ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIX, № 4 РАДИОФИЗИКА 1986

УДК 550.388.2

БАЛАНС ЭНЕРГИИ ПЛАЗМЫ С ВОЛНОЙ С УЧЕТОМ НЕПОТЕНЦИАЛЬНОСТИ ВОЛН

М. Г. Гельберг, А. В. Волосевич

Показано, что в ионосферной плазме потенциальное электрическое поле $\boldsymbol{E}_p$ низкочастотных плазменных волн сдвинуто по фазе относительно флуктуаций тока $\boldsymbol{j}$ примерно на $-\pi/2$, а вихревое поле $\boldsymbol{E}_r$ почти синфазно с током. Поэтому работа по передаче энергии между плазмой и волной совершается в основном с участием вихревого поля $\boldsymbol{E}_r$.

1. Влияние непотенциальности электрического поля на инкремент нарастания волн в ионосферной плазме исследовалось в работах [1–3]. Показано, что учет вихревого электрического поля приводит к увеличению инкремента нарастания волн. В F-области ионосферы при условии

$$\nu_i^2/\omega_{Hi}^2 \ll k_z^2/k^2 \ll m_e\nu_e/m_i\nu_i \qquad (1)$$

(ось z направлена вдоль геомагнитного поля) инкремент нарастания непотенциальных волн, связанных с токовой неустойчивостью, равен [1]

$$\gamma = \frac{(\boldsymbol{k}\boldsymbol{U}_0)^2}{\nu_i}\left(\frac{m_e\nu_e}{m_i\nu_i}\right)^2\left[1+\frac{\omega_{0e}^2}{k^2c^2}\frac{m_i\nu_i^2}{m_e\nu_e^2}\frac{k_\perp^2}{k^2}\right]-D_0k_z^2, \qquad (2)$$

где $\boldsymbol{U}_0=\boldsymbol{V}_0^i-\boldsymbol{V}_0^e$, $D_0=(T_i+T_e)/m_i\nu_i$, m_α, T_α, $\boldsymbol{V}_0^\alpha$, $\omega_{0\alpha}$, ν_α — масса, температура, скорость, плазменная частота и частота соударений зарядов сорта α с нейтралами, $\alpha=e,i$, e — индекс электронов, i — ионов, k_z, $k_\perp$ — компоненты волнового вектора $\boldsymbol{k}$ вдоль геомагнитного поля $\boldsymbol{B}_0$ и ортогональные $\boldsymbol{B}_0$.

В E-области ионосферы при условии

$$1\gg k_z^2/k^2\gg m_e\nu_e/m_i\nu_i \qquad (3)$$

$$\gamma = \frac{(\boldsymbol{k}\boldsymbol{U}_0)^2}{\nu_i}\left(\frac{m_e\nu_e}{m_i\nu_i}\frac{k^2}{k_z^2}\right)^2\left[1+\frac{\omega_{0e}^2}{k^2c^2}\frac{m_i\nu_i^2}{m_e\nu_e^2}\frac{k_\perp^2k_z^2}{k^4}\right]-D_0k^2. \qquad (4)$$

В выражениях (2), (4) вторые слагаемые в квадратных скобках описывают влияние непотенциальности поля на инкременты нарастания волн. При $k<10^{-2}\,м^{-1}$ и k_z, удовлетворяющих условиям (1) или (3), нарастание волн происходит в основном за счет вихревого поля.

В настоящей работе проведен анализ обмена энергией волны с плазмой, показано, что вихревое электрическое поле волны, при выполнении условий $\omega_{0e}^2/k^2c^2\gg 1$ и (1) или (3), дает больший вклад в энергобаланс волны с плазмой, чем электростатическое поле. Приведенный анализ раскрывает физическую сущность влияния непотенциальности волн на их нарастание.

2. Взаимодействие волны с плазмой будем описывать системой квазигидродинамических уравнений движения заряженных частиц совместно с уравнениями непрерывности и уравнениями поля:

$$\frac{\partial\boldsymbol{V}_\alpha}{\partial t}+(\boldsymbol{V}_\alpha\nabla)\boldsymbol{V}_\alpha=-\frac{v_{T\alpha}^2\nabla n_\alpha}{n_\alpha}+\frac{q_\alpha}{m_\alpha}\left(\boldsymbol{E}+\frac{1}{c}[\boldsymbol{V}_\alpha,\boldsymbol{B}]\right)-\nu_\alpha\boldsymbol{V}_\alpha; \qquad (5)$$

$$(\partial n_\alpha/\partial t)+\mathrm{div}\,(n_\alpha \boldsymbol{V}_\alpha)=0; \tag{6}$$

$$\mathrm{div}\ \boldsymbol{E}=4\pi\sum_\alpha q_\alpha n_\alpha; \tag{7}$$

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}; \tag{8}$$

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{B}=\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}+\frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j}, \tag{9}$$

где $\boldsymbol{V}_\alpha$ — скорость частиц сорта α, n_α — плотность заряженных частиц, q_α, m_α, ν_α — заряд, масса, частота столкновений частиц сорта α с нейтралами, $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$ — электрическое и магнитное поля, $\boldsymbol{j}$ — плотность тока, $v_{T\alpha}^2=T_\alpha/m_\alpha$, T_α — температура частиц сорта α.

Обычным способом линеаризуем систему уравнений (6)—(9), предполагая, что в плазме существуют слабые отклонения от стационарного состояния:

$$\boldsymbol{V}_\alpha=\boldsymbol{V}_{0\alpha}+\boldsymbol{V}_{1\alpha},\ \ \boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_0+\boldsymbol{E}_1,\ \ \boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_0+\boldsymbol{B}_1,\ n_\alpha=n_0+n_{1\alpha},$$

причем

$$|\boldsymbol{V}_{1\alpha}|\ll|\boldsymbol{V}_{1\alpha}|,\quad |\boldsymbol{E}_1|\ll|\boldsymbol{E}_0|,\quad |\boldsymbol{B}_1|\ll|\boldsymbol{B}_0|,\quad |n_{1\alpha}|\ll|n_0|$$

и все возмущенные величины $V_{1\alpha}$, $n_{1\alpha}$, $\boldsymbol{E}_1$, $\boldsymbol{B}_1$ пропорциональны $\exp\{i(\omega t-\boldsymbol{kr})\}$ ($\boldsymbol{k}$ — волновой вектор). В дальнейшем индекс 1 у возмущенных величин опускаем.

Далее полагаем $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_p+\boldsymbol{E}_r$, $\boldsymbol{E}_p=\boldsymbol{k}(\boldsymbol{kE}_p)/k^2$ — потенциальное электрическое поле и $\boldsymbol{E}_r$ — вихревое электрическое поле, для которых справедливо

$$[\boldsymbol{kE}_p]=0,\quad (\boldsymbol{kE}_r)=0. \tag{10}$$

Учитывая сделанные предположения, из уравнений (8), (9) определим компоненты электрического поля вдоль магнитного поля и ортогонально ему:

$$E_{p\perp}=i\,(4\pi/\omega)\,j_\perp,\quad E_{r\parallel}=-i\,(4\pi\omega/k^2c^2)\,j_\parallel\,. \tag{11}$$

Уравнение (5) запишем в виде

$$(\partial \boldsymbol{V}_\alpha/\partial t)+(\boldsymbol{V}_\alpha\nabla)\boldsymbol{V}_\alpha=$$

$$=-\frac{v_{T\alpha}^2\nabla n_\alpha}{n_{0\alpha}}+\frac{q_\alpha \boldsymbol{E}}{m_\alpha}+\omega_{H\alpha}[\boldsymbol{V}_\alpha,\boldsymbol{e}_z]-\frac{q_\alpha}{m_\alpha}\frac{\boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{0\alpha}}{\omega}E_{r\parallel}-\nu_\alpha \boldsymbol{V}_\alpha, \tag{12}$$

$$\omega_{H\alpha}=q_\alpha|\boldsymbol{B}_0|/m_\alpha c,\quad \boldsymbol{e}_z=\boldsymbol{B}/|B_0|.$$

Из уравнений (8), (9) получим уравнение энергетического баланса:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E^2+B^2}{8\pi}\right)+(\boldsymbol{Ej})=-\frac{c}{4\pi}\,\mathrm{div}\,[\boldsymbol{E},\boldsymbol{B}]. \tag{13}$$

Первый член соотношения (13) характеризует изменение плотности энергии электрического и магнитного полей со временем, связанное с распространяющимися волновыми возмущениями $W_E+W_M=(E^2+$ $+B^2)/8\pi$, второй член (13) определяет скорость отбора заряженными частицами (электронами, ионами) энергии от поля.

Член в правой части соотношения (13) — поток энергии распространяющейся волны (вектор Умова — Пойнтинга).

Преобразуем второй член соотношения (13):

$$\boldsymbol{Ej}=\boldsymbol{E}\Big(\sum_\alpha q_\alpha n_\alpha \boldsymbol{V}_{0\alpha}+q_\alpha n_{0\alpha}\boldsymbol{V}_\alpha\Big)=\sum_\alpha q_\alpha n_\alpha(\boldsymbol{E}\boldsymbol{V}_{0\alpha})+q_\alpha n_{0\alpha}(\boldsymbol{E}\boldsymbol{V}_\alpha). \tag{14}$$

Из соотношения (12) выразим $\boldsymbol{E}$ и подставим в уравнение (14), тогда получим соотношение (14) в виде (П.1.6)

$$\boldsymbol{E}\boldsymbol{j}=\sum_{\alpha}\frac{\partial}{\partial t}W_{\alpha}+\nabla \boldsymbol{P}_{\alpha}+Q_{\alpha}-D_{\alpha}-B_{\alpha},$$

где

$$\begin{gathered}W_{\alpha}=n_0m_{\alpha}(V_{\alpha}^2/2)+m_{\alpha}\boldsymbol{V}_{0\alpha}\boldsymbol{V}_{\alpha}n_{\alpha},\quad \boldsymbol{P}_{\alpha}=m_{\alpha}n_{\alpha}V_{0\alpha}^2\boldsymbol{V}_{\alpha}+n_0m_{\alpha}V_{\alpha}^2\boldsymbol{V}_{0\alpha},\\ D_{\alpha}=T_{\alpha}\left(\boldsymbol{V}_{\alpha}+\boldsymbol{V}_{0\alpha}n_{\alpha}n_{0\alpha}^{-1}\right)\nabla n_{\alpha},\\ Q_{\alpha}=m_{\alpha}n_0\nu_{\alpha}V_{\alpha}^2+2m_{\alpha}n_{\alpha}\nu_{\alpha}(\boldsymbol{V}_{0\alpha}\boldsymbol{V}_{\alpha}),\\ B_{\alpha}=n_{\alpha}q_{\alpha}(\boldsymbol{E}_0\boldsymbol{V}_{\alpha})+q_{\alpha}n_{0\alpha}\frac{\boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{0\alpha}}{\omega}\left(V_{\alpha}+V_{0\alpha}\frac{n_{\alpha}}{n_{0\alpha}}\right)E_{r\parallel}.\end{gathered}\tag{15}$$

Выясним физический смысл членов уравнения (15).

Очевидно, член W_{α} определяет приращение энергии частиц плазмы, связанное с волной в плазме,

$$W_{\alpha}=\langle(m_{\alpha}/2)(n_{0\alpha}+n_{\alpha})(\boldsymbol{V}_0+\boldsymbol{V}_{\alpha})^2-(m_{\alpha}/2)n_{0\alpha}V_{0\alpha}^2\rangle,$$

вектор $\boldsymbol{P}_{\alpha}$ — связанный с волной поток кинетической энергии,

$$\boldsymbol{P}_{\alpha}=m_{\alpha}\boldsymbol{V}_0\boldsymbol{V}_{\alpha}\boldsymbol{j}_{\alpha}=m_{\alpha}\boldsymbol{V}_{0\alpha}\boldsymbol{V}_{0\alpha}(n_{\alpha}\boldsymbol{V}_{0\alpha}+n_0\boldsymbol{V}_{\alpha})\boldsymbol{V}_{\alpha}.$$

Член Q_{α} ответствен за потери энергии на столкновениях заряженных частиц с нейтральными при наличии волны в плазме:

$$Q_{\alpha}=\langle m_{\alpha}\nu_{\alpha}((\boldsymbol{V}_0+\boldsymbol{V}_{\alpha})^2-V_0^2(n_0+n_{\alpha}))\rangle.$$

Наконец, B_{α} характеризует отбор энергии частицами плазмы от постоянного электрического поля, причем за счет энергии этого поля и происходит нарастание волн. В отсутствие постоянного электрического поля, направленного вдоль магнитного поля, запишем

$$B_{\alpha}=n_{\alpha}q_{\alpha}\boldsymbol{E}_0\boldsymbol{V}_{\alpha}+n_0q_{\alpha}\frac{\boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{0\alpha}}{\omega}E_{r\parallel}V_{\alpha}.\tag{16}$$

Второй член соотношения (16) определяет отбор энергии заряженными частицами за счет вихревого электрического поля волны.

3. Проведем оценки эффекта непотенциальности волн в энергобалансе волны с плазмой. Найдем $\boldsymbol{E}\boldsymbol{j}$, учитывая наличие вихревого электрического поля волны $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_p+\boldsymbol{E}_r$:

$$\boldsymbol{E}\boldsymbol{j}=\sum_{\alpha}q_{\alpha}n_{\alpha}\frac{\boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{0\alpha}}{k^2}(\boldsymbol{k}\boldsymbol{E}_p)+q_{\alpha}n_0\frac{\boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{\alpha}}{k^2}(\boldsymbol{k}\boldsymbol{E}_p)+q_{\alpha}n_0E_{r\parallel}V_{\parallel}.\tag{17}$$

Из уравнения (6) выразим $n_{\alpha}=n_0\boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{\alpha}/(\omega-\boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{0\alpha})$, тогда

$$\boldsymbol{E}\boldsymbol{j}=\sum_{\alpha}n_0q_{\alpha}\omega\frac{\boldsymbol{k}\boldsymbol{E}_p}{k^2}\frac{\boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{\alpha}}{\omega-\boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{0\alpha}}+n_0q_{\alpha}E_{r\parallel}V_{\parallel}.\tag{18}$$

Учитывая соотношение, вытекающее из уравнения непрерывности,

$$-i\frac{\boldsymbol{k}\boldsymbol{E}_p}{4\pi}=\sum_{\alpha}q_{\alpha}n_{\alpha}=\sum_{\alpha}q_{\alpha}n_0\frac{\boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{\alpha}}{\omega-\boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{0\alpha}},\tag{19}$$

получаем

$$\boldsymbol{E}\boldsymbol{j}=-i\omega\frac{(\boldsymbol{k}\boldsymbol{E}_p)^2}{4\pi k^2}+\sum_{\alpha}n_0q_{\alpha}E_{r\parallel}V_{\parallel}.\tag{20}$$

После подстановки $E_{r\parallel}$ из (11) и учитывая, что $j_\parallel = \sum_\alpha q_\alpha n_0 V_{\parallel\alpha}$, так как $E_{\parallel 0} \sim 0$, $V_{\parallel 0} \approx 0$, получим

$$\mathrm{Re}(\boldsymbol{E}\boldsymbol{j}) = \frac{1}{2}(\boldsymbol{E}^*\boldsymbol{j} + \boldsymbol{E}\boldsymbol{j}^*) = \frac{\gamma(\boldsymbol{k}\boldsymbol{E}_p)^2}{k^2} + \gamma\frac{4\pi e^2 n_0}{k^2c^2} V_{\parallel e} V^*_{\parallel e}. \quad (21)$$

Здесь учтено, что $\omega \to \omega + i\gamma$, а также пренебрежено вкладом ионного члена по сравнению с электронным $V_{\parallel i}/V_{\parallel e} \sim m_e\nu_e/m_i\nu_i \ll 1$ (звездочкой обозначены комплексно-сопряженные величины). Далее подставим значение $V_{\parallel\alpha}$, определенное соотношением (П.2.4):

$$V_{\parallel\alpha} = \frac{1}{\Delta_\alpha}\left(-\gamma_\alpha k_x k_z E'_{px} + \left(1 + \gamma_\alpha k_x^2 + \frac{\omega_{H\alpha}^2}{\nu_\alpha^2}\right) E'_{pz}\right), \quad (22)$$

или

$$V_{\parallel\alpha} = \frac{1 + (\omega_{H\alpha}^2/\nu_\alpha^2)}{\Delta_\alpha}\,\frac{k_z \boldsymbol{k}\boldsymbol{E}'_p}{k^2}, \quad \gamma_\alpha = -\frac{iv_{T\alpha}^2}{\nu_\alpha(\omega - \boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{0\alpha})}, \quad E'_p = \frac{q_\alpha}{m_\alpha\nu_\alpha}E_p,$$

$$\Delta_\alpha = 1 + \frac{\omega_{H\alpha}^2}{\nu_\alpha^2} + \gamma_\alpha \tilde{k}^2, \quad \tilde{k}^2 = k^2\left(1 + \frac{k_z^2}{k^2}\,\frac{\omega_{H\alpha}^2}{\nu_\alpha^2}\right).$$

Окончательно получаем

$$\mathrm{Re}(\boldsymbol{E}\boldsymbol{j}) = \frac{\gamma}{4\pi}\,\frac{(\boldsymbol{k}\boldsymbol{E}_p)^2}{k^2}\left[1 + \frac{\omega_{0e}^4}{k^2c^2\nu_e^2}\,\frac{k_z^2}{k^2}\left(1 + \frac{\tilde{k}^4 v_{Te}^4 \nu_e^2}{\omega_{He}^4(\omega - \boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{0e})^2}\right)^{-1}\right]. \quad (23)$$

Если предположим, что выполнено условие $k_z^2\omega_{He}^2/k^2\nu_e^2 \gg 1$,

$$\mathrm{Re}(\boldsymbol{E}\boldsymbol{j}) = \frac{\gamma(\boldsymbol{k}\boldsymbol{E}_p)^2}{4\pi k^2}\left[1 + \frac{k_z^2}{k^2}A\right] = \frac{\gamma(\boldsymbol{k}\boldsymbol{E}_p)^2}{4\pi k^2}[1 + \beta], \quad (24)$$

$$A = \frac{\omega_{0e}^4}{k^2c^2\nu_e^2}\left(1 + \frac{k_z^4 v_{Te}^4}{\nu_e^2(\omega - \boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{0e}^2)^2}\right)^{-1}, \quad \beta = \frac{k_z^2}{k^2}A.$$

Второй член в квадратной скобке выражения (24) определяет влияние непотенциальности волн. Оценки членов соотношения (24) при некоторых средних значениях параметров, характерных для E- и F-областей ионосферы, приведены в табл. 1.

Таблица 1

	ω_{0e}, c^{-1}	ω_{0i}, c^{-1}	ν_e, c^{-1}	ν_i, c^{-1}	v_{Te}, м/с	v_{Ti}, м/с	ω_{He}, c^{-1}	ω_{Hi}, c^{-1}
E	10^7	10^5	$2\cdot10^4$	$2\cdot10^3$	$7\cdot10^4$	$3\cdot10^4$	$8\cdot10^6$	$2\cdot10^2$
F	$5\cdot10^7$	$3\cdot10^5$	$1{,}5\cdot10^3$	5	10^5	$8\cdot10^2$	$8\cdot10^6$	$3\cdot10^2$

Для волн с законом дисперсии в области E, F

$$\omega = \frac{R\boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{0i} + \boldsymbol{k}\boldsymbol{V}_{0e}}{1 + R}, \quad R_E = \frac{\nu_i}{\nu_e}\,\frac{m_i}{m_e}\,\frac{k_z^2}{k^2}, \quad R_F = \frac{m_i}{m_e}\,\frac{\nu_i}{\nu_e},$$

полагая значение дрейфовой скорости электронов $u_0 \sim 4\cdot10^2$ м/с, и для волн с масштабом $k \sim 5\cdot10^3$ м$^{-1}$, $k_z/k \sim 0{,}1$, получаем соответствующие оценки для E- и F-областей ионосферы:

$$A_E \simeq 10^7, \quad \beta_E \simeq 10^5, \quad A_F \simeq 7{,}3\cdot10^{11}, \quad \beta_F \simeq 7{,}3\cdot10^9.$$

Из выражения (24) видно, что вклад члена, обусловленного непотенциальностью волн, существенно зависит от угла между направлением распространения волны и направлением, ортогональным магнитному полю ($\sin^2\psi = k_z^2/k^2$). Этот член оказывается существенным при $k_z^2/k^2 \sim A^{-1}$. Таким образом, углы ψ, при которых непотенциальность волн становится существенной, можно оценить из условия $\psi \sim \arcsin A^{-1/2}$. Так, в области $E - \psi_E \sim 3\cdot 10^{-4} \simeq 0{,}02°$, а в области $F - \psi_E \sim 1{,}2\cdot 10^{-6}$ (т. е. практически всегда для $\psi>0$). Таким образом, учет непотенциальности волн особенно важен для F-области, а для E-области он важен при возбуждении волн в направлениях, отличных от направления, ортогонального магнитному полю. Заметим, что в этом случае при $\psi_E>0{,}02°$ и $\psi_F>0$ основная работа тока происходит за счет вихревого электрического поля волны.

Итак, на основании проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

1) Учет непотенциальности волн вносит существенные изменения в энергетический баланс волны с плазмой. Электростатическое поле низкочастотных волн в ионосферной плазме сдвинуто по фазе относительно тока j примерно на $-\pi/2$, вихревое поле волны E_r синфазно с током. Вследствие этого $\langle jE_r\rangle > \langle jE_p\rangle$ и работа по передаче энергии от плазмы к волнам (при $\gamma>0$) или от волны к плазме ($\gamma<0$) происходит с участием вихревого поля. Этот эффект наиболее важен для F-области ионосферы.

2) Непотенциальность волн особенно важна для волн, распространяющихся под углами $\psi>\arcsin(\nu_e/\omega_{He})$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Из уравнения (9) определим E:

$$E = (m_\alpha/q_\alpha)\left\{\left(\frac{\partial V_\alpha}{\partial t} + V_{0\alpha}\nabla\right)V_\alpha + \frac{v_{T\alpha}^2\nabla n_\alpha}{n_0} - \right.$$
$$\left. - \omega_{He}\,[V_\alpha, e_z] + \frac{q_\alpha k V_{0\alpha}}{m_\alpha\omega}E_{r\parallel} + \nu_\alpha V_\alpha\right\}. \qquad (\text{П}.1.1)$$

Подставляя (П.1.1) в соотношение (11), получим

$$Ej = \sum_\alpha m_\alpha n_\alpha V_{0\alpha}\frac{\partial V_\alpha}{\partial t} + m_\alpha n_\alpha V_{0\alpha}(V_{0\alpha}\nabla)V_\alpha - T_\alpha\frac{n_\alpha\nabla n_\alpha}{n_0}V_{0\alpha} -$$
$$- m_\alpha n_\alpha V_{0\alpha}\omega_{H\alpha}[V_\alpha, e_z] + n_\alpha V_{0\alpha}q_\alpha\frac{kV_{0\alpha}}{\omega}E_{r\parallel} + m_\alpha n_\alpha\nu_\alpha V_{0\alpha}V_\alpha +$$
$$+ n_{0\alpha}m_\alpha\frac{\partial}{\partial t}\frac{V_\alpha^2}{2} + n_{0\alpha}m_\alpha V_\alpha(V_{0\alpha}\nabla)V_\alpha - T_\alpha\nabla n_\alpha V_\alpha + V_\alpha n_{0\alpha}q_\alpha\frac{kV_0}{\omega}E_{r\parallel} - \qquad (\text{П}.1.2)$$
$$- n_0 m_\alpha\nu_\alpha V_\alpha^2 + m_\alpha V_\alpha V_0\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} - m_\alpha V_\alpha V_0\frac{\partial n_\alpha}{\partial t}.$$

К этому соотношению прибавили и вычли член $m_\alpha V_\alpha V_0(\partial n_\alpha/\partial t)$. Затем, используя уравнение непрерывности (2), найдем

$$-m_\alpha V_\alpha V_0\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} = m_\alpha n_0 V_\alpha V_0(\nabla V_\alpha) + m_\alpha(V_\alpha V_0)(V_0\nabla n_\alpha). \qquad (\text{П}.1.3)$$

С учетом (П.1.3) запишем соотношение (П.1.2) в виде

$$Ej = \sum_\alpha\frac{\partial}{\partial t}\left(n_{0\alpha}m_\alpha\frac{V_\alpha^2}{2} + m_\alpha V_{0\alpha}V_\alpha n_\alpha\right) + \nabla\left(m_\alpha n_\alpha V_{0\alpha}^2 V_\alpha + n_0 m_\alpha V_0 V_\alpha^2\right) -$$

$$-T_\alpha\left(V_\alpha+V_{0\alpha}\frac{n_\alpha}{n_0}\right)\nabla n+q_\alpha\frac{kV_{0\alpha}}{\omega}n_\alpha\left(V_{0\alpha}\frac{n_\alpha}{n_{0\alpha}}+V_\alpha\right)E_{r\parallel}+$$

$$+m_\alpha\nu_\alpha n_0V_\alpha^2+m_\alpha n_\alpha\nu_\alpha V_{0\alpha}V_\alpha+m_\alpha n_\alpha\omega_{H\alpha}V_{0\alpha}[V_\alpha, e_z]. \tag{П.1.4}$$

Умножая на V_α уравнение нулевого приближения, определим

$$(q_\alpha/m_\alpha)E_0+\omega_{H\alpha}[V_{0\alpha}, e_z]-\nu_\alpha V_{0\alpha}=0,$$

$$\omega_{H\alpha}V_0[V_\alpha, e_z]=(q_\alpha/m_\alpha)E_0V_\alpha-\nu_\alpha V_{0\alpha}V_\alpha. \tag{П.1.5}$$

Подставляя соотношение (П.1.5) в (П.1.4), получаем окончательно

$$Ej=\sum_\alpha\frac{\partial}{\partial t}\left(n_{0\alpha}m_\alpha\frac{V_\alpha^2}{2}+m_\alpha V_{0\alpha}V_\alpha n_\alpha\right)+\nabla\left(m_\alpha n_\alpha V_{0\alpha}^2V_\alpha+n_0m_\alpha V_0V_\alpha^2\right)-$$

$$-T_\alpha\left(V_\alpha+V_{0\alpha}\frac{n_\alpha}{n_{0\alpha}}\right)\nabla n_\alpha+q_\alpha n_{0\alpha}\frac{kV_{0\alpha}}{\omega}\left(V_\alpha+V_0\frac{n_\alpha}{n_{0\alpha}}\right)E_{r\parallel}+m_\alpha\nu_\alpha n_0V_\alpha^2+$$

$$+2m_\alpha n_\alpha\nu_\alpha V_{0\alpha}V_\alpha-n_\alpha q_\alpha E_0V_\alpha. \tag{П.1.6}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Из уравнения (1), пренебрегая инерцией заряженных частиц, что справедливо для низкочастотных волн $\partial/\partial t\ll\nu_\alpha, \omega_{H\alpha}$, т. е. $\omega\ll\nu_\alpha, \omega_{H\alpha}$, получаем

$$V_\alpha=\frac{q_\alpha E}{m_\alpha\nu_\alpha}+\frac{\omega_{H\alpha}}{\nu_\alpha}[V_\alpha, e_z]-\frac{v_{T\alpha}^2\nabla n}{n_\alpha\nu_\alpha}-\frac{q_\alpha}{m_\alpha\nu_\alpha}\frac{kV_{0\alpha}}{\omega}E_{r\parallel} \tag{П.2.1}$$

или, учитывая, что $E_\parallel=-i4\pi\omega j_\parallel/k^2c^2$, $j_\parallel=en_0(v_{\parallel i}-v_{\parallel e})$, а также $|v_{\parallel e}|/|v_{\parallel i}|\simeq M\nu_i/m\nu_e\gg1$, для скорости частиц имеем уравнение

$$V_\alpha=E'+\frac{\omega_{H\alpha}}{\nu_\alpha}[V_\alpha, e_z]-\gamma_\alpha k(kV_\alpha)-i\delta_\alpha V_{\parallel e}. \tag{П.2.2}$$

Здесь обозначено

$$E'=\frac{q_\alpha}{m_\alpha\nu_\alpha}E,\quad \gamma_\alpha=-i\frac{v_{T\alpha}^2}{(\omega-kV_{0\alpha})\nu_\alpha},\quad \delta_\alpha=\frac{q_\alpha}{m_\alpha\nu_\alpha}\frac{4\pi en_0}{k^2c^2}kV_{0\alpha}.$$

Запишем в матричной форме соотношение (П.2.2):

$$\hat{A}V_\alpha=E', \tag{П.2.3}$$

$$\hat{A}=\begin{pmatrix}1+\gamma_\alpha k_x^2, & \gamma_\alpha k_xk_y-\dfrac{\omega_{H\alpha}}{\nu_\alpha}, & \gamma_\alpha k_xk_z\\ \gamma_\alpha k_xk_y+\dfrac{\omega_{H\alpha}}{\nu_\alpha}, & 1+\gamma_\alpha k_y^2, & \gamma_\alpha k_yk_z\\ \gamma_\alpha k_xk_z, & \gamma_\alpha k_yk_z, & 1+\gamma_\alpha k_z^2+i\delta_\alpha\end{pmatrix}.$$

Учитывая, что $|\delta_e|\ll1$, так как $\omega_{0e}^2kV_{0e}/k^2c^2\nu_e\ll1$, $|\delta_e|\gg|\delta_i|$, определим скорость заряженных частиц

$$V_\alpha=\hat{\mu}_\alpha E, \tag{П.2.4}$$

$$\hat{\mu}_\alpha=(1/\Delta_\alpha)\times$$

$$\times\begin{pmatrix} 1+\gamma_\alpha(k_y^2+k_z^2), & \frac{\omega_{H\alpha}}{\nu_\alpha}(1+\gamma_\alpha k_z^2)-\gamma_\alpha k_x k_y, & -\gamma_\alpha k_x k_z-\gamma_\alpha k_y k_z\frac{\omega_{H\alpha}}{\nu_\alpha} \\ -\gamma_\alpha k_x k_y-\frac{\omega_{H\alpha}}{\nu_\alpha}(1+\gamma_\alpha k_z^2), & 1+\gamma_\alpha(k_x^2+k_z^2), & -\gamma_\alpha k_y k_z+\gamma_\alpha k_x k_z\frac{\omega_{H\alpha}}{\nu_\alpha} \\ \frac{\omega_{H\alpha}}{\nu_\alpha}\gamma_\alpha k_y k_z-\gamma_\alpha k_x k_z, & -\gamma_\alpha k_y k_z-\frac{\omega_{H\alpha}}{\nu_\alpha}\gamma_\alpha k_x k_z, & 1+\gamma_\alpha(k_x^2+k_y^2)+\frac{\omega_{H\alpha}^2}{\nu_\alpha^2} \end{pmatrix},$$

$$\Delta_\alpha = 1+\gamma_\alpha k^2+\frac{\omega_{H\alpha}^2}{\nu_\alpha^2}(1+\gamma_\alpha k_z^2) = 1+\frac{\omega_{H\alpha}^2}{\nu_\alpha^2}+\gamma_\alpha \tilde{k}^2,$$

$$\tilde{k}^2 = k^2\left(1+\frac{k_z^2}{k^2}\,\frac{\omega_{H\alpha}^2}{\nu_\alpha^2}\right).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершман Б. Н., Каменецкая Г. Х. — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, **16**, № 7, с. 988.
2. Kaw P. K., Chaturvedi P. K., Ivanov A. A. — J. Geophys. Res., 1974, **79**, № 25, p. 3802.
3. Cunold D. M. — J. Geophys. Res., 1969, **74**, № 24, p. 5709.

Могилевский государственный педагогический институт

Поступила в редакцию 22 октября 1984 г.

ENERGY BALANCE OF PLASMA AND WAVE TAKING INTO ACCOUNT WAVE NONPOTENTIALITY

M. G. Gel'berg, A. V. Volosevich

It is shown that the potential electric field $\boldsymbol{E}_p$ of low frequency plasma waves in the ionosphere is phase-shifted approximately by $-\pi/2$ relative to current fluctuations $\boldsymbol{j}$. Vortex field component $\boldsymbol{E}_r$ is almost cophased with current. Therefore a work of energy transfer between plasma and wave generally takes place with vortex field $\boldsymbol{E}_r$.