

УДК 533.9

О РЕЗОНАНСНОМ ПОГЛОЩЕНИИ ТМ-ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

М. И. Бакунов, Н. Г. Денисов, Л. А. Зелексон

Исследовано прохождение ТМ-волн через тонкие плазменные слои с параболическим распределением электронной концентрации $N(x) = N_0(1 - x^2/l^2)$ в предположении, что вблизи плоскости $x=0$ выполнено условие плазменного резонанса: 1) $\omega = \omega_p(0)$ для изотропного слоя или 2) $\omega = [\omega_p^2(0) + \omega_H^2]^{1/2}$ с учетом влияния внешнего магнитного поля, перпендикулярного оси x . Показано, что при определенном соотношении между эффективной частотой соударений и шириной слоя в нем поглощается до половины энергии падающей волны, а в системе «резонансный слой — идеально отражающий экран» энергия может поглощаться полностью.

В работах [1-4] исследовалось прохождение электромагнитных волн через плазменные слои с профилем концентрации $N(x) = N_0[1 - (-x)^{m-l-m}]$ ($m \geq 2$). Основным результатом этих работ был вывод о полном экранировании полей ТМ-поляризации такими слоями, в том числе и тонкими в масштабе длины волны, если в плоскости $x=0$ выполнено условие плазменного резонанса, а соударения и пространственная дисперсия отсутствуют. В работах [5, 6] эти параметры считались конечными и было показано, что отражательные и поглощательные свойства изотропных слоев существенно зависят от соотношения между толщиной слоя и частотой соударений. В настоящей статье исследуются аналогичные свойства гиротропных слоев, а также приводятся результаты численных расчетов для изотропного плазменного слоя.

Рассмотрим резонансный слой ($-l \leq x \leq l$) магнитоактивной плазмы. Уравнение для z -компоненты электрического поля необыкновенной плоской гармонической волны $\sim \exp(i\omega t)$, распространяющейся вдоль оси x перпендикулярно внешнему магнитному полю $\mathbf{B}_0 = (0, B_0, 0)$, имеет вид ([7], § 25)

$$\frac{d^2 E_z}{dx^2} + k_0^2 \epsilon_{\perp}(x) E_z = 0. \tag{1}$$

Здесь $k_0 = \omega/c$, $\epsilon_{\perp}(x) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_p^2(1 + is)}{\omega^2(1 - is) - \omega_H^2(1 + is) - \omega_p^2}$, $s = v/\omega \ll 1$, v — эффективная частота соударений, ω_H — гирочастота электронов ($\omega_H < \omega$), $\omega_p^2(x) = (\omega^2 - \omega_H^2)(1 - x^2/l^2)$. При этом уравнение (1) имеет два полюса: $x = \pm l [is(\omega^2 + \omega_H^2) / (\omega^2 - \omega_H^2)]^{1/2}$, расположенных по разные стороны от действительной оси.

Описание прохождения волны через такой слой проведем с помощью модельного уравнения, передающего все основные особенности исходного:

$$\frac{d^2 E_z}{d\xi^2} + k_0^2 l^2 \left(1 - \frac{a^2}{\xi^2 - \sigma^2} \right) E_z = 0, \tag{2}$$

где

$$a^2 = \frac{\omega_H^2}{\omega^2} \left(1 + is \frac{\omega_H^2 - \omega^2}{\omega_H^2} \right), \quad \sigma^2 = -is \frac{\omega^2 + \omega_H^2}{\omega^2 - \omega_H^2}, \quad \xi = x/l.$$

Вне резонансной области, т. е. при $|\xi| \gg |\sigma|$, решение уравнения (2) можно выразить через функции Ханкеля. Выберем слева ($\xi < 0$) и справа ($\xi > 0$) от области резонанса соответственно решения:

$$E_z(\xi) = T \left(\frac{1}{2} \pi k_0 l |\xi| \right)^{1/2} \exp \left[-i \left(\frac{\pi \mu}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right] H_\mu^{(2)}(k_0 l |\xi|); \quad (3)$$

$$E_z(\xi) = \left(\frac{1}{2} \pi k_0 l \xi \right)^{1/2} \left\{ \exp \left[i \left(\frac{\pi \mu}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right] H_\mu^{(1)}(k_0 l \xi) + \right. \\ \left. + R \exp \left[-i \left(\frac{\pi \mu}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right] H_\mu^{(2)}(k_0 l \xi) \right\}. \quad (4)$$

Здесь $\mu = (1/4 + k_0^2 l^2 a^2)^{1/2}$, а постоянные R и T имеют смысл коэффициентов отражения и прохождения по амплитуде, определенных на уровне $k_0 l |\xi| \gg 1$. Для их нахождения необходимо исследовать решение уравнения (2) в окрестности точки $\xi = 0$ при малых $|\sigma|$. В этом случае справедливо неравенство $a^2 \gg |\xi^2 + \sigma^2|$, и в (2) единицей в скобках можно пренебречь. Тогда преобразованием переменных

$$E_z(\xi) = \eta^{\mu/2 - 1/4} U(-\eta), \quad \eta(\xi) = \left(\frac{\xi}{\sigma} + \sqrt{\frac{\xi^2}{\sigma^2} + 1} \right)^2$$

уравнение (2) сводится к гипергеометрическому для функции $U(-\eta)$ с параметрами $\alpha = \mu - 1/2$, $\beta = -1/2$, $\gamma = \mu + 1$.

Если параметр γ не равен целому числу, то общее решение гипергеометрического уравнения запишется в виде

$$U(-\eta) = D_1 F(\alpha, \beta, \gamma, -\eta) + D_2 (-\eta)^{1-\gamma} \times \\ \times F(\alpha - \gamma + 1, \beta - \gamma + 1, 2 - \gamma, -\eta). \quad (5)$$

Заметим теперь, что при $\xi \rightarrow -\infty$ переменная $\eta \simeq (-\sigma/2\xi)^2$ стремится к нулю; если же $\xi \rightarrow +\infty$, то $|\eta| \simeq |2\xi^2/\sigma^2| \rightarrow +\infty$. Такое поведение $\eta(\xi)$ сохраняется и для фиксированных значений ξ , если величина σ очень мала. Ниже нас будет интересовать именно этот случай.

Используя известные свойства гипергеометрических функций, при больших и малых η из (5) получаем такие представления решения уравнения (2) в окрестности точки $\xi = 0$:

$$E_z(\xi < 0) = D_1 \left(\frac{2|\xi|}{\sigma} \right)^{1/2 - \mu} + D_2 \left(\frac{2|\xi|}{\sigma} \right)^{1/2 + \mu}; \quad (6)$$

$$E_z(\xi > 0) = \left(-\frac{D_1}{\sin \pi \mu} + A_1 D_2 e^{-i\pi \mu} \right) \left(\frac{2\xi}{\sigma} \right)^{1/2 - \mu} + \\ + \left(A_2 D_1 + \frac{D_2}{\sin \pi \mu} e^{-i\pi \mu} \right) \left(\frac{2\xi}{\sigma} \right)^{1/2 + \mu}, \quad (7)$$

где

$$A_1 = \frac{\Gamma(1 - \mu) \Gamma(-\mu)}{\Gamma(-1/2 - \mu) \Gamma(3/2 - \mu)}, \quad A_2 = \frac{\Gamma(1 + \mu) \Gamma(\mu)}{\Gamma(1/2 + \mu) \Gamma(3/2 + \mu)}.$$

Существенно, что формулы (6) и (7) аналогичны разложениям решений (3) и (4) при $k_0 l |\xi| \ll 1$. Так, из (3) для малых $|\xi|$ имеем

$$E_z(\xi) = T e^{i\pi/4} \frac{\sqrt{\pi k_0 l |\xi|/2}}{\sin \pi \mu} \left[\frac{(i k_0 l |\xi|/2)^{-\mu}}{\Gamma(1 - \mu)} - \frac{(i k_0 l |\xi|/2)^\mu}{\Gamma(1 + \mu)} \right], \quad (8)$$

что по структуре совпадает с (6). Выражение (4) при этом ($k_0 l \xi \ll 1$) имеет такой же вид, что и (7):

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z(\xi) = e^{i\pi/4} \frac{\sqrt{\pi k_0 l \xi / 2}}{\sin \pi \mu} & \left[\frac{(k_0 l \xi / 2)^\mu}{\Gamma(1 + \mu)} + (Re^{i\pi\mu/2} + ie^{-i\pi\mu/2}) - \right. \\ & \left. - \frac{(k_0 l \xi / 2)^{-\mu}}{\Gamma(1 - \mu)} (Re^{-i\pi\mu/2} + ie^{i\pi\mu/2}) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Сравнивая коэффициенты в соответствующих формулах (6) и (8), (7) и (9), находим все константы. Здесь мы приведем выражения лишь для R и T :

$$R = -ie^{-2i\pi\mu} \frac{A_1 \frac{\Gamma(1 - \mu)}{\Gamma(1 + \mu)} \left(\frac{k_0 l \sigma}{4}\right)^{2\mu} - A_2 \frac{\Gamma(1 + \mu)}{\Gamma(1 - \mu)} \left(\frac{k_0 l \sigma}{4}\right)^{-2\mu} + 2 \operatorname{ctg} \pi \mu}{A_1 \frac{\Gamma(1 - \mu)}{\Gamma(1 + \mu)} \left(\frac{ik_0 l \sigma}{4}\right)^{2\mu} - A_2 \frac{\Gamma(1 + \mu)}{\Gamma(1 - \mu)} \left(\frac{ik_0 l \sigma}{4}\right)^{-2\mu} + 2 \operatorname{csc} \pi \mu}, \quad (10)$$

$$T = \frac{2e^{-i\pi\mu} \sin \pi \mu}{A_1 \frac{\Gamma(1 - \mu)}{\Gamma(1 + \mu)} \left(\frac{ik_0 l \sigma}{4}\right)^{2\mu} - A_2 \frac{\Gamma(1 + \mu)}{\Gamma(1 - \mu)} \left(\frac{ik_0 l \sigma}{4}\right)^{-2\mu} + 2 \operatorname{csc} \pi \mu}.$$

Полученные формулы* можно упростить, считая слой тонким ($k_0 l \ll 1$) и используя условие $s \ll 1$. Тогда $\mu \approx 1/2 + (k_0 l a)^2$, и в результате для R и T имеем

$$R = -\frac{1}{1 + (1 + i)\delta}, \quad T = \frac{1}{1 + 1/(1 + i)\delta}, \quad \delta = \frac{|\sigma|}{\sqrt{2} \pi |a|^2 k_0 l}. \quad (11)$$

Таким образом, значения R и T определяются фактически соотношением между двумя параметрами: эффективной частотой соударений ν и толщиной слоя l .

На рис. 1 изображены зависимости $|R(\delta)|^2$ и $|T(\delta)|^2$, а также функция $W(\delta) = 1 - |R|^2 - |T|^2 \geq 0$, пропорциональная энергии, диссипируемой в плазме. Из него видно, что в отсутствие соударений плазма полностью экранирует волну: $|R| = 1$ и $|T| = 0$ при $\delta = 0$. Это соответствует результатам работ [1-4]. Если же $\nu \neq 0$, то волна частично просачивается через слой. Одновременно величина W становится отличной от нуля.

Наиболее сильно ($W_{\max} \approx 0,41$) эффект поглощения энергии в плазме проявляется при $\delta = 2^{-1/2}$, т.е. $k_0 l \sim s^{1/2}$. При этом потоки энергии в отраженной и прошедшей волнах равны: $|R|^2 = |T|^2 \approx 0,29$. С увеличением $\delta \sim \nu^{1/2}$ коэффициент W уменьшается, хотя, казалось бы, следовало ожидать его возрастания. Это кажущееся противоречие объясняется тем, что с ростом ν , когда резонанс волны с плазмой становится менее эффективным, локальный — т.е. в окрестности уровня $x = 0$ — механизм диссипации энергии является уже слабым. А поскольку слой тонкий, то при этом и пространственное затухание волны в нем очень мало.

Вблизи резонанса $|e_\perp(x)| \sim s^{-1} \gg 1$, и рассматриваемый здесь слой плазмы по своим свойствам должен быть аналогичен тонкой

* Как показывает анализ, формулы (10) являются приближенными и их точность возрастает с уменьшением параметра $k_0 l a$.

пластинке с очень большой диэлектрической проницаемостью. Действительно, формулы для R и T в случае такой пластинки по структуре совпадают с (11) (см., например, [8]).

Таким образом, в тонких слоях гиротропной плазмы происходит сильное поглощение ТМ-волн, если величины $k_0 l$ и $(\nu/\omega)^{1/2}$ соизмеримы между собой. Проведенный анализ подтверждает также вывод о полном экранировании ТМ-волн при $\nu \rightarrow 0$, сделанный в работах [4, 2].

Другим характерным примером является резонансный слой изотропной плазмы, на который под углом ϑ из вакуума падает плоская гармоническая ТМ-волна (вида $\exp(i\omega t - i\omega c^{-1}z \sin \vartheta + i\omega c^{-1}x \cos \vartheta)$). Для y -компоненты магнитного поля волны имеем ([7], § 20)

$$\varepsilon \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{dH_y}{dx} \right) + k_0^2 (\varepsilon - \sin^2 \vartheta) H_y = 0. \quad (12)$$

Здесь $\varepsilon(x) = 1 - \omega_p^2(x)/\omega^2(1 - is)$, а зависимость $\omega_p^2(x)$ считается, как и выше, квадратичной с тем же масштабом l ($-l \leq x \leq l$). При этом уравнение (12), как и (1), имеет два полюса, расположенных по разные стороны от действительной оси.

Отражательные и поглощательные свойства таких слоев при $k_0 l \ll 1$ исследовались в работах [5, 6] приближенными аналитическими методами. Более детальное рассмотрение уравнения (12) (как аналитическое, так и численное) показало, что если при $x=0$ выполнено условие плазменного резонанса $\omega = \omega_p(0)$, то формулы (11) справедливы и для рассматриваемого слоя изотропной плазмы, но, конечно, с другим параметром δ (см. также [5, 6]):

$$\delta = \frac{\sqrt{2s} \cos \vartheta}{\pi k_0 l \sin^2 \vartheta}. \quad (13)$$

На рис. 2 приведены полученные нами численно зависимости W , $|R|^2$ и $|T|^2$ от величины $q = \omega/\omega_p(0) - 1$, имеющей смысл относительной частотной расстройки от резонанса в середине слоя, для $\vartheta = 45^\circ$, $k_0 l = 0,05$ и двух значений δ . В соответствии с графиком $W(q)$ поглощение в слое возрастает при небольшом (например, $q \sim -10^{-3}$ для $\delta = 0,2$) уменьшении частоты относительно $\omega_p(0)$ и может достигать значения 0,5 при малых значениях параметра δ .

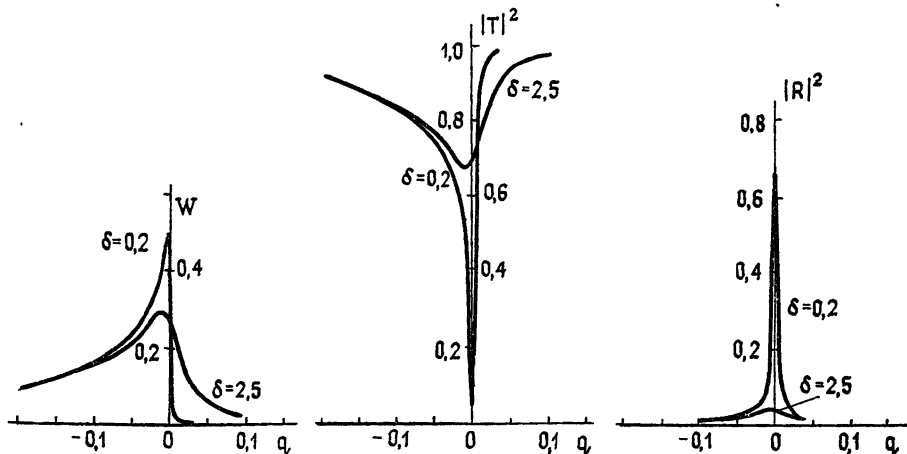


Рис. 2.

Покажем теперь, что в резонансных плазменных слоях возможно и полное поглощение волновой энергии. Предположим, что вне резонансного слоя, при $x = -L$ ($L > l$), расположен идеально отражающий экран (зеркало). Из вакуума справа на слой падает ТМ-волна. Используя принцип суперпозиции и формулы (11), нетрудно определить долю отражаемой энергии:

$$|R|^2 = \frac{(1 - \delta)^2 + (1 - \delta \operatorname{tg} \varphi)^2}{(1 + \delta)^2 + (1 - \delta \operatorname{tg} \varphi)^2}, \quad (14)$$

где δ определяется формулами (13) или (11), а $\varphi = \omega(L-l) \cos \theta/c$ или $\varphi = \omega(L-l)/c$ соответственно для изотропной и гиротропной плазмы. Из (14) следует, что если $\delta=1$ и $\varphi = \pi n + \pi/4$ (n — целое), то волна в слое полностью поглощается: $R=0$. Аналогичный результат был получен в работе [6] для слоя изотропной плазмы вблизи металлической стенки, поглощение в котором зависит также от аргумента комплексной поляризуемости слоя.

Отметим также, что в системе «резонансный слой — зеркало» режим полного отражения ($|R|=1$) может реализоваться при любых конечных значениях δ (естественно, что $|R| \rightarrow 1$ при $\delta \rightarrow 0$ и $\delta \gg 1$). Для этого, как видно из (14), необходимо, чтобы $\varphi = \pi n + \pi/2$.

В заключение укажем, что изложенное выше справедливо и для слоев с $N(x) = N_0(1 - x^{2m} l^{-2m})$, $m > 1$. При этом в выражениях для δ величина $s^{1/2}$ заменяется на $s^{1-1/2m}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кондратьев И. Г., Миллер М. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1968, 11, № 6, с. 885.
2. Жаров А. А., Кондратьев И. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 8, с. 1130.
3. Живулин В. А., Макаров Г. И. — В сб.: Проблемы дифракции и распространения волн. — Л.: Гос. ун-т, 1974, 13, с. 120.
4. Живулин В. А., Макаров Г. И. — ЖТФ, 1974, 44, № 1, с. 201.
5. Долгополов В. В., Омельченко А. Я. Препринт ХФТИ. № 72-35. — Харьков, 1972.
6. Сахаров А. С. Препринт ФИАН № 190. — М., 1979.
7. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982, с. 413.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
22 августа 1984 г.

ON THE RESONANCE ABSORPTION OF TM WAVES IN INHOMOGENEOUS PLASMA

M. I. Bakunov, N. G. Denisov, L. A. Zelekson

TM-wave transmission and absorption properties of thin plasma layers is considered. It is assumed that electron concentration profile is parabolic $N(x) = N_0(1 - x^2/l^2)$ and the plasma resonance takes place in the vicinity of the plane $x=0$: $\omega = \omega_p(0)$ for isotropic layers or: $\omega = [\omega_p^2(0) + \omega_H^2]^{1/2}$ in the presence of the external magnetic field. It is shown that under certain conditions defined by the relation between collision frequency and the layer thickness a considerable part of the incident wave energy (up to a half) may be absorbed. The possibility of a complete absorption is shown to be in the system plasma layer and mirror.