

УДК 621.396.24:551.510.535

## ФЛУКТУАЦИИ И УШИРЕНИЕ ПЕЛЕНГА КОРОТКИХ РАДИОВОЛН НА РАДИОТРАССАХ

А. В. Гуревич, Е. Е. Цедилина

На основе уравнения переноса излучения рассмотрены эффекты, связанные с многократным рассеянием коротких радиоволн в ионосфере. Получены выражения для функции распределения плотности энергии, дисперсии и сдвига пеленга. Показано, что теория находится в достаточном соответствии с экспериментальными данными. Путем их сопоставления дана оценка величины коэффициента диффузии лучей и возмущения концентрации в неоднородностях.

В [1-4] рассматривалось многократное рассеяние коротких радиоволн на неоднородностях электронной плотности при распространении их в ионосферных волновых каналах. Там изучены эффекты, связанные с диффузией лучей в вертикальной плоскости из-за рассеяния их по адиабатическому инварианту и фазе осцилляций. Рассеянием в горизонтальной плоскости при этом пренебрегалось. В настоящей работе, напротив, рассматривается диффузия лучей по горизонтальным углам, приводящая к расширению пучков и искажению азимутального угла прихода и увеличению флуктуаций пеленга.

**Функция распределения интенсивности пучка.** В условиях многократного рассеяния в ионосфере распределение интенсивности в узком пучке радиоволн можно описывать с помощью функции распределения  $f(\theta, z, \varphi; \alpha, \beta)$  [4]. Здесь координаты  $\theta, z, \varphi$  характеризуют точку пространства:  $R_0\theta$  — расстояние вдоль оси пучка,  $\varphi$  — азимутальный угол в горизонтальном направлении,  $z$  — вертикальная координата. Углы  $\alpha$  и  $\beta$  характеризуют направление лучей в пучке в данной точке пространства  $\theta, z, \varphi$ :  $\alpha$  — угол с горизонталью  $z = \text{const}$ ,  $\beta$  — угол с направлением  $\varphi = \text{const}$  в горизонтальной плоскости. Функция распределения  $f$  описывается уравнением переноса излучения. Она пропорциональна плотности энергии излучения  $\omega$  в данной точке  $\theta, z, \varphi$ ; коэффициент пропорциональности определяется условиями нормировки.

Будем интересоваться рассеянием лишь в горизонтальном направлении. Примем поэтому, что распределение в пучке по вертикальным координатам  $\alpha$  и  $z$  (т. е. по адиабатическим инвариантам  $I$  и фазе осцилляций  $\Phi$ ) достаточно плавное, так что диффузия по ним несущественна. Распределение пучка по горизонтальным углам  $\varphi$  и горизонтальным азимутам  $\beta$  опишется тогда уравнением (см. [4], (5.34))

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} + \frac{\beta_1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \right) \frac{\partial f}{\partial \beta_1} = \frac{\partial}{\partial \beta} \left( D \frac{\partial f}{\partial \beta} \right). \quad (1)$$

Систему координат мы выбираем здесь таким образом, чтобы точка полюса  $\theta=0$  сферических координат  $\theta$  и  $\varphi$  была совмещена с точкой излучения пучка. Рассеяние начинается в ионосфере при некотором значении  $\theta=\theta_0$ . При этом

$$\beta_1 = \beta / \text{ctg } \theta_0. \quad (2)$$

Многократное рассеяние в ионосфере происходит на неоднородностях, масштаб которых много больше длины волны коротких радиоволн. При этом главный вклад вносит рассеяние на малые углы, благодаря чему

оно носит диффузионный характер, что и использовано при записи уравнения (1). Здесь

$$D = R_0 D_\beta, \quad (3)$$

где  $R_0$  — радиус Земли,  $D_\beta$  — коэффициент диффузии из-за рассеяния по горизонтальным углам  $\beta$ , для простоты будем его принимать постоянным:  $D_\beta = D_0$ ,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды.

Граничное условие к уравнению (1) при  $\theta = \theta_0$  определяется свойствами излучателя и задается в виде

$$f = f_0(\theta_0, \varphi_0, \beta_0) = \omega_0 \operatorname{ctg} \varphi_0 Y_0(\varphi_0) \delta(\beta_0). \quad (5)$$

Здесь  $\omega_0 \operatorname{ctg} \varphi_0 Y_0(\varphi_0)$  — плотность энергии в точке  $\theta_0, \varphi_0$ , пропорциональная полной мощности излучения и диаграмме направленности антенны излучателя  $Y_0(\varphi_0)$  по горизонтальным углам  $\varphi_0$ .

Рассмотрим для простоты сферически-симметричную ионосферу ( $\partial \varepsilon / \partial \varphi = 0$ ). В этом случае уравнение (1) принимает простой вид:

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} + \frac{\beta_1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} = D_{10} \frac{\partial^2 f}{\partial \beta_1^2}; \quad (6)$$

$$D_{10} = D / \operatorname{ctg}^2 \theta_0. \quad (7)$$

В (3) мы перешли к углу  $\beta_1$ . Тогда граничное условие (2) запишется:

$$f_0(\theta_0, \varphi_0, \beta_{10}) = \omega_0 Y(\varphi_0) \delta(\beta_{10}). \quad (7a)$$

Его решение естественно искать в виде интеграла Фурье

$$f = (2\pi)^{-2} \int \exp(ik_\varphi \varphi + ik_{\beta_1} \beta_1) f_k(\theta, k_\varphi, k_{\beta_1}) dk_\varphi dk_{\beta_1}. \quad (8)$$

Учитывая (8), имеем из (6)

$$\frac{\partial f_k}{\partial \theta} - \frac{k_\varphi}{\sin^2 \theta} \frac{\partial f_k}{\partial k_{\beta_1}} = -D_{10} k_{\beta_1}^2 f_k. \quad (9)$$

Уравнение характеристик для (9)

$$\frac{dk_{\beta_1}}{d\theta} = -\frac{k_\varphi}{\sin^2 \theta}, \quad \frac{df_k}{d\theta} = -D_{10} k_{\beta_1}^2 f_k.$$

Отсюда получим

$$k_{\beta_1} = k_{10} + k_\varphi (\operatorname{ctg} \theta - \operatorname{ctg} \theta_0), \quad (10)$$

$$f_k = f_{k_0}(k_{\beta_{10}}, k_{\varphi_0}) \exp \left\{ -D_{10} \int_{\theta_0}^{\theta} (k_{\beta_1})^2 d\theta \right\}.$$

Здесь  $f_{k_0}$  — функция от  $k_{\beta_{10}}$  и  $k_{\varphi_0}$ , заданная в начальной точке  $\theta = \theta_0$ . Для определения  $f_{k_0}$  воспользуемся граничным условием (7a). Имеем

$$\begin{aligned} f_{k_0} &= \int \exp(-ik_{\beta_1} \beta_{10} - ik_{\varphi_0} \varphi_0) f_0(\varphi_0, \beta_{10}) d\varphi_0 d\beta_{10} = \\ &= \omega_0 \int Y_0(\varphi_0) \exp(-ik_{\varphi_0} \varphi_0) d\varphi_0. \end{aligned} \quad (11)$$

Примем для определенности, что начальный пучок имеет гауссово распределение по углам  $\varphi_0$ :

$$Y_0(\varphi_0) = (1/\sqrt{\pi g_0}) \exp(-\varphi_0^2/g_0^2). \quad (12)$$

Параметр  $g_0$  характеризует угловую ширину пучка. Тогда

$$f_{k_0} = \omega_0 \exp(-k_{\varphi_0}^2 g_0^2/4). \quad (13)$$

Подставляя (13), (10) в (8) и производя необходимые вычисления, получим окончательно

$$f_0(\theta, \beta, \varphi; \theta_0) = \frac{\omega_0 \operatorname{ctg} \theta_0}{4\pi\sqrt{ab-d^2}} \exp\left\{-\frac{\varphi^2}{4a} - \frac{a(\beta+d\varphi/a)^2}{4(ab-d^2)}\right\}, \quad (14)$$

где

$$a = \frac{g_0^2}{4} + D \left[ (\theta - \theta_0) \left( 1 - \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 \theta_0} \right) + \left( \frac{1}{\operatorname{ctg} \theta_0} - \frac{\operatorname{ctg} \theta}{\operatorname{ctg}^2 \theta_0} \right) - \frac{2}{\operatorname{ctg} \theta_0} \ln \frac{\sin \theta}{\sin \theta_0} \right], \quad b = D(\theta - \theta_0), \quad (15)$$

$$d = -D \left[ (\theta - \theta_0) - \frac{1}{\operatorname{ctg} \theta_0} \ln \frac{\sin \theta}{\sin \theta_0} \right].$$

В (14), (15) мы перешли к  $\beta$  и  $D$ .

В случае, когда  $\theta_0 \rightarrow 0$ , формулы (14), (15) принимают простой вид:

$$f = \frac{\omega_0 \operatorname{ctg} \theta_0}{4\pi g_0 \sqrt{D(\theta - \theta_0)}} \exp\left\{-\frac{\varphi^2}{g_0^2 + 4D(\theta - \theta_0)} - \left(\beta + \frac{d}{a}\varphi\right)^2 \left[\frac{g_0^2 D(\theta - \theta_0)}{g_0^2/4 + D(\theta - \theta_0)}\right]^{-1}\right\}, \quad (16)$$

$$a = (g_0^2/4) + D(\theta - \theta_0), \quad b = -d = D(\theta - \theta_0).$$

Отметим, что выше использовалось гауссово распределение по углам в начальном пучке (12). Нетрудно получить и общее решение при произвольной функции  $Y_0(\varphi_0)$ . В частности, при  $\theta_0 \rightarrow 0$  оно имеет вид

$$f(\theta, \varphi, \beta) = \frac{\omega_0 \operatorname{ctg} \theta_0}{2\sqrt{\pi D(\theta - \theta_0)}} \exp(-\beta^2/4D(\theta - \theta_0)) Y_0(\varphi - \beta). \quad (17)$$

При гауссовой функции  $Y_0(\varphi_0)$  решение (17) совпадает с (16).

**Уширение пучка.** Вид функции распределения (15), (16) показывает, во-первых, что вследствие рассеяния по горизонтальным углам начальный пучок постепенно расширяется по  $\varphi$ . Так, среднее квадратичное значение  $\overline{\varphi^2}$  по всему пучку

$$\overline{\varphi^2} = \frac{\int \varphi^2 f d\varphi d\beta}{\int f d\varphi d\beta} = \frac{1}{2} \{g_0^2 + 4D_0 R_0(\theta - \theta_0)\}. \quad (18)$$

Отсюда видно, что уширение особенно существенно для узких начальных пучков, когда  $g_0^2 < 4D_0 R_0(\theta - \theta_0)$ .

**Флуктуации и средний сдвиг пленки.** Возникает также уширение пучка по азимутальным углам прихода — уширение флуктуаций пленки  $\beta$  в точке прихода  $\theta, \varphi$ . Вычисляя дисперсию пленки согласно (16)

$$\sigma_\beta^2 = \overline{\beta^2} - \bar{\beta}^2, \quad (19)$$

$$\bar{\beta} = \int \beta f d\beta / \int f d\beta, \quad \overline{\beta^2} = \int \beta^2 f d\beta / \int f d\beta,$$

получим

$$\sigma_\beta = \sqrt{\overline{\beta^2} - \bar{\beta}^2} = \sqrt{\frac{2g_0^2 D_0 R_0(\theta - \theta_0)}{g_0^2 + 4D_0 R_0(\theta - \theta_0)}}. \quad (20)$$

Отсюда видно, что в широком пучке ( $g_0 \gg 4D_0R_0(\theta - \theta_0)$ )

$$\sigma_\beta = \sqrt{2D_0R_0(\theta - \theta_0)}, \quad (21)$$

т. е. дисперсия пленга увеличивается с расстоянием и пропорциональна коэффициенту диффузии в степени  $1/2$ . В узком пучке ( $g_0^2 \ll \ll 4D_0R_0(\theta - \theta_0)$ ) дисперсия

$$\sigma_\beta = g_0/\sqrt{2},$$

т. е. разброс пленга устанавливается постоянным и определяется шириной диаграммы направленности. Наконец, выражение (16) показывает, что в рассеивающей среде возникает сдвиг среднего направления пленга, зависящий от расстояния и коэффициента диффузии. Действительно, максимум пленга и среднее значение  $\bar{\beta}$ , как видно из (16), (19), соответствует не  $\beta = 0$  (пленг излучения), а

$$\beta = \bar{\beta} = - (d/a)\varphi. \quad (22)$$

При больших значениях  $\theta$  в условиях  $4D_0R_0(\theta - \theta_0) \geq g_0^2$  имеем  $d/a \rightarrow -1$  и средний сдвиг пленга  $\bar{\beta} \rightarrow \varphi$ . По оси пучка ( $\varphi = 0$ ) сдвига пленга не возникает, но на боковых направлениях  $\varphi \neq 0$  он может стать значительным. Таким образом, диффузия лучей приводит не только к уширению, но и к важному эффекту сдвига среднего пленга. Сдвиг среднего пленга не возникает только в том случае, если максимум приемной антенны пленгатора направлен строго на излучающую станцию. Во всех остальных случаях, как следует из (22), имеется существенный сдвиг средней величины пленга.

**Сравнение с экспериментом.** Сопоставим теорию с результатами работы Новожилова и Савельева [5], в которой изучалось изменение пленга за счет нелинейного рассеяния радиоволн, представленными на рис. 1.

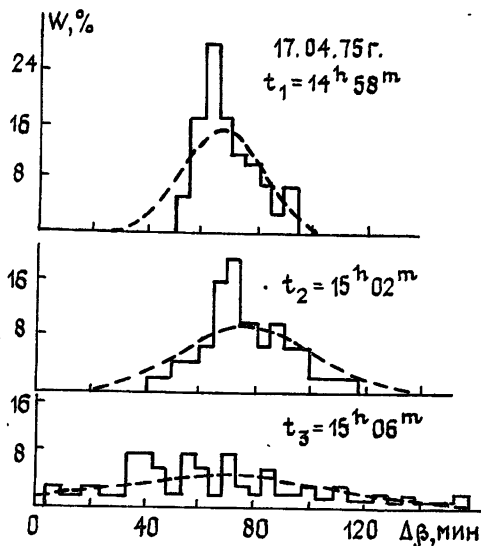


Рис. 1.

В табл. 1 приведены значения  $\bar{\beta}$  и  $\sigma_\beta$ , вычисленные по экспериментальным гистограммам распределения углов прихода в азимутальной плоскости, приведенным на рис. 1 для трех моментов времени  $t_1, t_2, t_3$ . Здесь также приведено значение коэффициента диффузии лучей  $D_0$ , вычисленного по формуле (21). Величина  $\sigma_\beta$  относительно невелика — меньше характерной ширины пучка:  $\sigma_\beta \ll g_0$ . Значение  $R_0\theta$  согласно [5] было равно 3000 км, соответственно путь луча до входа в ионосферу

$R_0\theta_0$  принят равным 600 км. Подчеркнем, что  $D_0$  — средний коэффициент диффузии лучей по трассе. Видно, что после включения мощного передатчика (моменты  $t_2$  и  $t_3$ ) существенно возросла дисперсия пеленга и значение коэффициента диффузии лучей, что свидетельствует о значительном усилении неоднородной структуры ионосферы под действием мощной радиоволны. В табл. 2 приведены полученные в эксперименте значения эффективного размера неоднородностей  $a$ , значения дисперсии разности фаз  $\overline{\delta\varphi^2}$  сигналов НЗ в пространственно разнесенных точках и коэффициента кросс-корреляции амплитуд  $R_A$ , а также вычисленные по этим величинам значения отношения  $\alpha$  дисперсии флуктуаций электронной концентрации в разные моменты времени,

$$\alpha = \frac{\overline{\Delta N_e^2(t_1)}}{\overline{\Delta N_e^2(t_2)}} \simeq \frac{\overline{\delta\varphi^2(t_1)} a(t_2) [1 - R_A(t_2)]}{\overline{\delta\varphi^2(t_2)} a(t_1) [1 - R_A(t_1)]}. \quad (23)$$

Заметим, что значения  $a$  и  $\alpha$  в [5] получены для теории однородного фазового экрана.

Таблица 1

$t$	$\bar{\beta}$ , мин	$\sigma_{\beta}$ , мин	$D_0$ , 1/см
$t_1$	67,85	14,5	$3,7 \cdot 10^{-14}$
$t_2$	74,3	22,9	$9,2 \cdot 10^{-14}$
$t_3$	69,6	44,2	$3,4 \cdot 10^{-13}$

Таблица 2

$t$	$a$ , км	$\overline{\delta\varphi^2}$ , град <sup>2</sup>	$R_A$	$\alpha$
$t_1$	1,1	75	0,7	1
$t_2$	0,6	110	0,6	2
$t_3$	0,5	290	0,55	5,7

Значения  $a$  и  $\alpha$  из табл. 2 можно использовать для вычисления отношения коэффициентов диффузии для разных моментов времени. Оно приведено в табл. 3 (эксперимент). Коэффициент диффузии рассчитывался для изотропной среды [6]:

Таблица 3

	$D(t_2)/D(t_1)$	$D(t_3)/D(t_1)$	$D_3/D_2$
Теория	2,5	9,0	3,6
Эксперимент	3,7	12,5	3,4

$$D_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{4a} \overline{(\Delta\epsilon)^2}, \quad (24)$$

$$\overline{\Delta\epsilon^2} = \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^4 \left(\frac{\Delta N_e}{N_e}\right)^2,$$

где  $\overline{\Delta\epsilon^2}$  — дисперсия диэлектрической проницаемости среды,  $\omega$  и  $\omega_0$  — частота волны и критическая частота ионосферного слоя с максимальной электронной концентрацией  $N_e$ . Согласно (24) отношение коэффициентов диффузии для разных моментов времени

$$\frac{D(t_2)}{D(t_1)} = \frac{a(t_1) \overline{(\Delta N_e(t_2))^2}}{a(t_2) \overline{(\Delta N_e(t_1))^2}}. \quad (25)$$

В табл. 3 (теория) приведены также соответствующие отношения коэффициентов диффузии, вычисленные на основе значений, приведенных в табл. 1. Видно достаточно хорошее согласие теории и эксперимента.

На рис. 1 штриховыми линиями показаны функции распределения  $f$  (16) азимутальных углов прихода, вычисленные теоретически для соответствующих гистограмм. При вычислении формула (16) была переписана в виде

$$f = f_0 \exp \left[ -(\beta - \bar{\beta})^2 / 2\sigma_{\beta}^2 \right], \quad (26)$$

$$\sigma_{\beta} = \sqrt{2D_0 R_0 (\theta - \theta_0)}.$$

Значение  $f_0$  определялось из условия нормировки вероятности наблюдения сигналов:

$$\int f d\beta = 100\% \cdot \Delta\beta.$$

Из рис. 1 видно, что теоретические кривые достаточно соответствуют данным эксперимента.

Отметим также, что полученные значения  $D_0$  находятся в хорошем соответствии с теоретическими оценками [4] и другими экспериментальными результатами [3, 7]. Таким образом, можно заключить, что уширение пеленга и важное явление сдвига среднего пеленга хорошо описываются теорией многократного рассеяния.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич А. В., Цедилина Е. Е. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 1, с. 43.
2. Гуревич А. В., Цедилина Е. Е. — Геомагнетизм и аэрoномия, 1979, 19, с. 53.
3. Гуревич А. В., Цедилина Е. Е. — Геомагнетизм и аэрoномия, 1982, 22, с. 220.
4. Гуревич А. В., Цедилина Е. Е. Сверхдальнее распространение коротких радиоволн. — М.: Наука, 1979.
5. Новожилов В. И., Савельев С. М. — Геомагнетизм и аэрoномия, 1978, 18, с. 214.
6. Борисов Н. Д., Гуревич А. В. — В сб.: Взаимодействие коротких радиоволн с ионосферой. — М.: ИЗМИРАН, 1982, с. 66.
7. Лукин Н. Д., Цедилина Е. Е. — Геомагнетизм и аэрoномия, 1986, 16, с. 361.

Институт земного магнетизма,  
ионосферы и распространения  
радиоволн АН СССР

Поступила в редакцию  
10 октября 1984 г.

#### FLUCTUATION AND BROADENING OF SHORT RADIO WAVE BEARING ON RADIO TRACES

*A. V. Gurevich, E. E. Tsedilina*

Based on the radiation transfer equation, the effects involving HF radio wave scattering in the ionosphere are studied. The expression for the energy density, dispersion, and bearing shift are obtained. The theory is shown to be in a reasonable agreement with the experimental data. By way of their comparing, the ray diffusion coefficient and density perturbation in irregularities are estimated.

---