы, которое дает дисперсионное уравнение второго порядка $(\omega' - k'V)^2 - k'^2 v_T^2 - \omega_p^2 = 0$.

допускает существование и иных, не учтенных выше волн. Можно, однако, показать, что их амплитуды имеют порядок выше α^2, поэтому далее при решении граничной задачи будут учитываться лишь волны, описываемые дисперсионным уравнением (19).

3. Для решения граничной задачи учтем прежде всего кинематические соотношения в исходной системе координат, для чего используем соответствующие (8) формулы пересчета частот и волновых чисел

$$\omega'=\omega+kV, \quad k'=k \tag{20}$$

и с помощью (19) найдем, что фазовые скорости волн в исходной системе удовлетворяют условиям $-V<v_{\phi+}<0$ при любых положительных значениях параметра ω' *; $v_{\phi-}<0$ при $\omega'<\omega_p$ и $v_{\phi-}>0$ при $\omega'>\omega_p$. Учитывая, что групповые скорости плазменных волн в макроскопически покоящейся плазме не превышают v_T (см., например, [15]), при условии (1) приходим к выводу, что отраженная волна в области $x<-Vt$ отсутствует. В качестве падающей здесь должна быть взята волна с волновым числом k_- при $\omega_0>0$, а вторичными являются обе волны, допускаемые дисперсионным уравнением (19) в области $x>-Vt$ **. Их частоты

$$\omega_{\pm} = \mp\, \omega_{p2}\left[1+\frac{\alpha^2}{2}\,(1\pm\omega'/\omega_{p2})^2\right] \tag{21}$$

могут быть выражены через частоту падающей волны с помощью очевидного соотношения

$$\omega' = \omega_0\left(1+\frac{V}{v_{\phi_0}}\right) \tag{22}$$

Поскольку для выбранного закона (8) преобразования координат в соответствии с формулами работы [11] продольные по отношению к вектору $\boldsymbol{V}$ поля инвариантны ($E=E'$), далее мы опустим штрихи у амплитуд E_0', $E_{\pm}'$ падающей и вторичных волн и представим структуру поля во вспомогательной задаче в виде

$$\begin{aligned} &E_0 \exp(-ik_0' x'), \quad x'<0, \\ &E_+ \exp(-ik_+' x') + E_- \exp(-ik_-' x'), \quad x'>0. \end{aligned} \tag{23}$$

Из материального соотношения (14) с ядром (16) вытекают следующие граничные условия:

$$\{j'\}=0, \quad \{dj'/dx'\}=0, \tag{24}$$

где фигурные скобки означают перепад заключенных в них величин на границе. Эти условия являются по существу очевидным обобщением граничных условий, использованных в работе [3], $v_x'(x'=0)=0$, $n(x'=0)=0$ (v_x' — x'-компонента скорости электронов, n — вызванное полем волны возмущение их концентрации) на случай движения фронта ионизации в фоновой плазме. Эквивалентная (24) форма граничных условий

$$\{E'\}=0, \quad \{dE'/dx'\}=0 \tag{25}$$

может быть записана с учетом уравнения (13).

Подставляя в (25) поля (23), находим искомые инвариантные амплитуды вторичных волн в исходной задаче:

---

* Выбор отрицательных значений ω', как видно из (19), соответствует лишь переобозначению волн.

** На возникновение за фронтом ионизации продольных колебаний при любой частоте падающей из нейтрального газа ТМ-волны указывалось ранее в работе [3].

$$E_- = \frac{\sqrt{N_1} + \sqrt{N_2}}{2\sqrt{N_2}} E_0 + O(\alpha^2),$$

$$E_+ = \frac{\sqrt{N_2} - \sqrt{N_1}}{2\sqrt{N_2}} E_0 + O(\alpha^2). \qquad (26)$$

4. Рассмотрим теперь энергетические соотношения для квазимонохроматических пакетов плазменных волн на движущемся фронте ионизации. Прежде всего заметим, что при условии (1) формула преобразования длительности импульсов [9] упрощается следующим образом:

$$\tau_\pm = \tau_0 \left| \frac{1 - (V v_{\text{гр}_\pm})/v^2_{\text{гр}_+}}{1 - (V v_{\text{гр}_0})/v^2_{\text{гр}_0}} \right| = \tau_0 \frac{v_{\text{гр}_0}}{v_{\text{гр}_\pm}} + O(\alpha),$$

так что длина волнового пакета в пространстве сохраняется:

$$v_{\text{гр}_0} \tau_0 = v_{\text{гр}_\pm} \tau_\pm + O(\alpha^2).$$

Принимая во внимание выражение для плотности энергии в плазменной волне $w = E^2/8\pi$ и формулы (26), приходим к следующему соотношению между энергиями волновых пакетов W в падающей и вторичных волнах:

$$W_+ + W_- = W_0 \frac{N_1 + N_2}{2N_2}, \qquad (27)$$

согласующемуся с энергетическим соотношением для пакетов поперечных электромагнитных волн, полученным ранее в работе [8]. Таким образом, качественный вывод об уменьшении суммарной энергии вторичных волн по отношению к первичной на фронте ионизации является общим как для продольных, так и для поперечных волн и связан с переходом их энергии в энергию поступательного движения электронов за фронтом ионизации. Покажем, что учет такого движения обеспечивает энергетический баланс в системе, иными словами, с точностью до членов порядка α^2 здесь отсутствуют иные механизмы диссипации волновой энергии. При этом следует раздельно рассматривать не взаимодействующие в линейном приближении подсистемы «фоновых» (существовавших в системе за счет предыонизации) и «новых» (родившихся на фронте ионизации) электронов.

Для электронов фоновой подсистемы, имеющих на фронте ионизации (при $t_* = -x/V$) начальную скорость

$$v(x, t_*) = eE_0 (im\omega_{p1})^{-1} \exp(-i\omega' x/V),$$

из уравнения движения в поле

$$E(x, t) = E_+ \exp(-i\omega_{p2} t - ik_+ x) + E_- \exp(i\omega_{p2} t - ik_- x)$$

за фронтом получаем следующее выражение для средней по пространственному периоду $2\pi V/\omega'$ плотности кинетической энергии:

$$\langle w_k^{\text{ф}} \rangle = (E_0^2/16\pi)(\omega_{p2}^2 - \omega_{p1}^2)^2 \omega_{p2}^{-4}. \qquad (28)$$

Аналогичные расчеты для электронов «новой» подсистемы отличаются лишь тем, что в этом случае $v(x, t_*) = 0$. В результате находим

$$\langle w_k^{\text{н}} \rangle = (E_0^2/16\pi)(\omega_{p2}^2 - \omega_{p1}^2)\, \omega_{p1}^2 \omega_{p2}^{-4}. \qquad (29)$$

С учетом сохранения длины волнового пакета в пространстве, вводя обозначение $W_k = (\langle w_k^{\text{ф}} \rangle + \langle w_k^{\text{ч}} \rangle) v_{\text{гр}} \tau$, из (27)—(29) получаем

$$W_{+}+W_{-}+W_{k}=W_{0}.$$

Соотношение (27) имеет естественную бездиссипативную асимптотику в отсутствие ионизации (при $N_2=N_1$) и определяет максимальную величину потерь волновой энергии $W_{+}+W_{-}=0,5W_0$ при $N_2 \gg N_1$. В указанных предельных случаях имеет место не только качественное, но и количественное совпадение с выводами, полученными в [16] для поперечной волны, распространяющейся в плазме с временным скачком концентрации. Другими словами, движущийся фронт ионизации стимулирует эффективную бесстолкновительную диссипацию энергии как продольных, так и поперечных волн в системах различной физической природы, что особенно существенно в тех случаях, когда взаимодействие носит многократный характер.

Авторы выражают благодарность Н. С. Степанову и В. Д. Пикулину за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фрейдман Г. И. — ЖЭТФ, 1961, **41**, вып. 1 (7), с. 226.
2. Семенова В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1967, **10**, № 8, с. 1077.
3. Семенова В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1972, **15**, № 5, с. 665.
4. Благовещенский А. С., Борисов В. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1972, **15**, № 9, с. 1314.
5. Белов С. Н., Рухадзе А. А. — Краткие сообщения по физике (ФИАН), 1978, № 10, с. 42.
6. Семенова В. И. — Физика плазмы, 1977, **3**, вып. 4, с. 824.
7. Семенова В. И. — Физика плазмы, 1980, **6**, вып. 4, с. 758.
8. Сорокин Ю. М., Степанов Н. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1971, **14**, № 5, с. 686.
9. Островский Л. А., Степанов Н. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1971, **14**, № 4, с. 489.
10. Райзер Ю. П. Лазерная искра и распространение разрядов. — М.: Наука, 1974, с. 155.
11. Миллер М. А., Сорокин Ю. М., Степанов Н. С. — УФН, 1977, **121**, вып. 3, с. 525.
12. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. — М.: Наука, 1979, с. 151.
13. Кролл Н., Трайвелпис А. Основы физики плазмы. — М.: Мир, 1975, с. 116.
14. Бакунов М. И., Степанов Н. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, **24**, № 4, с. 450.
15. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967, с. 109.
16. Степанов Н. С. Тезисы докладов XI Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. — Казань: Гос. ун-т, 1975, с. 15.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 30 ноября 1984 г.

PLASMA WAVE TRANSFORMATION BY THE IONIZATION FRONT IN A WARM PLASMA

M. I. Bakunov, Yu. M. Sorokin

The normal incidence of a monochromatic plasma wave by the ionization front moving with a constant velocity in a warm plasma is considered (the front velocity is much greater than the electron thermal velocity). The kinetic theory is used. It is shown that two plasma waves are excited behind the front at any frequency of the incident wave (a reflected wave does not exist). The coefficients of wave transformation have been derived. The total energy of transmitted waves is found to be less than the energy of the incident one.