

УДК 621.385

## ОСОБЕННОСТИ ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ПРИБОРАХ ТИПА ОРОТРОН — ГДИ НА ВЫСШИХ МОДАХ

А. А. Шматъко

В работе проведено исследование процесса взаимодействия электронного потока с полем открытого резонатора на высших модах. Получены аналитические выражения для амплитудно-частотных характеристик пускового режима. Численно проанализирован случай больших амплитуд колебания, когда существенны нелинейные явления. Рассматривается коллективное взаимодействие электронов пучка и поля резонатора. Найдены зоны генерации и установлены основные особенности возбуждения колебаний на высших модах резонатора.

При изучении процесса распределенного взаимодействия электронного потока с полем открытого резонатора в генераторах миллиметрового диапазона длин волн типа оротрон, генератор дифракционного излучения (ГДИ) основное внимание обычно уделялось исследованию физических особенностей энергообмена на основном виде колебаний, амплитудное распределение которого имеет гауссову форму. Однако, как показывают отдельные экспериментальные [1, 2] и теоретические [3-5] исследования, генерация наблюдается и на высших модах открытого резонатора. Установление основных закономерностей электронно-волнового процесса взаимодействия для таких режимов автогенераторов, определение КПД, зон генерации по ускоряющему напряжению связано с построением нелинейной теории.

В данной работе проведен анализ возбуждения колебаний в генераторе на высших продольных модах открытого резонатора при учете поля пространственного заряда электронного потока, представленного рядами Фурье по временным гармоникам частоты генерации.

**Система уравнений генератора.** Математическая модель самосогласованного процесса взаимодействия электронного потока, движущегося вблизи периодической решетки в открытом резонаторе генератора, сводится с учетом характерных для данного класса приборов приближений к следующей системе нелинейных интегродифференциальных уравнений относительно таких выходных параметров, как амплитуда колебаний  $m$ -й моды  $F_m$ , электронный КПД генератора  $\eta$  и электронное смещение частоты  $\Delta\omega$ :

$$\frac{dF_m}{d\tau} + F_m = G_m \eta / F_m; \quad (1)$$

$$\Delta\omega = 2Q_m(\omega - \omega'_m) / \omega'_m = - \frac{G_m}{4\pi F_m} \int_0^1 f_m(\xi) \int_0^{2\pi} \sin(\theta(\xi, \varphi) + b\Phi\xi) d\varphi d\xi; \quad (2)$$

$$\frac{dW(\xi, \varphi)}{d\xi} = \frac{-F_m}{2} f_m(\xi) \cos(\theta(\xi, \varphi) + b\Phi\xi) + (q^2 / \Gamma_{01} \Phi) \times \quad (3)$$

$$\times \operatorname{Im} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{\Gamma_{0n}}{n} i_n(\xi) - (\Gamma_{1n} / \Phi) \frac{di_n(\xi)}{d\xi} \right] \exp[-in\theta(\xi, \varphi)];$$

$$\frac{d\theta(\xi, \varphi)}{d\xi} = (W^{-1/2}(\xi, \varphi) - 1)\Phi; \quad (4)$$

$$i_n(\xi) = (1/\pi) \int_0^{2\pi} \exp[in\theta(\xi, \varphi)] d\varphi; \quad (5)$$

$$\eta = 1 - (1/2\pi) \int_0^{2\pi} W(\xi, \varphi) |_{\xi=1} d\varphi - (\omega_p/\omega'_m)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma_{1n}}{4n} |i_n(\xi)|_{\xi=1}^2. \quad (6)$$

Начальные условия для немодулированного пучка, поступающего на вход в резонатор, имеют вид  $W(\xi, \varphi) = 1$ ,  $\theta(\xi, \varphi) = \varphi$ ,  $\xi = 0$ ,  $\varphi \in [0, 2\pi]$ . В (1) — (6) введены следующие обозначения.  $F_m = |C_m|L/U$  — безразмерная амплитуда синхронной с пучком поверхностной гармоники поля, входящей в состав  $m$ -го вида колебаний резонатора;  $|C_m|$  — абсолютное значение амплитуды этой гармоники, продольная компонента электрического поля которой имеет вид  $E_m = (C_m/2)f_m(\xi) \exp[i(\beta_\varphi L\xi - \omega'_m t)]$ . Здесь  $\beta_\varphi = \omega'_m/v_{\varphi m}$ ,  $\omega_m = \omega'_m - i\omega''_m$  — резонансная частота,  $v_{\varphi m}$  — фазовая скорость замедленной гармоники поля,  $\xi$  — нормированная на длину области взаимодействия  $L$  координата ( $0 \leq \xi \leq 1$ ),  $f_m(\xi)$  — функция, характеризующая амплитудное распределение поля в резонаторе, имеет вид

$$f_m(\xi) = A_m H_m(\sqrt{2}(\xi - 0,5)) \exp[-(\xi - 0,5)^2/\omega^2]$$

Здесь  $H_m(x)$  — полиномы Эрмита  $m$ -го порядка,  $2\omega$  — нормированная на длину  $L$  ширина пятна поля в резонаторе,  $A_m$  — постоянная, определяемая из условия нормировки  $\int_0^1 f_m^2(\xi) d\xi = 1$ ;  $G_m = 2Q_m |I|L/(\omega'_m N_m U)$

— параметр эффективности взаимодействия [6-8], являющийся аналогом сопротивления связи для резонансных автогенераторов  $O$ -типа с распределенным взаимодействием [9];  $Q_m$  — нагруженная добротность резонатора  $m$ -го вида колебаний;  $\Phi = \omega'_m L/v_0$  — безразмерный угол пролета резонатора электроном с начальной скоростью  $v_0$ ;  $\theta(\xi, t) = \omega'_m t - \Phi\xi$  — фаза электрона на траектории;  $b = 1 - v_0/v_{\varphi m}$  — относительный рассинхронизм между начальной скоростью электрона  $v_0$  и фазовой скоростью замедленной гармоники  $m$ -го вида  $v_{\varphi m}$ ;  $W(\xi, \varphi) = v^2(\xi, \varphi)/v_0^2$  — относительное изменение кинетической энергии электрона в пространстве взаимодействия  $0 \leq \xi \leq 1$ ;  $v(\xi, \varphi) = v_0 \left(1 + \frac{1}{\Phi} \frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right)^{-1}$ ;

$\Delta\omega$  — электронное смещение частоты;  $I, U$  — ток и ускоряющее напряжение пучка;  $q = \Phi \sqrt{\Gamma_{01} \omega_p/\omega'_m}$  — параметр пространственного заряда;  $\omega_p$  — плазменная частота;  $\Gamma_{0n}$  и  $\Gamma_{1n}$  — коэффициенты депрессии сил пространственного заряда для плоского электронного потока, вычисленные в [7];  $i_n(\xi)$  — амплитуда  $n$ -й временной гармоники высокочастотного тока пучка.

Выписанная система уравнений (1), (6) позволяет установить основные закономерности возбуждения колебаний в генераторе на высших модах резонатора в существенно нелинейных режимах, когда смещение электронов в поле волны является нелинейной функцией амплитуды колебаний  $F_m$ . При незначительных токах пучка  $I$  (вблизи пусковых значений) амплитуду возбуждаемых колебаний можно считать малой, а процесс взаимодействия линейным. В этом случае система уравнений (1), (6) допускает аналитическое решение, определяющее амплитудно-частотные характеристики пускового режима.

**Пусковые условия генерации.** Амплитудные и частотные характеристики пускового режима (инкремент нарастания колебаний  $\alpha$  и элек-

тронное смещение частоты  $\Delta\omega$ ), а также величина пускового тока  $I_{\text{пуск}}$  и пороговые значения ускоряющего напряжения  $U$ , определяющие зону генерации, находятся из системы уравнений (1) — (6), когда  $F_m \ll 1$ . При малых значениях  $F_m$  высокочастотная фаза электрона  $\theta(\xi, \varphi)$  является линейной функцией амплитуды колебаний  $F_m$  и определяется из уравнений (3), (4) в аналитическом виде:

$$\theta(\xi, \varphi) = (F\Phi/4q) \int_0^\xi f_m(\xi) \sin q(\xi - \xi') \cos(b\Phi\xi' + \varphi) d\xi'. \quad (7)$$

Ограничиваясь первым членом разложения функции  $\eta/F_m$  в ряд Тейлора по  $F_m$  в уравнении (1), получим следующие соотношения для инкремента нарастания амплитуды колебаний  $\alpha_m (F_m \sim \exp \alpha_m t)$  и электронного смещения частоты:

$$\alpha_m = G_m \Phi \text{Re} \Psi - 1; \quad (8)$$

$$\Delta\omega = \text{Im} \Psi / \text{Re} \Psi. \quad (9)$$

Здесь

$$\Psi = (1/16q) \int_0^1 f_m(\xi) \exp(ib\Phi\xi) \int_0^\xi f_m(\xi') \sin q(\xi - \xi') \exp(-ib\Phi\xi') d\xi' d\xi.$$

Как видно из (8), (9), на начальном этапе развития колебаний в генераторе инкремент нарастания амплитуды поля существенным образом зависит от пространственной структуры поля  $f_m(\xi)$  и электронных параметров пучка  $b, q$ . Для основного вида колебаний ( $m=0$ ) величины  $\alpha_0$  и  $\Delta\omega$  детально исследованы в [8]. Возбуждение высших мод рассматривалось в работах [3–5]. В [3] проведен численный анализ интеграла взаимодействия  $\Psi$ . В [4] представлены результаты аналитического и численного исследования в одночастичном приближении. Здесь остановимся лишь на некоторых результатах аналитического анализа пускового режима, раскрывающих физические особенности электронно-волнового взаимодействия на высших модах. В реальных конструкциях генераторов указанного класса [1] ширина пятна поля  $2\omega$  удовлетворяет условию  $2\omega < 1$ . Это позволяет получить аналитическое выражение для инкремента нарастания амплитуды поля  $\alpha_m$  и электронного смещения частоты  $\Delta\omega$  с погрешностью отброшенных слагаемых порядка  $\exp(-1/2\omega^2)$ . В этом случае вещественная часть интеграла взаимодействия  $\text{Re} \Psi$ , определяющая энергетические характеристики пускового режима, сводится к выражению

$$\text{Re} \Psi = ((\sqrt{2}\pi\omega)/(64q2^m m!)) \times \quad (10)$$

$$\times [\psi_m^2(\omega(q+b\Phi)/\sqrt{2}) - \psi_m^2(\omega(q-b\Phi)/\sqrt{2})],$$

где  $\psi_m(x) = H_m(x) \exp(-x^2/2)$  — функции Гаусса—Эрмита.

Величина  $\text{Re} \Psi$  состоит из двух слагаемых. Первое характеризует взаимодействие поля резонатора с медленной волной пространственного заряда электронного потока, а второе — с быстрой. Разный знак при этих слагаемых указывает на противоположный характер электронно-волнового взаимодействия. Так, при взаимодействии поля с медленной волной пространственного заряда высокочастотная энергия отбирается от пучка, а при взаимодействии с быстрой волной пространственного заряда наблюдается обратная ситуация. Этот факт является следствием известной теоремы Чу о кинетической мощности [10].

Как показывает анализ пускового условия (8), отличительной особенностью взаимодействия пучка электронов с высшими модами открытого резонатора по отношению к основному виду колебаний является наличие нескольких зон генерации по относительному рассинхронизму  $b\Phi$  (ускоряющему напряжению  $U \sim b$ ). Количество зон связано с индексом колебаний  $m$  и равно  $m + 1$ . Границы зон генерации линейного режима, при которых  $G_m \Phi \rightarrow \infty$ , находятся из уравнений

$$\psi_m(\omega(q+b\Phi)/\sqrt{2}) \pm \psi_m(\omega(q-b\Phi)/\sqrt{2}) = 0. \quad (11)$$

Физически это уравнение отражает такую ситуацию, когда энергия, отдаваемая медленной волной пространственного заряда полю, компенсируется за счет потребления энергии быстрой волной пространственного заряда. Выпишем явный вид уравнений, определяющих границы зон генерации по  $b\Phi$  для трех высших мод  $m = 1, 2, 3$  и фиксированном значении параметра пространственного заряда  $q$ :

$$m = 1, \quad \text{th}(qb\Phi\omega^2/2) = q/(b\Phi);$$

$$m = 2, \quad \text{th}(qb\Phi\omega^2/2) = [(q^2 + b^2\Phi^2)\omega^2 - 1]/(2\sqrt{2}qb\Phi\omega);$$

$$m = 3, \quad \text{th}(qb\Phi\omega^2/2) = (q/b\Phi) [(q^2 + b^2\Phi^2)\omega^2 - 3 + 2\sqrt{2}b^2\Phi^2\omega] \times \\ \times [(q^2 + b^2\Phi^2)\omega^2 - 3 + 2\sqrt{2}q^2\omega]^{-1}.$$

Дополнительно к корням этих характеристических уравнений относительно  $b\Phi$  необходимо добавить еще два —  $b\Phi = 0$  и  $b\Phi = -\infty$ . Из анализа уравнений следует, что зоны генерации могут находиться как при отрицательных, так и при положительных значениях рассинхронизма  $b\Phi$ . Аналогичные режимы наблюдаются и для генераторов с объемными резонаторами при косинусоидальном распределении поля [8]. Наличие нескольких зон генерации связано с пространственной неоднородностью поля, амплитуда которого в пространстве взаимодействия может принимать отрицательные и положительные значения. Существование зон генерации при положительных рассинхронизмах  $b\Phi$  не противоречит условию синхронизма, когда скорость электрона немного превышает скорость плоской волны  $v_0 \gtrsim v_\phi$ , и имеет наглядное физическое объяснение. Для этой цели представим функцию  $f_m(\xi)$  в виде интеграла Фурье по континууму плоских волн:

$$f_m(\xi) = (A_m\omega/\sqrt{4\pi}im) \int_{-\infty}^{\infty} H_m(\omega k/\sqrt{2}) \exp(-k^2\omega^2/4 + ik\xi) dk.$$

Спектральные амплитуды континуума волн описываются функциями Гаусса — Эрмита в пространстве волновых чисел  $k$  того же порядка, что и функция  $f_m(\xi)$ . Наибольшая эффективность взаимодействия электронов и поля наблюдается при таких рассинхронизмах начальной скорости электронов  $v_0$  и фазовой скорости волны в системе  $v_\phi$ , когда спектральные амплитуды в разложении  $f_m(\xi)$  близки к экстремальному значению. Положительным значениям амплитуды и отрицательным значениям рассинхронизма соответствует взаимодействие электронов с волнами, бегущими в прямом направлении. Обратная ситуация наблюдается при взаимодействии пучка с волнами, бегущими в противоположном направлении. Различная величина рассинхронизма при заданной скорости  $v_0$  для прямых и обратных волн соответствует разным значениям КПД в каждой зоне генерации моды колебаний  $m$ .

На рис. 1 представлены зоны генерации (зависимость  $G_m\Phi$  от  $\Phi b$ ), рассчитанные по формуле (8) линейной теории для колебаний  $m = 0, 1, 2, 3, 4$  при следующих параметрах:  $\omega = 0,25$ ,  $q = 0,01$ ,  $\Phi = 100$ . Из рисунка видно, что минимальное значение величины  $G_m\Phi$  в каждой зоне генерации различных видов колебаний  $m$  мало отличаются и незначительно увеличиваются с ростом  $b\Phi$ , как следует из анализа выражения (10), по экспоненциальному закону  $\exp[\omega^2/(b^2\Phi^2 + q^2)]$ . При этих значениях  $b\Phi$  инкремент нарастания амплитуды  $\alpha_m$  максимален. Более того, наименьшее значение величины  $G_m\Phi$  не соответствует основному виду колебаний ( $m = 0$ , штриховая кривая). Это связано, очевидно, с расширением области эффективного взаимодействия поля и пучка на высших модах. Вместе с тем заметим, что пусковой ток, необходимый для возбуждения высших мод, растет с увеличением  $m$ . Это обусловле-

но уменьшением добротности высших мод [1], так как  $I_{\text{пуск}} \sim G_m \Phi$ , а  $G_m \sim 1/Q_m$ . Далее, из рис. 1 видно, что существуют области значений параметра  $b\Phi$ , где могут одновременно возбуждаться несколько мод резонатора. Это указывает на возможную конкуренцию различных мод.

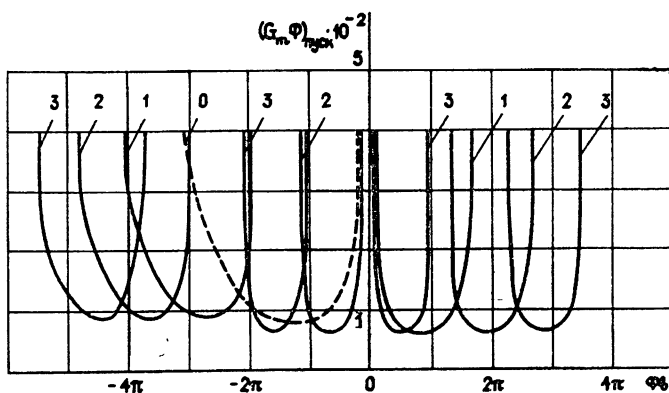


Рис. 1 Зависимость величины  $G_m \Phi$  от относительного рассинхронизма  $b\Phi$ .

Анализ пусковых условий (8) показывает, что влияние поля пространственного заряда сводится к следующему. С увеличением параметра  $q$  минимальные значения пусковых токов увеличиваются и смещаются в сторону больших начальных рассинхронизмов  $b\Phi$  за счет изменения скорости волны пространственного заряда.

**Зоны генерации в нелинейном режиме.** Из системы уравнений (1) — (6) видно, что для нахождения амплитуды  $F_m$ , КПД и электронного смещения  $\Delta\omega$  в установившемся режиме ( $d/d\tau = 0$ ) можно использовать метод, основанный на знании амплитудной и частотной колебательных характеристик резонансного генератора, широко используемого для анализа приборов с сосредоточенными параметрами. В данном случае под амплитудной колебательной характеристикой нелинейной электронно-волновой распределенной системы будем понимать зависимость усредненной по длине резонатора величины наведенного высокочастотного тока в системе  $S_1 = \eta/F_m$  от амплитуды колебаний, а под частотной — величину  $S_2 = \Delta\omega/G_m$ . Пересечение прямой обратной связи  $F_m/G_m$  с амплитудной колебательной характеристикой для заданного значения  $G_m$  определяет рабочую точку генерации на колебательной характеристике, по которой устанавливается амплитуда генерации  $F_m$ , электронное смещение частоты  $\Delta\omega$ , электронный КПД генератора  $\eta$ .

На рис. 2 представлено объемное изображение амплитудных колебательных характеристик  $S_1$  при изменении относительного рассинхронизма  $|b\Phi|$  для высшей продольной моды колебаний с  $m = 3$ ,  $\omega_p/\omega'_m = 0,05$ ,  $\Gamma_{01} = 0,38$ . Из представленных на рисунке кривых видно, что на каждом интервале изменения параметра  $b\Phi$ , где  $S_1 > 0$ , существуют две разновидности колебательных характеристик — с выпуклыми и вогнутым начальным участком кривой. Эти два вида колебательных характеристик отвечают двум качественно различным режимам работы генератора: мягкому и жесткому. Мягкий режим генерации наблюдается в интервале изменения  $b\Phi$ , соответствующего линейной зоне генерации, а жесткий режим генерации находится за пределами высоковольтного участка линейной зоны генерации, для реализации которого необходимо существование в резонаторе колебания с определенным значением амплитуды поля. Для жесткого режима возбуждения колебаний характерны гистерезисные явления при изменении ускоряющего напряжения и тока пучка. В основной зоне генерации любого вида колебаний гистерезис возможен лишь на высоковольтном конце зоны, а в других зонах скачкообразные изменения мощности могут происхо-

дить с двух сторон зоны. Кроме этого, в зависимости от величины обратной связи  $G_m$  (тока пучка  $G_m \sim I$ ) число зон генерации может быть и меньше, чем  $m + 1$ , так как эффективность их возбуждения с учетом нелинейности системы уменьшается и генерация на этих интервалах изменения параметра  $b\Phi$  не наблюдается.

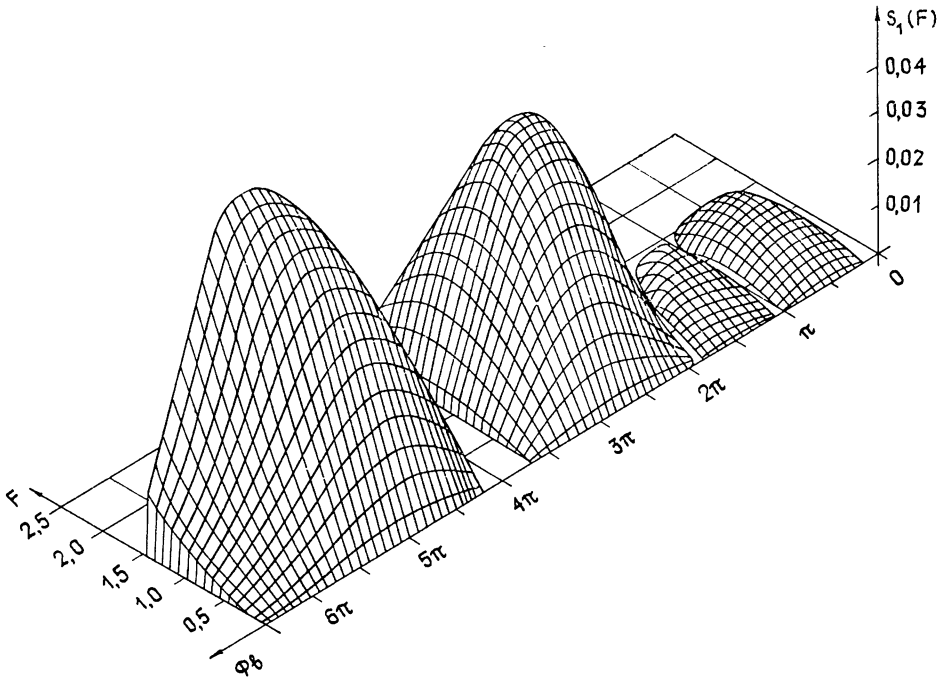


Рис. 2. Амплитудная колебательная характеристика генератора на высшей моде  $m=3$ .

На рис. 3 представлена зависимость электронного КПД от параметра  $b\Phi$  для  $m = 0, 1, 2, 3$  и значения параметра эффективности  $G_m/G_{\text{пуск}} = I/I_{\text{пуск}} = 2$  ( $G_{\text{пуск}} = 4,2$ ,  $m = 0$ ), из которой следует, что максимальное значение электронного КПД соответствует основному виду колебаний ( $m = 0$ ) в области существования жесткого режима.

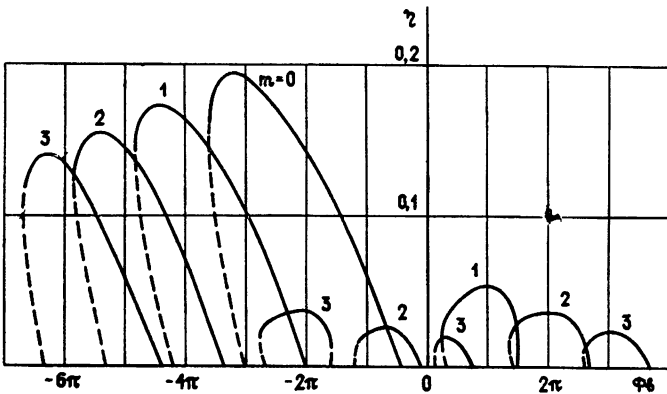


Рис. 3. Зависимость электронного КПД генератора от относительного рассинхронизма  $b\Phi$ .

Штриховой линией помечены неустойчивые решения системы уравнений (1), (5), по которым легко определяются начальные значения амплитуды поля в резонаторе  $F_m = (G_m \eta)^{1/2}$ , необходимые для возбуждения колебаний в жестком режиме. Как следовало из анализа линейно-

го режима, число зон генерации определено индексом колебаний  $m$  и равно  $m + 1$ . При решении системы нелинейных уравнений (1) — (6) эта особенность сохраняется. Однако максимальная величина КПД в зонах разная. Максимальный КПД достигается в высоковольтной зоне генерации. Общая особенность для всех возбуждаемых мод — максимальный КПД, достигаемый в зонах генерации каждого вида, падает с уменьшением модуля относительного рассинхронизма  $|b\Phi|$ . Из рис. 3 следует, что области генерации различных мод перекрываются, причем эти участки увеличиваются по сравнению с зонами линейной теории. В зоне генерации для каждого  $m$  наблюдаются гистерезисные явления за границей мягкого возбуждения колебаний. Природа их возникновения на высших модах резонатора такая же, как и для основного колебания резонансной нелинейной колебательной системы [4, 8].

Из проведенного анализа следует, что в генераторе с открытым резонатором возможно эффективное возбуждение колебаний на высших модах генератора при определенных значениях ускоряющего напряжения  $U (U \sim b)$ . В области параметров, где наблюдается генерация на нескольких модах резонатора, необходимо рассмотрение многочастотной многомодовой теории генератора, учитывающей взаимное влияние колебаний В [11] рассмотрен такой случай без учета пространственного заряда при соблюдении равенства фаз возбуждаемых колебаний.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шестопапов В. П. Дифракционная электроника — Харьков: Вища школа, 1976, с. 150.
2. Воробьев Г. С., Цвык А. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 9, с. 1060.
3. Соловьев А. Н., Цейтлин М. Б. — Радиотехника и электроника, 1982, 27, № 2, с. 368.
4. Евдокименко Ю. И., Лукин К. А., Ревин И. Д., Скрынник Б. К., Шестопапов В. П. Препринт № 191 ИРЭ АН УССР. — Харьков, 1982.
5. Шматько А. А. Тезисы докладов X Всесоюзной научной конференции по электронике СВЧ. — Минск: МРТИ, 1983, т. 1, с. 120.
6. Ваврив Д. М., Третьяков О. А., Шматько А. А. — Радиотехника и электроника, 1979, 24, № 4, с. 812.
7. Ваврив Д. М., Третьяков О. А., Шматько А. А. — Радиотехника и электроника, 1984, 29, № 8, с. 1571.
8. Ваврив Д. М., Третьяков О. А., Шматько А. А. Препринт ФТИНТ АН УССР. — Харьков, 1978.
9. Мороз Е. Е., Сорока А. С., Шматько А. А. Препринт № 198 ИРЭ АН УССР. — Харьков, 1983.
10. Chu L. J. The kinetic power theorem. — IRE Electron Devices Conference. — University of New Hampshire, June, 1951.
11. Соловьев А. Н., Цейтлин М. Б., Белявский Б. А. — Радиотехника и электроника, 1985, 30, № 1, с. 106.

Харьковский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
18 сентября 1984 г.

#### THE ELECTRON-WAVE INTERACTION PECULIARITIES IN THE DEVICES OF OROTRON-GDI TYPE ON HIGHMODES

*A. A. Shmat'ko*

In the article given are the results of investigation of the electron flow-open resonator field interaction at high modes. The amplitude-frequency characteristics of the starting-off condition were obtained in the analytical form. Numerically were analyzed big amplitude oscillation, when nonlinear phenomena are essential. The collective interaction between the beam electrons and resonator field was taken into account. Zones of generation were found and most important peculiarities of oscillations excitation on high modes were determined.