

шумам ФЭУ: этим значением ограничивалась чувствительность установки. Спектры нормировались так, что по ним непосредственно можно определять величину флуктуационной составляющей интенсивности в полосе частот, т. е.

$$(\Delta I)_{\Delta f}^2 / I_0^2 = \int_{\Delta f} W(f) df, \quad (2)$$

где $(\Delta I)_{\Delta f}$ — флуктуационная составляющая интенсивности в полосе частот Δf , I_0 — средний уровень интенсивности света.

Из рисунков видно, что как при увеличении C_n , так и с ростом ν возрастает уровень спектра на высоких частотах, причем влияние ν на спектр гораздо сильнее, чем C_n . На рис. 2а наряду с экспериментальными кривыми 1, 2 представлены результаты теоретического расчета спектров с учетом усредняющего действия апертуры приемного телескопа. Расчет велся по формуле [4, 5]

$$W(f) = 0,67 \frac{\sigma^2}{f_0} \int_0^{\infty} \left[\frac{2J_1(\alpha_R \sqrt{z + Q^2})}{\alpha_R \sqrt{z + Q^2}} \right]^2 \left[1 - \frac{\sin(z + Q^2)}{z + Q^2} \right] (z + Q^2)^{-11/6} z^{-1/2} dz, \quad (3)$$

где σ^2 — дисперсия флуктуаций интенсивности, $\alpha_R = k^{1/2} R/L^{1/2}$ — параметр усредняющей апертуры, R — радиус приемного телескопа, L — расстояние, $Q = f/f_0$, где $f_0 = kv^2/4\pi^2 L$, J_1 — функция Бесселя. Данный расчет справедлив для слабых флуктуаций ($\sigma \ll 1$), что наблюдалось и в эксперименте для данных рисунка 2а. Видно, что с хорошей для практических целей точностью теоретические и экспериментальные результаты совпадают (теоретические результаты представлены кривыми 3, 4 на рис. 2а). При $C_n \approx 10^{-7} \div 10^{-6} \text{ м}^{-1/3}$, как видно из графиков на рис. 3, спектры флуктуаций интенсивности могут превышать дробовые шумы фотоприемника вплоть до частот порядка 1 кГц даже несмотря на значительный усредняющий диаметр приемного телескопа.

Исходя из полученных результатов, можно сказать, что для надежной и более точной работы оптико-электронных приборов в условиях повышенной турбулентности наряду с применением различных систем шумоподавления эффективным средством может оказаться выбор рабочего частотного диапазона, лежащего выше частоты 1 кГц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прилепин М. Т., Голубев А. Н. Оптические квантовые генераторы в геодезических измерениях. — М.: Недра, 1972.
2. Григорьевский В. И., Ломакин А. Н., Тараканов С. В. — Оптико-механическая промышленность, 1981, № 7, с. 59.
3. Григорьевский В. И., Ломакин А. Н., Тараканов С. В. — Оптико-механическая промышленность, 1983, № 4, с. 44.
4. Гурвич А. С., Кон А. И., Миронов В. Л., Хмельцев С. С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1976.
5. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1967.
6. Bensimon D., Englander A., Shtrikman S., Slatkine M., Traves D. — Appl. Opt., 1981, 20, № 6, p. 947.

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
26 апреля 1985 г.

УДК 538 566.2

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НА ДВИЖУЩЕЙСЯ ГРАНИЦЕ

С. Я. Некрестьянова

Рассмотрим две покоящиеся среды с диэлектрическими постоянными ϵ_1 (среда I) и ϵ_2 (среда II). Пусть эти среды отделены друг от друга плоской границей раздела, которая движется с постоянной скоростью u . Рассмотрим переходное излучение, возникающее при прохождении заряженной частицы через движущуюся границу раздела сред. Скорости границы u и частицы v считаем направленными по оси x . Пусть ось x перпендикулярна к плоскости раздела сред (рис. 1). Тогда уравнение движения границы запишется в виде $x = -ut$. Считаем, что скорость границы меньше скорости света в среде I ($u < c/\epsilon_1$).

Для решения задачи исходными являются уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}; \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0; \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho, \quad (4)$$

где \mathbf{E} и \mathbf{H} — электрическое и магнитное поля в среде, а \mathbf{D} и \mathbf{B} — соответствующие индукции, $\rho = q\delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$ и $\mathbf{j} = q\mathbf{v}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$ — плотности сторонних зарядов и токов. Уравнения (1)–(4) необходимо дополнить материальными соотношениями:

для среды I

$$\mathbf{D} = \epsilon_1 \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu_1 \mathbf{H}; \quad (5)$$

для среды II

$$\mathbf{D} = \epsilon_2 \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu_2 \mathbf{H}. \quad (6)$$

В каждом из двух полупространств ищем поле в виде суммы частного решения неоднородных уравнений Максвелла (поле заряда) и общего решения однородных уравнений (поле свободного излучения). Частные решения неоднородных уравнений Максвелла в обеих средах найдем, вводя скалярный и векторный потенциалы:

$$\mathbf{H} = \operatorname{rot} \mathbf{A},$$

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \operatorname{grad} \varphi.$$

Разложив поля и токи в интегралы Фурье, найдем компоненты Фурье для полей в обеих средах:

$$\mathbf{E}_p = i4\pi q (\omega \epsilon \mu v c^{-2} - \mathbf{k}) \times \times (\epsilon v)^{-1} (k^2 - \omega^2 \epsilon \mu c^{-2})^{-1} \exp(i\omega x v^{-1}); \quad (7)$$

$$\mathbf{H}_p = i4\pi q [\mathbf{k} \mathbf{v}] (c v)^{-1} (k^2 - \omega^2 \epsilon \mu c^{-2})^{-1} \exp(i\omega x v^{-1}). \quad (8)$$

Поля свободного излучения (общие решения однородных уравнений Максвелла) найдем из дисперсионного уравнения $k^2 - \epsilon \mu \omega^2 c^{-2} = 0$,

$$k_x = \pm \sqrt{\epsilon \mu \omega^2 c^{-2} - (k_y^2 + k_z^2)};$$

для среды I

$$k_1 = -\sqrt{\epsilon_1 \mu_1 \omega_1^2 c^{-2} - (k_y^2 + k_z^2)}; \quad (9)$$

для среды II

$$k_2 = \sqrt{\epsilon_2 \mu_2 \omega_2^2 c^{-2} - (k_y^2 + k_z^2)}. \quad (10)$$

Тогда решение однородных уравнений примет вид

$$\mathbf{E}_h = \mathbf{E}_{1,2} \exp\left(\mp i \frac{\omega_{1,2}}{c} \sqrt{\epsilon_{1,2} \mu_{1,2} - (k_y^2 + k_z^2) c^2 \omega^{-2}} x\right). \quad (11)$$

Для определения амплитуд полей необходимо использовать граничные условия. Для данной постановки задачи граничные условия к уравнениям Максвелла претерпевают некоторые изменения по сравнению со случаем покоящейся границы. Так как в данной работе не учитывается пространственная и частотная дисперсия, то условия непрерывности нормальных компонент индукции

$$D_{n_1} = D_{n_2}, \quad B_{n_1} = B_{n_2}, \quad (12)$$

по-прежнему следуют из уравнений $\operatorname{div} \mathbf{D} = 0$, $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$. Условия же для тангенциальных компонент поля примут вид [1]

$$[\mathbf{n}, \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1] = \frac{u_n}{c} (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1); \quad (13)$$

$$[\mathbf{n}, \mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1] = -\frac{u_n}{c} (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1), \quad (14)$$

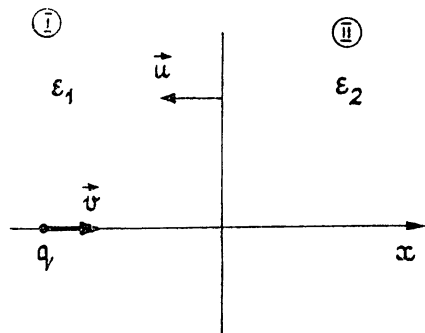


Рис. 1.

Вообще говоря, в применении к реальным физическим системам нужно учитывать, что диэлектрическую проницаемость среды II следует определять исходя из кинетики процесса, приводящего к движению границы раздела. Мы полагаем среды недиспергирующими, $\epsilon_1, \epsilon_2 = \text{const}$.

Из условий (12) — (14) запишем систему граничных уравнений:

$$D_{x_{pI}} + D_{x_{hI}} = D_{x_{hII}} + D_{x_{pII}}; \quad (15)$$

$$B_{x_{pI}} + B_{x_{hI}} = B_{x_{pII}} + B_{x_{hII}}; \quad (16)$$

$$E_{y_{pI}} + E_{y_{hI}} - E_{y_{pII}} - E_{y_{hII}} = \beta (B_{z_{pI}} - B_{z_{pII}} + B_{z_{hI}} - B_{z_{hII}}), \quad (17)$$

$$E_{z_{hI}} + E_{z_{pI}} - E_{z_{pII}} - E_{z_{hII}} = \beta (B_{y_{pII}} + B_{y_{hII}} - B_{y_{pI}} - B_{y_{hI}}), \quad (18)$$

$$H_{y_{pI}} + H_{y_{hI}} - H_{y_{pII}} - H_{y_{hII}} = \beta (D_{z_{hII}} + D_{z_{pII}} - D_{z_{pI}} - D_{z_{hI}}); \quad (19)$$

$$H_{z_{pI}} + H_{z_{hI}} - H_{z_{pII}} - H_{z_{hII}} = \beta (D_{y_{pI}} + D_{y_{hI}} - D_{y_{pII}} - D_{y_{hII}}), \quad (20)$$

где $\beta = un/c$. Заметим, что здесь не все компоненты \mathbf{E}_I и \mathbf{E}_{II} являются независимыми, так как

$$\text{div} \mathbf{D}_{hI} = 0, \quad \text{div} \mathbf{D}_{hII} = 0. \quad (21)$$

Используя уравнения (15) — (20) и условия (21), получим систему уравнений для определения амплитуд полей.

$$\epsilon_1 E_{x_1} - \epsilon_2 E_{x_2} = A_1; \quad (22)$$

$$\frac{k_y}{\omega_1} E_{z_1} - \frac{k_z}{\omega_1} E_{y_1} - \frac{k_y}{\omega_2} E_{z_2} + \frac{k_z}{\omega_2} E_{y_2} = 0; \quad (23)$$

$$E_{y_1} (1 - \beta^2 \epsilon_1) - E_{y_2} (1 - \beta^2 \epsilon_2) = A_3 + \beta A_6; \quad (24)$$

$$E_{z_1} (1 - \beta^2 \epsilon_1) - E_{z_2} (1 - \beta^2 \epsilon_2) = A_4 - \beta A_5; \quad (25)$$

$$k_1 E_{x_1} + k_y E_{y_1} + k_z E_{z_1} = 0; \quad (26)$$

$$k_2 E_{x_2} + k_y E_{y_2} + k_z E_{z_2} = 0, \quad (27)$$

где

$$A_1 = \epsilon_2 E_{x_{pII}} - \epsilon_1 E_{x_{pI}}; \quad (28)$$

$$A_3 = \beta (B_{z_{pI}} - B_{z_{pII}}) - E_{y_{pI}} + E_{y_{pII}}; \quad (29)$$

$$A_4 = \beta (B_{y_{pII}} - B_{y_{pI}}) + E_{z_{pII}} - E_{z_{pI}}; \quad (30)$$

$$A_5 = \beta (D_{z_{pII}} - D_{z_{pI}}) + H_{y_{pII}} - H_{y_{pI}}; \quad (31)$$

$$A_6 = \beta (D_{y_{pI}} - D_{y_{pII}}) - H_{z_{pI}} + H_{z_{pII}}. \quad (32)$$

В результате решения системы уравнений (22) — (27) определяем компоненты амплитуд полей для обеих сред:

$$E_{x_1} = [(1 - \beta^2 \epsilon_2) \epsilon_1 k_2 - (1 - \beta^2 \epsilon_1) \epsilon_2 k_1]^{-1} \times \\ \times [(1 - \beta^2 \epsilon_2) k_2 A_1 + \epsilon_2 k_y (\beta A_6 + A_3) + \epsilon_2 k_z (A_4 - \beta A_5)]; \quad (33)$$

$$E_{z_1} = -k_z k_1 (k_y^2 + k_z^2)^{-1} E_{x_1}; \quad (34)$$

$$E_{y_1} = -k_y k_1 (k_y^2 + k_z^2)^{-1} E_{x_1}; \quad (35)$$

$$E_{x_2} = (\epsilon_1 E_{x_1} - A_1) \epsilon_2^{-1}; \quad (36)$$

$$E_{y_2} = [E_{y_1} (1 - \epsilon_1 \beta^2) - \beta A_6 - A_3] (1 - \epsilon_2 \beta^2)^{-1}; \quad (37)$$

$$E_{z_2} = [E_{z_1} (1 - \epsilon_1 \beta^2) - A_4 + \beta A_5] (1 - \epsilon_2 \beta^2)^{-1}. \quad (38)$$

В предыдущих соотношениях уже учтено, что поле заряда на границе пропорционально $\exp[-i\omega t(1 + u/v)]$, а свободные поля справа и слева от границы пропорциональны соответственно $\exp[-it(\omega_1 + k_1 u)]$ и $\exp[-it(\omega_2 + k_2 u)]$. Отсюда необходимым условием «сшивания» волн является равенство

$$-\omega_1 - k_1 u = -(\omega_2 + k_2 u) = -(u + v) \omega / v \quad (39)$$

или

$$\omega_1 = \frac{\omega(\beta + \beta_1)}{\beta_1(1 - n_1\beta\cos\theta)}, \quad \omega_2 = \frac{\omega(\beta + \beta_1)}{\beta_1(1 + \beta\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta})},$$

где $\beta_1 = v/c$, $n_2^2 = \epsilon_2$, $n_1^2 = \epsilon_1$.

Теперь получим формулы для энергии переходного излучения через амплитуды полей E_1 и E_2 . Для этого рассчитаем энергию радиационного поля асимптотически при $t \rightarrow \infty$, когда радиационное поле и собственное поле оказываются разделенными. Учтем, что в плоской волне магнитная и электрическая энергии равны друг другу. Введем угол θ между волновым вектором излучения \mathbf{k} и направлением вектора — \mathbf{v} (так что $\theta=0$ отвечает излучению строго назад по отношению к направлению движения частицы). Тогда (см. [2]) функция $W_1(\omega, \theta)$ дает спектральное и угловое распределение излучения назад (в среду I):

$$W_1(\omega, \theta) = |E_{x_1}|^2 \frac{\omega^2 n_1^3 \cos^2 \theta}{c(2\pi)^4 \sin^2 \theta}, \quad (40)$$

где E_{x_1} определяется по формуле (33).

Заметим, что если в формуле (40) положить скорость движения границы равной нулю, то получим формулу Гинзбурга—Франка [2]:

$$W_1(\omega, \theta) = [q^2 n_1 \beta_1^2 (n_2^2 - n_1^2)^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta [1 - n_1^2 \beta_1^2 + \beta_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta}] \{ \pi^2 c \times \\ \times [(n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta} + n_2^2 \cos \theta) (1 - n_1^2 \beta_1^2 \cos^2 \theta) (1 - \beta_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta})] \}^{-1}]. \quad (41)$$

Если же теперь в формуле (40) положить равной нулю скорость движения заряженной частицы, то получим следующую формулу:

$$W_1(\omega, \theta) = [q^2 n_1 \beta^2 (n_2^2 - n_1^2)^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta (1 + \beta \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta})^2 \{ \pi^2 c (1 - n_1 \beta \cos \theta)^2 \times \\ \times [n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta} (1 - n_2^2 \beta^2 - n_1 \beta \cos \theta) + \cos \theta (1 - n_1^2 \beta^2 + \beta \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta})] \}^{-1}]. \quad (42)$$

Сравнение формул (41) и (42) показывает, что излучение движущейся частицы на покоящейся границе раздела имеет тот же порядок величины (при сопоставимых β и β_1), что и излучение покоящейся заряженной частицы на движущейся границе. Если остановить заряд и границу одновременно (т. е. положить $\beta=0$ и $\beta_1=0$), то переходное излучение будет равно нулю, как и должно быть.

Рассмотрим функцию $W_2(\omega, \theta)$, которая дает спектральное и угловое распределение излучения вперед (в среду II) по движению заряда,

$$W_2(\omega, \theta) = |E_{x_2}|^2 \frac{\omega^2 n_2^3 \cos^2 \theta}{c(2\pi)^4 \sin^2 \theta}, \quad (43)$$

где E_{x_2} определяется по формуле (36), причем θ будет теперь углом между направлением \mathbf{k} и \mathbf{v} (так что $\theta=0$ отвечает излучению строго вперед по движению частицы).

Если в (43) положить скорость движения границы равной нулю, то формула переходит в формулу Гинзбурга—Франка [2]:

$$W_2(\omega, \theta) = [q^2 n_2 \beta_1^2 (n_2^2 - n_1^2)^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta [1 - n_2^2 \beta_1^2 - \beta_1 \sqrt{n_1^2 - n_2^2 \sin^2 \theta}] \{ \pi^2 c \times \\ \times [(n_2 \sqrt{n_1^2 - n_2^2 \sin^2 \theta} + n_1 \cos^2 \theta) (1 - n_2^2 \beta_1^2 \cos^2 \theta) (1 - \beta_1 \sqrt{n_1^2 - n_2^2 \sin^2 \theta})] \}^{-1}]. \quad (44)$$

Если теперь в формуле (43) положить равной нулю скорость движения заряженной частицы, то получим следующее выражение:

$$W_2(\omega, \theta) = [q^2 n_2 \beta^2 (n_2^2 - n_1^2)^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta (1 - \beta \sqrt{n_1^2 - n_2^2 \sin^2 \theta})^2 \{ \pi^2 c (1 + \beta n_2 \cos \theta)^2 \times \\ \times [n_2 \sqrt{n_1^2 - n_2^2 \sin^2 \theta} (1 - n_1^2 \beta^2 + n_2 \beta \cos \theta) + n_1 \cos \theta (1 - n_2^2 \beta^2 - \beta \sqrt{n_1^2 - n_2^2 \sin^2 \theta})] \}^{-1}]. \quad (45)$$

Для нерелятивистских частиц, когда $\beta_1 \ll 1$, формулы (41) и (44) переходят соответственно в формулы (42) и (45) для случая медленно движущейся границы, когда $\beta \ll 1$.

Автор выражает глубокую благодарность Б. М. Болотовскому за полезные советы при обсуждении данной работы.

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука; 1982, с. 533.
2. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. — М.: Наука, 1984, с. 33, 34.

Московский государственный педагогический институт имени В. И. Ленина

Поступила в редакцию
30 июля 1984 г.,
в окончательном варианте
9 августа 1985 г.

УДК 621.371.222

ХАРАКТЕРИСТИКИ КВАЗИПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ НАКЛОННО К ОСИ КРУГЛОГО ИМПЕДАНСНОГО ЦИЛИНДРА

В. М. Легков, В. А. Пермяков

Электромагнитная задача распространения квазиповерхностной волны наклонно к оси круглого импедансного цилиндра большого радиуса имеет важное практическое значение. В этом случае нормальные кривизны поверхности по касательной и перпендикулярно к направлению распространения волны не совпадают друг с другом (как в случае шара) и ни одна из них не равна нулю (что имеет место при распространении волны перпендикулярно или вдоль оси цилиндра) или бесконечности. Поэтому в рассматриваемом случае цилиндрическая поверхность по своим свойствам близка к произвольной гладкой выпуклой поверхности. Это позволяет предположить, что полученные далее результаты, по крайней мере качественно, могут быть перенесены и на произвольные выпуклые импедансные поверхности.

Квазиповерхностные спиральные волны (КПСВ), распространяющиеся наклонно к оси круглого импедансного и диэлектрического цилиндра, в случае больших замедлений были рассмотрены в [1, 2]. Целью настоящей работы является исследование КПСВ с произвольным замедлением.

Дисперсионное уравнение для КПСВ на круглом импедансном цилиндре получено в [1]. Нетрудно показать, что оно распадается на два уравнения:

$$\frac{dH_y^{(2)}(\alpha)}{d\alpha} + Z_{\pm} \left(\frac{\nu}{\alpha}, Z \right) H_y^{(2)}(\alpha) = 0; \quad (1)$$

$$Z_{\pm}(s, Z) = -\frac{i}{2} [(Z+Z^{-1}) \sin \theta \pm \sqrt{(Z-Z^{-1})^2 \sin^2 \theta - 4s^2 \cos^2 \theta}], \quad (2)$$

где $\alpha = ka \sin \theta$, $s = \nu/\alpha$, a — радиус цилиндра, θ — угол к оси цилиндра, под которым распространяется КПСВ, Z — нормированный поверхностный импеданс, k — волновое число свободного пространства. Для однозначного определения корня в (2) на комплексной плоскости проведен разрез по отрицательному лучу действительной оси ν , при этом следует учесть, что $\text{Im } \nu < 0$ для используемого нами временного множителя $\exp(i\omega t)$.

Уравнение (1) будем решать, аппроксимируя функцию Ханкеля и ее производную с помощью трех различных асимптотических выражений: равномерной асимптотики типа Лангера—Фока [2], локальной асимптотики Фока [2] и асимптотики Дебая, считая, что выполняется условие $\alpha \gg 1$, т. е. угол θ не является слишком малым.

Сначала рассмотрим аппроксимацию с помощью равномерной асимптотики. Заменяя в (1) функцию Ханкеля и ее производную равномерной асимптотикой и используя метод дифференцирования по параметру [2-4], получаем следующее нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка относительно переменной s

$$\frac{ds}{dX} = \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial X} / \left(\alpha(\tau - \tilde{Z}) \frac{d\tau}{ds} - \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial s} \right) \quad (3)$$

с начальным условием [5] *

$$s|_{x=0} = 1 + 0,404308(1 - i\sqrt{3})\alpha^{-2/3} - 0,072731(1 + i\sqrt{3})\alpha^{-4/3} \dots, \quad (4)$$

* Данное начальное условие аналогично [2] определяет корень с минимальными радиационными потерями. Для других корней уравнения (3) начальные условия могут быть получены из приведенных в [2] с точностью до членов $\alpha^{-2/3}$ включительно.