

УДК 535.338

## О ФОРМЕ ЛИНИИ ДВОЙНОГО РАДИООПТИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА ПРИ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ ИНДИКАЦИИ

Л. А. Будкин, М. Н. Пененков, А. И. Пихтелев, В. Л.-Михайловский

Теоретически исследуется форма линии и амплитуда двойного радиооптического резонанса (ДРОР) в ячейке поглощения с трехуровневыми атомами, помещенной внутрь резонатора лазера. Рассмотрение проводится с учетом когерентности на нерезонансном оптическом переходе. Показана возможность значительного сужения линии нелинейной оптической индикации.

Нелинейные явления в газовом лазере с внутррезонаторной ячейкой поглощения и двухуровневым рабочим веществом хорошо изучены [1-3]. В статье [4] аналогичный подход был применен для исследования амплитуды сигнала двойного радиооптического резонанса (ДРОР) трехуровневых атомов. Используемая для расчета сигнала ДРОР модель описывалась системой уравнений балансного типа. Однако результаты работы [5] показывают, что такие уравнения не адекватно описывают оптическое поглощение, амплитуду и форму линии ДРОР даже в заданных оптическом и СВЧ полях.

В силу этого в настоящей работе изучение особенностей генерации лазера с внутррезонаторной ячейкой поглощения и сигнала ДРОР проводится на основе системы уравнений для матрицы плотности трехуровневых рабочих атомов с учетом возникновения когерентности на нерезонансном оптическом переходе. Как и в работе [4], эффектами затягивания частоты оптического излучения будем пренебрегать.

**1. Эффективное усиление.** Используя известные уравнения, описывающие мощность и частоту излучения лазера [1-3], выпишем условие равенства эффективного усиления двух сред (рис. 1) и линейных потерь, определяющее мощность в стационарном режиме генерации,

$$\begin{aligned} & 8\pi(\omega/\omega_0) [n_1 d_1 (V_1/V) \operatorname{Im}(\sigma_{13}/E_1) + \\ & + n_2 d_2 (V_2/V) \sqrt{S_1/S_2} \operatorname{Im}(\rho/E_2)] = \beta/\omega, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\sigma_{13}$  — недиагональный элемент матрицы плотности для резонансного оптического перехода атомов поглотителя,  $\rho$  — недиагональный элемент матрицы плотности для усиливающей среды,  $E_1$  и  $E_2$  — амплитуды оптического поля соответственно в поглотителе и усилителе,  $n_2$ ,  $V_2$ ,  $d_2$  и  $n_1$ ,  $V_1$ ,  $d_1$  — концентрация, объем, дипольный момент рабочего вещества лазера и атомов ячейки поглощения,  $S_2$ ,  $S_1$  — соответственно поперечное сечение объемов рабочего вещества лазера и ячейки поглощения, взаимодействующих со светом,  $V$  — объем резонатора,  $\omega$ ,  $\omega_0$  — частота излучения лазера и собственная частота резонатора,  $\beta$  — коэффициент поглощения линейных потерь. В силу равенства потоков энергии через площадки  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 1) можно записать следующее условие:

$$E_1^2 S_1 = E_2^2 S_2. \quad (2)$$

Для простоты будем рассматривать уравнение (1) для случая точного оптического резонанса. Подставим в уравнение (1) решение, описывающее

вающее поглощение света в трехуровневой системе (рис. 2); полученное в работе [3],

$$\begin{aligned} \text{Im}(\sigma_{31}/E_1) = & R_{01}(d_1\tau_1/2\hbar) [1 + G_1E_1^2]^{-1} \times \\ & \times \{1 + gH^2G_1E_1^2 [\Delta^2\tau^2 + gH^2 + (1 + G_1E_1^2)^2]^{-1}\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $R_{01}$  — равновесная разность населенностей уровней оптического перехода  $1-3$ ,  $\Delta$ ,  $\tau$ ,  $\mu$  — соответственно частотная расстройка, время поперечной релаксации, матричный элемент магнитно-дипольного момента перехода  $1-2$ ,  $H$  — амплитуда СВЧ поля,  $\tau_1$ ,  $d_1$  — время поперечной релаксации и матричный элемент электродипольного момента перехода  $1-3$ ,  $G_1E_1^2$  и  $gH^2$  — степени насыщения электродипольного и магнитно-дипольного переходов,  $G_1 = d_1^2\tau_1/4\hbar^2$ ,  $g = \mu^2\tau^2/\hbar^2$ . В решении (3) учтены когерентные процессы ( $\sigma_{23} = 0$ ), которые становятся существенными в области величин двух полей  $E_1$  и  $H$ , насыщающих переходы оптического и СВЧ диапазонов приблизительно одинаковым образом.

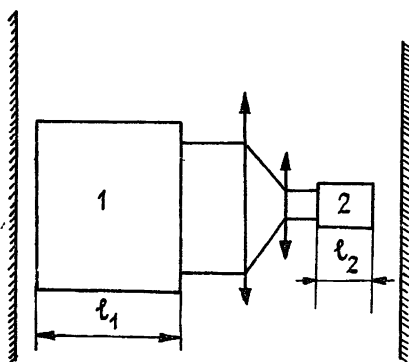


Рис. 1.

Рис. 1. Схема резонатора с ячейкой поглощения: 1, 2 — рабочее вещество лазера.

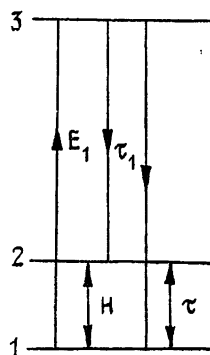


Рис. 2.

Рис. 2. Схема энергетической структуры трехуровневой системы.

Из формулы (3) видно, что поглощение света существенно зависит от насыщения по СВЧ полю. Действительно, при  $G_1E_1^2 \gg gH^2$ , 1 поглощение сильно уменьшается, что справедливо и для области значений полей  $1 \ll G_1E_1^2 \ll gH^2 \ll (G_1E_1^2)^2$ . Однако для случая  $gH^2 \gg (G_1E_1^2)^2$  поглощение может быть значительным и при  $G_1E_1^2 \gg 1$ .

В результате подстановки выражения (3) и решения для  $\rho$ ,  $\rho = i(d_2E_2/2\hbar)R_{02}\tau_2/(1 + d_2^2E_2^2\tau_2T_2/\hbar^2)$ , [4] в уравнение (1) с учетом условия (2) после некоторых преобразований получим

$$F = \frac{A_2}{1 + GP} - \frac{A_1}{1 + P} \left[ 1 + \frac{gH^2 P}{\Delta^2\tau^2 + gH^2 + (1 + P)^2} \right] = 1, \quad (4)$$

$F$  — коэффициент эффективного усиления для нулевой отстройки частоты лазера от частоты резонатора. Здесь  $A_1 = 4\pi n_1 d_1^2 \tau_1 V_1 R_{01} \omega / \hbar \beta V$ ,  $A_2 = 4\pi n_2 d_2^2 \tau_2 V_2 \sqrt{S_1/S_2} R_{02} \omega / \hbar \beta V$  — коэффициенты ненасыщенных величин поглощения и усиления соответственно,  $P = \beta(E_1^2 V_1 + E_2^2 V_2) / 4\pi P_0$  — мощность генерации лазера в относительных единицах,  $P_0 = \beta \hbar^2 V_1 (1 + l_2/l_1) / \pi \tau_1 d_1^2$  — мощность, при которой происходит насыщение оптического поглощения в трехуровневой системе в отсутствие СВЧ поля, т. е.  $G_1E_1^2 = 1$ , и для удобства введен параметр  $G = 4d_2^2 \tau_2 T_2 S_1 / d_1^2 \tau_1 T_2$ , характеризующий отношение степеней насыщения усиливающей и поглощающей сред при  $H = 0$ .

Уравнение (4), учитывающее когерентные эффекты в трехуровневой поглощающей среде, примечательно тем, что оно допускает существование нескольких решений для положительно определенной мощности генерации  $P$ . Аналогичные уравнения, определяющие мощность генерации, в [1] и с учетом ДРОР в балансном приближении в [4], имеют одно или два решения. В последнем случае, как показано в работах [1, 3], существуют гистерезисные явления (жесткий режим генерации,  $F(P=0) < 1$ ).

Принципиальной особенностью уравнения (4) является возможность гистерезиса как в жестком, так и в мягком режимах возбуждения ( $F(P=0) > 1$ ) (см. Приложение). С практической точки зрения наибольший интерес представляет именно такой режим, поэтому проведем исследование зависимости коэффициента эффективного усиления  $F(P)$  в случае  $F(P=0) > 1$ . На рис. 3 показаны графики  $F(P)$  для разных относительных расстройк СВЧ поля  $\Delta\tau$ , которые необходимы для анализа формы линии ДРОР. Здесь рассматривается ситуация, в которой активная среда насыщается медленнее поглощающей ( $G < 1$ ), находящейся в нерезонансном СВЧ поле ( $\Delta\tau \gg 1$ ), что эквивалентно  $H=0$  (насыщение в поглотителе наступает при равенстве скоростей оптической накачки 1—3 и релаксации на магнитно-дипольном переходе 1—2). В этом случае мощность генерации лазера определяется насыщением в усилителе при насыщенном поглощении (коэффициент поглощения близок к нулю) (рис. 3, кривая 1):

$$P = (A_2 - 1) / G. \quad (5)$$

При уменьшении расстройки  $\Delta\tau$  СВЧ поле начинает более эффективно взаимодействовать с атомами поглотителя, «перебрасывая» атомы с уровня 2, на который они переходят в результате оптической накачки, на обедняемый светом уровень 1, тем самым увеличивая оптическое поглощение и уменьшая его насыщение. Возникает конкуренция насыщений в поглотителе и в усилителе. В этих условиях установление режима устойчивой генерации возможно при двух разных мощностях (рис. 3, кривая 3), во-первых, при относительно небольшой мощности, определяемой насыщением в усилителе при насыщенном поглощении (коэффициент поглощения близок к постоянной  $A_1$ ),

$$P = (A_2 - A_1 - 1) / GA_2, \quad (6)$$

во-вторых, при относительно большой мощности, определяемой формулой (5). В резонансном случае ( $\Delta\tau = 0$ ) при достаточно сильном СВЧ поле может реализоваться ситуация, когда поглощение не насыщается и мощность генерации лазера относительно невелика (6) (рис. 3, кривая 5).

Если первоначально активная среда находилась в состоянии  $P > P''$ , то с приближением к резонансу на переходе 1—2 ( $\Delta\tau \rightarrow 0$ ) мощность уменьшается. По достижении точки  $P''$  (рис. 3, кривая 4) система скачком переходит в состояние  $P_1$ . При обратном ходе по мощности  $P$  в результате увеличения расстройки  $\Delta\tau$  система, достигая точки  $P'$  (рис. 3, кривая 2), переходит в состояние  $P_2$ . Следовательно, мощность генерации  $P$  зависит от предыстории состояния системы, и, следовательно, в мягком режиме генерации лазера с трехуровневым нелинейным поглотителем при определенных условиях возможен гистерезис.

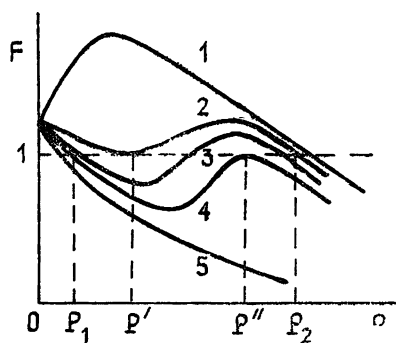


Рис. 3. Зависимость коэффициента эффективного усиления от выходной мощности лазера.

Аналогичные зависимости  $F(P)$  реализуются при изменении амплитуды СВЧ поля  $H$ .

Подобное поведение системы «лазер + нелинейный поглотитель» должно привести к отличиям в форме линии ДРОР по сравнению с линейной индикацией [5] и нелинейной индикацией ДРОР без учета когерентных явлений [4].

**2. Амплитуда и форма линии ДРОР.** В аналитическом виде формулы линии ДРОР записать не удастся, поэтому ее исследование проведем численным методом. Выбранные значения параметров  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $G$ ,  $gH^2$  соответствуют характеристикам полупроводникового инжекционного лазера и ячейки поглощения с щелочным металлом в буферной среде.

На рис. 4 показаны графики зависимостей  $P(\Delta\tau)$  с различными параметрами  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $gH^2$ .

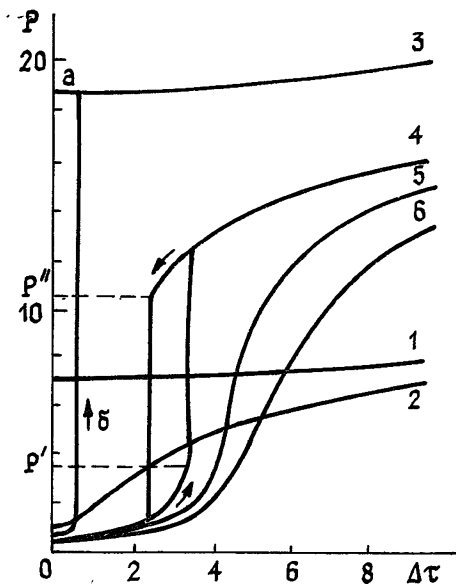


Рис. 4. Зависимость выходной мощности лазера от радиочастотной отстройки  $\Delta\tau$ ,  $G=0,0166$ :

1, 2 —  $A_1=0,15$ ,  $A_2=1,16$ , 3, 4, 5, 6 —  $A_1=0,39$ ,  $A_2=1,4$ ; 1 —  $gH^2=10$ , 2 —  $gH^2=30$ , 3 —  $gH^2=60$ , 4 —  $gH^2=110$ , 5 —  $gH^2=130$ , 6 —  $gH^2=150$ .

При недостаточно сильном СВЧ поле  $gH^2 \ll P^2$  ( $P$  определяется формулой (5)) зависимость коэффициента эффективного усиления (рис. 3, кривая 1) качественно не меняется при изменении расстройки  $\Delta\tau$ . Мощность генерации слабо зависит от  $\Delta\tau$  (рис. 4, кривая 1), а полуширина линии ДРОР определяется выражением, справедливым при линейной индикации [5]:

$$\Delta\sigma\tau = \sqrt{(1+P)^2 + gH^2}. \quad (7)$$

Более эффективно управление мощностью генерации лазера при  $gH^2 \gtrsim P^2$  (рис. 4, кривая 2). Хорошо прослеживается сужение линии нелинейной оптической индикации до  $\Delta\sigma\tau \approx 3,5$  по сравнению с линейной индикацией. Такое поведение  $P(\Delta\tau)$  соответствует переходу от зависимости  $F(P)$  типа 1 к типу 5 рис. 3, причем для всех промежуточных расстроек  $\Delta\tau$  условия для гистерезиса не выполняются. Небольшое изменение параметра возбуждения лазера  $A_2$  не приведет к изменению формы линии ДРОР, а лишь к сдвигу кривых 1, 2 рис. 4 по шкале мощности, что свидетельствует об устойчивости формы линии нелинейной оптической индикации к небольшим изменениям коэффициента ненасыщенного усиления. Это же справедливо и для изменений параметра  $A_1$ , лишь бы выполнялось принципиальное условие  $F(P=0) > 1$ . При другом выборе значений параметров  $A_2=1,4$ ,  $A_1=0,39$ , соответствующих условиям (п. 2) (эти значения достигаются изменением уровня возбуждения лазера, концентрации поглощающих атомов и буферной среды), на графиках хорошо заметно проявление гистерезиса в форме

линии ДРОР (рис. 4, кривая 4), что соответствует существованию двух режимов устойчивой генерации (рис. 3, кривая 3) при промежуточных расстройках  $\Delta\tau$ . Изменение  $P$  на рис. 4 (кривая 4) соответствует изменению решений уравнения  $F=1$  (переход от зависимостей 1, 2, 3, 4 до 5 и обратно, рис. 3). При этом хорошо заметно значительное сужение линии ДРОР до  $\Delta\sigma\tau \simeq 2 \div 3$  (в 4—5 раз по сравнению с линейной индикацией) и увеличение сигнала ДРОР  $\Delta P = P(\Delta\tau \rightarrow \infty) - P(\Delta\tau = 0)$ . Стрелки на рисунке указывают направление изменения мощности генерации лазера. При увеличении амплитуды СВЧ поля (увеличение  $gH^2$ ) условия гистерезиса не выполняются и петля гистерезиса в форме линии ДРОР исчезает. Полуширина линии нелинейной оптической индикации при этом ( $P(\Delta\tau \rightarrow \infty) \simeq 23$ ) также меньше полуширины, определяемой (7):  $\Delta\sigma\tau \simeq 6$  и  $\Delta\sigma\tau \simeq 8$  для  $gH^2 = 130$  и  $gH^2 = 150$  соответственно (рис. 4, кривые 5; 6). С другой стороны, при уменьшении величины  $gH^2$  и в резонансном случае  $\Delta\tau = 0$  могут существовать три решения уравнения (4). В этом случае зависимость  $F(P)$  имеет вид кривой типа 3 (рис. 3). Изменением расстройки  $\Delta\tau$  нельзя перевести лазер из точки  $P_2$  в точку  $P_1$  и форма линии ДРОР представляется кривой 3а (рис. 4). Но этого можно достичь, понижая мощность генерации при  $\Delta\tau = 0$ , например, увеличивая линейные потери в резонаторе. Тогда форма линии ДРОР изменится (рис. 4, кривая 3б). При дальнейшем уменьшении  $gH^2$  ветвь 3б рис. 4 пропадает и кривая 3 вырождается в зависимость типа 1 рис. 4, но ей будет соответствовать более высокая мощность генерации.

Таким образом, наблюдение гистерезиса в форме линии ДРОР возможно при выполнении условия более быстрого насыщения усиления при нулевой расстройке ( $\Delta\tau = 0$ ), чем поглощения, которое сменяется на обратное при промежуточной расстройке. А при  $\Delta\tau \rightarrow \infty$  должно выполняться то же условие, что и при  $\Delta\tau = 0$ . В этом случае обеспечивается и наибольшее отношение амплитуды сигнала к ширине линии ДРОР, к чему и стремятся в системах стабилизации частоты [2, 6].

В заключение отметим, что учет когерентности на нерезонансном оптическом переходе в трехуровневой поглощающей системе приводит к существенному усложнению поведения эффективного усиления в лазере с внутррезонаторной ячейкой поглощения. Амплитуда и расстройка СВЧ поля наряду с параметрами потерь и усиления определяют характер этого поведения, обеспечивая при некотором их соотношении появление двух точек устойчивой генерации. В результате и в мягком режиме возбуждения лазера возможно существование гистерезиса. Выбором параметров системы нелинейной индикации могут быть созданы условия для увеличения амплитуды сигнала ДРОР и сужения линии до величины порядка «темновой» ширины (без полевого уширения), что и представляет интерес при разработке новых стандартов частоты СВЧ диапазона.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

Преобразуем уравнение (4) к виду

$$a_0 P^4 + a_1 P^3 + a_2 P^2 + a_3 P + a_4 = 0, \quad (\text{П.1})$$

где

$$a_0 = G, \quad a_1 = 1 + G(A_1 + 3) - A_2,$$

$$a_2 = 3 + A_1 + G(3 + \Delta^2 \tau^2 + gH^2 + 2A_1 + A_1 gH^2) - 3A_2,$$

$$a_3 = 3 + 2A_1 + A_1 gH^2 + \Delta^2 \tau^2 + gH^2 + G(1 + \Delta^2 \tau^2 + gH^2)(1 + A_1) - 3A_2 - A_2(\Delta^2 \tau^2 + gH^2), \quad a_4 = (1 + \Delta^2 \tau^2 + gH^2)(1 + A_1 - A_2).$$

Это уравнение имеет четыре решения. Из них физический смысл имеют лишь решения для положительно определенной мощности  $P$ . Если уравнение (П.1) имеет более двух решений для  $P > 0$ , то в рассматриваемой системе возможны гистерезисные явления, не связанные с измене-

нием начального уровня эффективного усиления, который определяется либо током накачки, либо отстройкой частоты лазера [2, 3].

Условиями существования гистерезиса нового типа являются:

1) в мягком режиме возбуждения — наличие трех решений уравнения (П.1) для  $P > 0$ , возможных при

$$\begin{aligned} \text{а) } a_1 < 0, a_2 > 0, a_3 < 0, \\ \text{б) } a_1 < 0, a_2 > 0, a_3 > 0, \\ \text{в) } a_1 < 0, a_2 < 0, a_3 > 0, \\ \text{г) } a_1 > 0, a_2 < 0, a_3 > 0, \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

причем коэффициент  $a_0$  всегда положителен, а коэффициент  $a_4$  зависит от режима возбуждения лазера и в мягком режиме  $a_4 < 0$ ;

2) в жестком режиме возбуждения — наличие четырех решений уравнения (П.1) для  $P > 0$ , возможных при

$$a_1 < 0, a_2 > 0, a_3 < 0, a_4 > 0. \quad (\text{П.3})$$

Условия (П.2) и (П.3) являются необходимыми и достаточными лишь в том случае, когда уравнение (П.1) не имеет комплексных корней (правило знаков Декарта [7]).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Greenstein H. — J. Appl. Phys., 1972, 43, № 4, p. 1732.
2. Летохов В. С., Чеботаев В. П. — УФН, 1974, 113, вып. 3, с. 385.
3. Ханин Я. И. Динамика квантовых генераторов. — М.: Сов. радио, 1975.
4. Будкин Л. А., Митюгов В. В., Пихтелев А. И., Яшина А. Н. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 1, с. 29.
5. Будкин Л. А., Пихтелев А. И., Пузанов С. Л. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 5, с. 559.
6. Стандарты частоты и времени на основе квантовых генераторов и дискриминаторов. /Под ред. Б. П. Фатеева. — М.: Сов. радио, 1978.
7. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. — М.: Наука, 1980.

Поступила в редакцию  
31 мая 1984 г.,  
в окончательном варианте  
14 декабря 1984 г.

#### THE LINE SHAPE OF RADIO-FREQUENCY-OPTICAL RESONANCE (DFROR) IN THE PRESENCE OF NONLINEAR OPTICAL INDICATION

*L. A. Budkin, M. N. Penenkov, A. I. Pikhtelev, V. L. Mikhailovskij*

The double radio-frequency-optical resonance (DFROR) signal and line shape is investigated theoretically in an absorption cell with the three-level atoms being within the laser cavity. The coherence is considered not to be equal zero on the nonresonance optical transition. The opportunity of the essential line narrowing has been shown for nonlinear optical indication.