

УДК 621.372.8

ВЫРОЖДЕННЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ МОДЫ СИММЕТРИЧНОЙ СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЫ

В. И. Корнеев, Н. Н. Ахмедиев, Ю. В. Кузьменко

Для симметричного планарного волновода, погруженного в нелинейную фокусирующую среду, обнаружен и исследован новый класс решений s -поляризации, названных вырожденными модами, у которых определенной величине эффективного показателя преломления соответствует конечный интервал значений интеграла энергии. Выявлена связь вырожденных мод с симметричными и несимметричными нелинейными модами, проведен численный анализ дисперсии этих мод.

1. В последнее время значительно возрос интерес к электродинамике слоистых сред, обладающих нелинейными диэлектрическими свойствами, что связано с возможностью применения таких структур в качестве бистабильных оптических элементов [1]. Ряд работ [2-7] был посвящен анализу волноводных свойств таких структур и, в частности, рассматривались волноводные свойства диэлектрического слоя, погруженного в среду с нелинейной диэлектрической проницаемостью. В работе [2] были проанализированы свойства низших мод такого волновода, а также было показано, что в симметричной структуре могут существовать несимметричные решения, которые в линейном приближении отсутствуют. В данной работе проведен более подробный анализ дисперсионных соотношений для симметричного волновода с такой же структурой, как и в [2], с учетом существования высших мод, и при этом обнаружена и исследована новая ветвь s -поляризованных мод, названная нами вырожденной. Вырожденным модам соответствует определенная дисперсионная кривая на плоскости эффективный показатель преломления — толщина слоя, но каждой точке этой кривой отвечает непрерывное множество решений с различным распределением поля в поперечном сечении и различным интегралом энергии. Существование вырожденных мод связано с симметрией рассматриваемой структуры, и при нарушении симметрии моды пропадают. В работе также проведено исследование устойчивости волн в рассматриваемой структуре на основе параболического уравнения и, в частности, устойчивости вырожденных мод относительно малых возмущений поперечного профиля поля волны.

2. Постановка задачи, методика решения, аналитические формулы для полей, а также дисперсионные соотношения были приведены в [2]. Воспользуемся теми же обозначениями и аналогично формуле (16) этой работы запишем уравнение для определения параметра асимметрии d_0 в случае, когда эффективный показатель преломления волны меньше показателя преломления волноводного слоя $n_x < n_1$:

$$[\sin^2 \gamma (d+d_0) - \sin^2 \gamma (d-d_0)] \{ \sin^2 \gamma (d+d_0) \sin^2 \gamma (d-d_0) + (\gamma^2/q^2) [\cos^2 \gamma (d+d_0) \cos^2 \gamma (d-d_0) - 1] \} = 0, \quad (1)$$

В левой части (1) два сомножителя. Если приравнять нулю второй сомножитель, то получится уравнение для определения величины d_0 несимметричных мод, подробно исследованных в [2]. Если же

приравнять нулю первый сомножитель в (1), то после простых преобразований получим следующее уравнение:

$$\sin(2\gamma d) \sin(2\gamma d_0) = 0. \quad (2)$$

При произвольной толщине волновода d из этого уравнения получаем соотношение $2\gamma d_0 = k\pi$ ($k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$), определяющее d_0 для четных и нечетных мод симметричного волновода. Однако в тех частных случаях, когда толщина волновода удовлетворяет условию

$$2\gamma d = m\pi, \quad (3)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$, параметр d_0 , как видно из (2), может принимать непрерывное множество значений. Такие моды мы будем называть вырожденными. При $n_x = n_0$ значения толщины, определяемые из (3), совпадают с толщинами отсечки высших мод в линейном волноводе. Если же величина n_x произвольна (из интервала $n_0 < n_x < n_1$), то каждому значению n_x соответствует своя толщина волновода, при которой существует вырожденная мода.

Формула (2) не накладывает ограничений на величину d_0 вырожденной моды. Однако дисперсионные соотношения, определяемые из граничных условий, при любом m задают следующие интервалы изменений d_0 :

$$|d_0| < (2d/\pi m) \operatorname{arctg}(2d\sqrt{n_x^2 - n_0^2}/\pi m). \quad (4)$$

Каждому d_0 из этого интервала соответствует определенная конфигурация поля вырожденной моды. Из-за симметрии волноводной структуры распределение поля при одинаковых положительном и отрицательном d_0 совпадает с точностью до преобразования $z \rightarrow -z$, где z — поперечная к слою координата. При $d_0 = 0$ вырожденная мода совпадает с четной (m — четное) или нечетной (m — нечетное) нелинейной модами волновода. В этом случае экстремумы поля в нелинейной среде совпадают с границами слоя: $z_2 = -d$, $z_1 = d$. При непрерывном изменении d_0 в положительную или отрицательную сторону поле становится несимметричным и в нелинейной среде остается лишь один экстремум, слева или справа от слоя в зависимости от знака d_0 . При некотором d_0 , лежащем внутри интервала (4) и определяемом формулой

$$\sin^2 \gamma d_0 = (q^2 - \gamma^2)/(q^2 + \gamma^2), \quad (5)$$

вырожденная мода совпадает с несимметричной модой того же порядка. Квадрат амплитуды поля внутри слоя для вырожденной моды определяется соотношением

$$A^2 = (q^2 - \gamma^2 \operatorname{tg}^2 \gamma d_0) / \cos^2 \gamma d_0. \quad (6)$$

Квадрат амплитуды A^2 становится максимальным при выполнении соотношения (5), т. е. когда вырожденная мода совпадает с несимметричной. Можно показать, что при этом интеграл энергии также становится максимальным. При дальнейшем росте d_0 до края интервала (4) квадрат амплитуды уменьшается до нуля и вырожденная мода превращается в солитон с одной стороны от слоя, асимптотически уходящий на бесконечно далекие расстояния от слоя ($z_1 \rightarrow \infty$).

Таким образом, вырожденные моды порядка m оказываются связанными с симметричными и несимметричными нелинейными модами того же порядка m . Величина m для всех мод равна числу нулей поля в слое. Особым является случай $m=0$. Для конечных значений толщины волновода нулевые симметричная и несимметричная моды не имеют соответствующей им вырожденной моды. С другой стороны, при $m=0$ из соотношения (3) следует $d=0$, и тогда вырожденную моду можно рассматривать как солитонное решение в бесконечной среде с произвольным значением $z_1 = z_2$.

§. Для более детального выяснения места вырожденных мод в общей картине мод симметричного волновода мы построили дисперсионные кривые и границы областей существования мод на плоскости (n_x, d) . На рис. 1 и 2 приведены указанные кривые для мод четного и нечетного типов соответственно. Аналитические формулы для кривых и характерных точек приведены в Приложении. Для численных расчетов были выбраны значения показателей преломления $n_0 = 1,647$ и $n_1 = 1,674$.

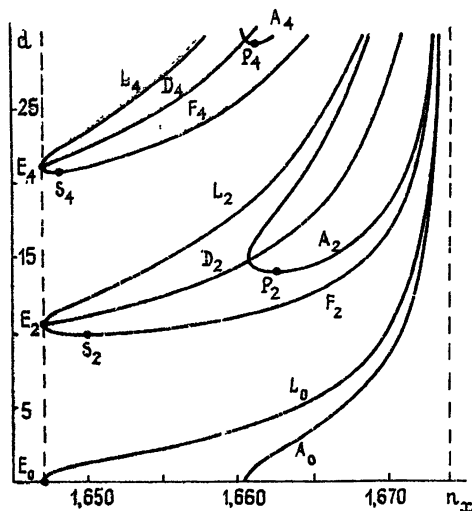


Рис. 1.

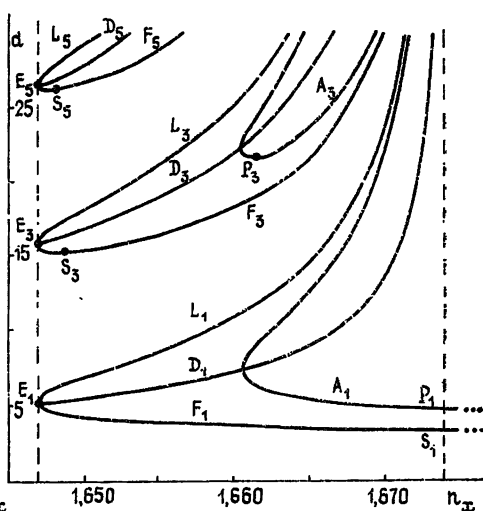


Рис. 2.

Рис. 1. Области существования симметричных, несимметричных и вырожденных мод четного порядка.

Рис. 2. Области существования симметричных, несимметричных и вырожденных мод нечетного порядка.

Рассмотрим сначала четные моды. Линии L_m на рис. 1 являются дисперсионными кривыми линейных мод, существующих в волноводной структуре, и одновременно границами существования симметричных нелинейных мод. Нелинейная симметричная нулевая мода существует в неограниченной справа области правее кривой L_0 , включая область $n_x > n_1$. Низшая несимметричная мода, названная в [2] модой A , существует в неограниченной области правее кривой A_0 . Нелинейные моды более высокого порядка, начиная со второй, могут существовать, в отличие от низшей, в ограниченном по n_x интервале. Во всех случаях одной из границ их существования являются дисперсионные кривые L_m линейных мод, а второй границей — линии F_m . Несимметричные моды могут существовать внутри областей, ограниченных линиями A_m .

Что касается вырожденных мод, рассмотренных выше, то они существуют строго на дисперсионных кривых, обозначенных через D_m . Точки отсечки вырожденных мод, обозначенные буквами E_m , совпадают с точками отсечки линейных волноводных мод. Точки отсечки симметричных нелинейных мод S_m находятся ниже точек E_m , и поэтому при возрастании толщины d нелинейные симметричные моды порядка m возникают раньше линейных мод того же порядка. Но в интервале от точки S_m до точки E_m нелинейная симметричная мода ни при каком n_x не вырождается в линейную, тогда как при d , большем значения, определяемого точкой E_m на левом конце интервала существования, нелинейная симметричная мода вырождается в линейную. Для несимметричных мод порядка m точки отсечки P_m лежат выше точек E_m и, соответственно, несимметричные моды при возрастании d возникают позже линейных и симметричных нелинейных. На самой линии A_m несимметричные моды вырождаются в симметричные.

Аналогичными свойствами обладают моды нечетного порядка (рис. 2): Нечетная симметричная мода первого порядка существует в бесконечной области правее кривых L_1 и F_1 (включая область $n_x > n_1$). Каждой точке этой области соответствует определенная величина интеграла энергии. Несимметричная мода первого порядка, названная в [2] модой B , существует в неограниченной области правее кривой A_1 . Вырожденной моде низшего порядка отвечает дисперсионная кривая D_1 . Каждой точке этой кривой соответствует бесконечное непрерывное множество значений интеграла энергии. Поведение высших мод нечетного типа такое же, как и для четных.

Рассмотрим конкретный пример. Пусть полутолщина слоя $d=25$. В этом случае существуют моды от низкой до четвертого порядка включительно. Однако при этом значении d из мод четвертого порядка имеются только вырожденная и симметричная моды; последняя на левом конце интервала по n_x вырождается в линейную моду. Несимметричной моды четвертого порядка при этом значении d еще не возникает. Для мод более низкого порядка существуют все типы волн. Для определенности ниже будем рассматривать лишь моды второго порядка.

На рис. 3 приведена зависимость интеграла энергии

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} E^2(z) dz$$

от n_x для вышеуказанного значения d . Симметричной моде второго порядка на рисунке соответствует сплошная кривая. На левом конце интервала существования в точке L симметричная нелинейная мода вырождается в линейную, а на правом конце этого интервала в точке F симметричная мода имеет конечное значение интеграла энергии.

Кроме того, из рисунка видно, что кривая является немонотонной и на ней есть участки с отрицательной производной. В точках A' и A'' от этой кривой отщепляется кривая (пунктир) для несимметричной моды второго порядка, которая также является немонотонной. На краях интервала (в точках A' и A'') несимметричная мода вырождается в симметричную. Отметим, что для нулевой и первой мод в отличие от высших вырождение в симметричную моду происходит лишь на левом конце интервала существования несимметричной моды. В точках 1 и 2 обе кривые пересекаются, однако совпадение интеграла энергии в этих точках является случайным; распределение поля симметричной и несимметричной мод в этих точках остается различным. В точке 3 от симметричной моды отщепляется вырожденная мода второго порядка, у которой с ростом d интеграл энергии I увеличивается до значения, определяемого точкой 4. Величина d_0 при этом определяется формулой (5). При дальнейшем увеличении d_0 интеграл энергии вырожденной моды падает до значения, определяемого точкой 5 на рис. 3. Таким образом, в интервале энергий между точками 3 и 4 в каждой точке существуют две вырожденные моды с различным распределением поля по оси z . При уменьшении интеграла энергии до точки 5 максимум поля вырожденной моды в нелинейной среде уходит на расстояния, бесконечно далекие от слоя. При значениях полутолщины d , для которых в интервале от точки E_m до точки P_m существует лишь симметричная нелинейная мода, отщепившись от

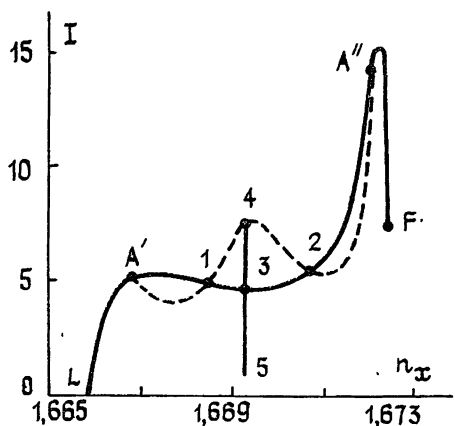


Рис. 3. Зависимость интеграла энергии различных мод второго порядка от эффективного показателя преломления при $d=25$.

симметричной, монотонно уменьшает значение интеграла энергии, так что во всех точках прямой существует лишь одна вырожденная мода.

4. Все типы рассмотренных волн мы исследовали на устойчивость относительно малых возмущений поперечного распределения поля волны. Исследование устойчивости проводилось в приближении параболического уравнения аналогично тому, как это было сделано нами для волн на одной границе раздела в работе [8]. Для численного моделирования использовались фактически те же программы, что и в [8]. Проведенные расчеты показали, что для всех мод, кроме вырожденных, устойчивость в указанном приближении определялась знаком производной dl/dn_x , как это имело место и для поверхностных волн. При положительной производной малые возмущения, накладываемые на поперечный профиль поля волны, не приводили в результате эволюции поля к развалу моды. При отрицательной производной форма поля искажалась, разбиваясь на отдельные сгустки, которые затем уходили от волноводного слоя. Таким образом, все спадающие ветви дисперсионных кривых на рис. 3 отвечают неустойчивым модам нелинейного волновода.

Для вырожденных мод I не зависит от n_x , однако для них интеграл энергии I является функцией d_0 . Исследование вырожденных мод на устойчивость показало, что они являются неустойчивыми при любых d_0 . Однако инкремент нарастания неустойчивости зависит от величины d_0 . Он обращается в нуль при $d_0=0$, когда вырожденная мода совпадает с симметричной (точка 4 на рис. 3). Отметим также, что вырожденные моды существуют лишь в симметричном волноводе и при нарушении симметрии, когда показатели преломления по разные стороны от слоя становятся разными, эти моды исчезают.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Аналитические формулы для характерных линий и точек на рис. 1 и 2

Подробный анализ волноводных решений для слоя проводился в работе [2], поэтому приведенные ниже формулы даются без вывода. Линии L_m и F_m для четных мод единым образом описываются формулой

$$\operatorname{tg} \gamma d = \pm q/\gamma, \quad (\text{П.1})$$

а для нечетных мод — уравнением

$$\operatorname{ctg} \gamma d = \pm q/\gamma. \quad (\text{П.2})$$

Для первой нечетной моды аналитическое продолжение линии F_1 в области $n_x > n_1$ задается формулой

$$\operatorname{cth} \Gamma d = q/\Gamma. \quad (\text{П.3})$$

Линии A_m для мод четного порядка определяются соотношением

$$\operatorname{tg} \gamma d = \pm \sqrt{q^2 - \gamma^2}/\gamma\sqrt{2}, \quad (\text{П.4})$$

а для мод нечетного порядка формулой

$$\operatorname{ctg} \gamma d = \pm \sqrt{q^2 - \gamma^2}/\gamma\sqrt{2}. \quad (\text{П.5})$$

Для несимметричной моды первого порядка аналитическое продолжение линии A_1 в области $n_x > n_1$ определяется формулой

$$\operatorname{cth} \Gamma d = \sqrt{q^2 + \Gamma^2}/\Gamma\sqrt{2}. \quad (\text{П.6})$$

Отметим, что для линий, определяемых формулами (П.3) и (П.6), асимптотикой при $n_x \rightarrow \infty$ служит ось абсцисс $d=0$. При $n_x = n_1$ касательная к этим линиям также горизонтальна. Ординаты d_m точек S_m при четном m находятся из уравнения

$$\operatorname{tg} \sqrt{d_m^2 (n_1^2 - n_0^2) - 1} = -1 / \sqrt{d_m^2 (n_1^2 - n_0^2) - 1}, \quad (\text{П.7})$$

а при нечетном m — из уравнения

$$\operatorname{ctg} \sqrt{d_m^2 (n_1^2 - n_0^2) - 1} = -1 / \sqrt{d_m^2 (n_1^2 - n_0^2) - 1}. \quad (\text{П.8})$$

Ординаты $d(P_m)$ точек P_m связаны с величинами d_m соотношением

$$d(P_m) = \sqrt{2} d_m. \quad (\text{П.9})$$

Точки отсечки E_m линейных и вырожденных мод при любом m определяются формулой

$$d(E_m) = m\pi / 2\sqrt{n_1^2 - n_0^2}. \quad (\text{П.10})$$

Дисперсионные кривые вырожденных мод D_m определяются формулой (3) в тексте статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Abraham E., Smith S. D. — Rep. Progr. Phys., 1982, 45, p. 815.
2. Ахмедиев Н. Н. — ЖЭТФ, 1982, 83, с. 545.
3. Robbins D. J. — Opt. Commun., 1983, 47, p. 309.
4. Michalache D., Totia H. Preprint institute of physics, Preprint № FT-232. Bucharest, 1983.
5. Lederer F., Langbein U., Ronath H. E. — Appl. Phys., 1983, В 31, p. 69.
6. Ахмедиев Н. Н., Болтарь К. О., Елеонский В. М. — Опт. и спектр., 1982, 53, с. 906; 1982, 53, с. 1097.
7. Михалаке Д., Федянин В. К. — Теор. мат. физ., 1983, 54, с. 443.
8. Ахмедиев Н. Н., Корнеев В. И., Кузьменко Ю. В. — ЖЭТФ, 1985, 88, с. 107.

Московский
институт
электронной техники

Поступила в редакцию
27 декабря 1984 г.

DEGENERATED NONLINEAR MODES OF SYMMETRIC LAYERED STRUCTURE

V. I. Korneev, N. N. Akhmediev, Yu. V. Kuz'menko

A novel class of s-polarized solution of a plane waveguide, plunged into a nonlinear self-focusing medium named degenerated modes is founded and investigated. For this modes the finite interval of energy flux values corresponds to the definite value of effective refraction index. The connection between degenerated and symmetric and asymmetric modes is founded. The numerical analysis of mode dispersion is carried out.