

УДК 537 87,621 371

О КОРРЕЛЯЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ВОЛНОВОГО ПОЛЯ, РАССЕЯННОГО ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ С БОЛЬШИМ ПАРАМЕТРОМ РЭЛЕЯ

С. И. Белоусов, И. Г. Якушкин

Проведены расчеты флуктуационных характеристик интенсивности как когерентного, так и некогерентного излучения, рассеянного шероховатой поверхностью с крупномасштабными неоднородностями. Исследована зависимость флуктуационных характеристик от соотношения между пространственными масштабами падающего поля и масштабами поверхности.

1. Флуктуации интенсивности излучения, рассеянного поверхностью с крупномасштабными случайно расположенными неровностями, несут значительную информацию о свойствах поверхности, и к их измерению сводятся, фактически, многие задачи диагностики поверхностей. Для интерпретации экспериментальных данных, однако, в основном используются нестрогие расчеты, основанные на полукачественных представлениях о рассеянии [1-4]. Хотя такие расчеты и приводят в отдельных случаях к правильным результатам, они не могут дать полной картины зависимости флуктуаций интенсивности от различных параметров, указать на оптимальные измерительные режимы и установить границы применимости используемых приближенных методов. Лежащий в основе большинства приближенных описаний флуктуаций интенсивности метод геометрической оптики применим для расчета квадратичных характеристик поля при больших значениях параметра Рэлея $kh \gg 1$ (k — волновое число, h — среднеквадратическая высота неровностей). Однако при вычислении характеристик, связанных с флуктуациями интенсивности, этот метод, вообще говоря, дает расхожимости вследствие возможного возникновения каустик и должен применяться или совместно с некоторыми другими упрощающими предположениями, или в обобщенном виде [5, 6]. Обобщенное (квазиоптическое) описание дисперсии флуктуаций интенсивности поля, рассеянного поверхностью, на основе представления преимущественных корреляций было дано в [5, 6]. В настоящей работе, развивающей подход [5, 6], дается анализ корреляционных свойств интенсивности поля рассеяния, возникающего при облучении поверхности когерентным и некогерентными источниками. В работе показано, что с помощью измерений функции корреляции интенсивности или ее спектра можно получить важную информацию о поверхностных неоднородностях.

2. Рассмотрим статистически неоднородную поверхность $z = \xi(\rho)$, свойства которой описываются двухточечной плотностью вероятности возвышений и наклонов $W(\xi_1, \xi_2, \gamma_1, \gamma_2, \rho)$, где $\gamma = d\xi/d\rho$, а ρ — радиус-вектор в плоскости $z=0$. Будем считать также, что $\langle \xi \rangle = 0$, $\langle \xi^2 \rangle = h^2$, $\langle |\gamma_x^2 + \gamma_y^2| \rangle = h^2/l^2 = \sigma_\gamma^2$, где l — характерный масштаб неоднородностей.

Пусть поверхность облучается скалярным полем $u_0(\mathbf{P})$, где $\mathbf{P} = (\rho, z)$. Угловой спектр u_0 определяется разложением вида

$$u_0(\mathbf{P}) = \int A(\mathbf{x}) \exp[ik(\mathbf{x}\rho - \sqrt{1-x^2}z)] d\mathbf{x}, \quad (1)$$

Предположим, что для составляющих, расположенных в пределах основной полосы спектра Δx , существенной для рассеяния в точку наблюдения, выполняются соотношения $\sqrt{1-x^2}kh \gg 1$, $\sqrt{1-x^2}/|x| \gg h/l$ и $\sigma_\gamma \ll 1$.

Указанные условия достаточны для применимости приближения Кирхгофа и пренебрежения затенениями при описании рассеянного поля. При этом коэффициент отражения спектральной компоненты падающего поля в данной точке зависит от наклона поверхности γ , т. е. может быть записан в виде $V(x, \gamma)$.

Для четвертого момента рассеянного поля на высоте $z \gg h$ в точках $P_i = (r_i, z)$ над поверхностью, используя представление преимущественных корреляций [5, 6], получим асимптотическое выражение

$$\begin{aligned} \Gamma_4 = & \langle u(r_1) u(r_2) u^*(r_3) u^*(r_4) \rangle = (k/2\pi) \int F(s + u/2, x_1, \zeta_1) \times \\ & \times F(s - u/2, x_2, \zeta_2) \tilde{V}^2(x_1, \gamma_1) \tilde{V}^2(x_2, \gamma_2) \times \\ & \times \left[\delta\left(\frac{p_1 + p_2}{2}\right) \frac{J_1(ku|p_1 - p_2|)}{|p_1 - p_2|} \exp[ik[q_1(r_1 - r_3) + q_2(r_2 - r_4)]] + \right. \\ & + \delta\left(\frac{p'_1 + p'_2}{2}\right) \frac{J_1(ku|p'_1 - p'_2|)}{|p'_1 - p'_2|} \exp[ik[q'_1(r_1 - r_4) + \\ & \left. + q'_2(r_2 - r_3)]] \right] W(\zeta_1, \zeta_2, \gamma_1, \gamma_2, u) \times \\ & \times u ds du dx_1 dx_2 d\zeta_1 d\zeta_2 d\gamma_1 d\gamma_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} F(p, x, \zeta) = & (k/2\pi)^2 \int u_0\left(p + \frac{\Delta p}{2}, \zeta\right) u_0^*\left(p - \frac{\Delta p}{2}, \zeta\right) \times \\ & \times \exp(-ikx\Delta p) d\Delta p, \quad \tilde{V} = \frac{(1-xq + \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-q^2})V(x, \gamma)}{(\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-q^2})R}, \\ R = & \sqrt{(r-p)^2 + z^2}, \quad p = x - q - \gamma(\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-q^2}), \\ q = & (r-p)/R. \end{aligned}$$

Выражение (2) дает регуляризованное представление четвертого момента поля через параметры геометрооптических лучей, отразившихся от поверхности в точках $s + u/2$ и $s - u/2$ (индексы 1, 2 соответственно). Штрихованные параметры относятся к лучам, рассеянному в точки $(r_1 + r_3)/2$ и $(r_2 + r_4)/2$, штрихованные параметры — к лучам, рассеянному в точки $(r_1 + r_4)/2$ и $(r_2 + r_3)/2$ (рис. 1).

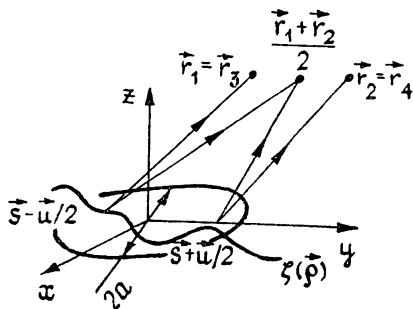


Рис. 1.

Полученное представление является исходным при вычислении определяемых Γ_4 характеристик рассеянного излучения. Дальнейшие преобразования выражения для Γ_4 можно провести, учитывая соотношение масштабов подынтегральных сомножителей,

3. Введем параметры, характеризующие падающее поле в плоскости $z=0$: a — размер освещенного участка и F — радиус кривизны фазового фронта. В случае освещения поверхности широким пучком при выполнении условий $a \gg \sqrt{L/k}$, $F \gg L$, где $L = l^2/2h$ — характерный радиус кривизны неоднородностей, пространственный спектр рассеянного поля определяется поверхностью и в (2) можно провести интегрирование по спектральным переменным \mathbf{x}_1 и \mathbf{x}_2 . В результате, когда применимо малоугловое приближение: $\sigma_1^2 \ll 1$ или $a \ll z/\sqrt{1-x^2}$, для второго момента интенсивности рассеянного поля имеем

$$\begin{aligned} \langle I(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}/2) I(\mathbf{r} - \Delta\mathbf{r}/2) \rangle &= \left(\frac{k}{2\pi} \right) \tilde{V}^4(\mathbf{x}_0) \int \tilde{W}(\Delta\gamma, \mathbf{u}) \times \\ &\times \left[\frac{J_1(ku \sqrt{1-x_0^2} |\tilde{u}/z - 2\Delta\gamma|)}{\sqrt{1-x_0^2} |\tilde{u}/z - 2\Delta\gamma|} \exp \left[ik \frac{\sqrt{1-x_0^2} \tilde{u} \Delta r}{z} \right] + \right. \\ &\left. + \frac{J_1(ku \sqrt{1-x_0^2} (\tilde{u} - \tilde{\Delta r})/z - 2\Delta\gamma|)}{\sqrt{1-x_0^2} |(\tilde{u} - \tilde{\Delta r})/z - 2\Delta\gamma|} \right] u du d\Delta\gamma, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\tilde{u} = u - \mathbf{x}_0(\mathbf{x}_0, u), \quad \tilde{\Delta r} = \Delta r - \mathbf{x}_0(\mathbf{x}_0, \Delta r), \quad \Delta\gamma = \gamma_1 - \gamma_2,$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}(\mathbf{x}_0) &= \tilde{V}(\mathbf{x}_0, 0), \quad \tilde{W}(\Delta\gamma, \mathbf{u}) = \int I_0(s + u/2, 0) I_0(s - u/2, 0) \times \\ &\times W(\gamma, \Delta\gamma, \mathbf{u}) \delta \left(\mathbf{x}_0 - \frac{\mathbf{r} - \mathbf{s}}{z} \sqrt{1-x_0^2} - 2\gamma \sqrt{1-x_0^2} \right) ds d\gamma, \end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}, \quad I_0 = u_0^2, \quad W(\gamma, \Delta\gamma, \mathbf{u}) = \int W(\zeta_1, \zeta_2, \gamma_1, \gamma_2, \mathbf{u}) d\zeta_1 d\zeta_2.$$

Для падающего поля с квазиплоским фронтом ($a < \sqrt{F/k}$) \mathbf{x}_0 определяется центральной составляющей пространственного спектра источника $\mathbf{x}_0 = \sin \theta_0$, где θ_0 — зенитный угол зондирования. Для падающего поля с искривленным фронтом ($a > \sqrt{F/k}$) \mathbf{x}_0 определяется лучом, отражающимся в точку наблюдения от плоской поверхности $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(\rho_0) = (\mathbf{r} - \rho_0)/R$.

При выполнении условия $a \gg hz/l$ (hz/l — размер области, существенной для отражения плоской волны), которое можно назвать условием статистически ближней зоны,

$$\tilde{W}(\Delta\gamma, \mathbf{u}) = I_0^2(s_0) \int W(\gamma, \Delta\gamma, \mathbf{u}) d\gamma, \quad s_0 = \mathbf{r} - \mathbf{x}_0 z / \sqrt{1-x_0^2},$$

т. е. характеристики рассеянного поля имеют тот же вид, что и при падении плоской волны. В противоположном случае $a \ll hz/l$ (статистически дальняя зона)

$$\begin{aligned} \tilde{W}(\Delta\gamma, \mathbf{u}) &= \int I_0(s + u/2, 0) I_0(s - u/2, 0) \times \\ &\times W \left(\gamma = \frac{\mathbf{x}_0 - \mathbf{r} \sqrt{1-x_0^2}/z}{2 \sqrt{1-x_0^2}}, \Delta\gamma, \mathbf{u} \right) ds. \end{aligned}$$

При $u \rightarrow 0$ $\Delta\gamma = \gamma' u$, где γ' — вектор, описывающий кривизну поверхности в направлении единичного вектора $\mathbf{e}_u = \mathbf{u}/u$. Для вычисления

интеграла (3) удобно ввести разбиение единицы на интервале $[0 < u < < \infty]$ с помощью функций $\psi_1(u)$ и $\psi_2(u)$, таких, что $\psi_1(u) + \psi_2(u) = 1$, $\psi_1 = 0$ ($u < \tilde{u}$), $\psi_2 = 0$ ($u > \tilde{u}$). Тогда, действуя согласно методу, изложенному в [5, 6], получаем результат, не зависящий от разбиения ($l/\sqrt{k\hbar} \ll \tilde{u} \ll l$):

$$\begin{aligned} \langle I(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}/2) I(\mathbf{r} - \Delta\mathbf{r}/2) \rangle &= \tilde{V}^4(\mathbf{x}_0) \int \tilde{W}(\Delta\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{u}) \psi_2(u) \times \\ &\times \left[\delta(\sqrt{1 - \mathbf{x}_0^2} (\tilde{u}/z - 2\Delta\boldsymbol{\gamma})) \exp(ik\tilde{u}\Delta\mathbf{r}\sqrt{1 - \mathbf{x}_0^2}/z) + \right. \\ &+ \delta\left(\sqrt{1 - \mathbf{x}_0^2} \left(\frac{\tilde{u} - \Delta\mathbf{r}}{z} - 2\Delta\boldsymbol{\gamma}\right)\right) \Big] Id\Delta\boldsymbol{\gamma} du + \tilde{V}^4(\mathbf{x}_0) \int \tilde{W}(\boldsymbol{\gamma}', \mathbf{e}_u) \times \\ &\times \psi_1(u) \delta\left(\sqrt{1 - \mathbf{x}_0^2} \left(\frac{\tilde{u}}{z} - 2\boldsymbol{\gamma}' u\right)\right) \exp(ik\tilde{u}\Delta\mathbf{r}\sqrt{1 - \mathbf{x}_0^2}/z) d\boldsymbol{\gamma}' du. \end{aligned} \quad (4)$$

Первый член описывает флуктуации интенсивности, связанные с многолучевостью, обусловленной отражением от различных бликовых точек, а второй член — флуктуации интенсивности, относящиеся к одному лучу.

Для узкого пучка $a \ll l$, когда рассеянное поле определяется отражением от одной зеркальной точки, не возникает необходимости в представлении преимущественных корреляций, так как расходимости в выражении для четвертого момента устраняются благодаря обрезавшим свойствам функции, описывающей распределение интенсивности в падающем поле. Используя, как и при выводе (2), разложение функций $\zeta(\boldsymbol{\rho})$ и $\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\rho})$ в ряд Тейлора, получаем выражение, справедливое при $z > h$:

$$\begin{aligned} \langle I\left(\mathbf{r} + \frac{\Delta\mathbf{r}}{2}\right) I\left(\mathbf{r} - \frac{\Delta\mathbf{r}}{2}\right) \rangle &= \int F\left(\mathbf{s} + \frac{\mathbf{u}}{2}, \mathbf{x}_1, \zeta + \boldsymbol{\gamma} \frac{\mathbf{u}}{2}\right) \times \\ &\times F\left(\mathbf{s} - \frac{\mathbf{u}}{2}, \mathbf{x}_2, \zeta - \boldsymbol{\gamma} \frac{\mathbf{u}}{2}\right) \delta\left[\frac{\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2}{2} - \mathbf{q} - \boldsymbol{\gamma}(\sqrt{1 - \mathbf{x}_0^2} + \sqrt{1 - \mathbf{q}^2})\right] \times \\ &\times \delta[\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2 + u(\mathbf{q}' - \boldsymbol{\gamma}'(\sqrt{1 - \mathbf{x}_0^2} + \sqrt{1 - \mathbf{q}^2}))] \tilde{V}^2(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\gamma}) \times \\ &\times \tilde{V}^2(\mathbf{x}_2, \boldsymbol{\gamma}) \exp(iku\Delta\mathbf{r}\mathbf{q}') \tilde{W}'(\zeta, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\gamma}', \mathbf{e}_u) ds du d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2 d\zeta d\boldsymbol{\gamma} d\boldsymbol{\gamma}', \\ &\mathbf{q} = (\mathbf{r} - \mathbf{s})/R, \quad R = \sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{s})^2 + (z - \zeta)^2}, \\ &\mathbf{q}' = [\mathbf{e}_u - \mathbf{q}(\mathbf{q}\mathbf{e}_u) - \boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\gamma}\mathbf{e}_u)\sqrt{1 - \mathbf{q}^2}]/R. \end{aligned} \quad (5)$$

Согласно (5) флуктуации интенсивности при рассеянии узкого пучка определяются совместной плотностью распределения вероятности \tilde{W}' возвышения ζ , наклона $\boldsymbol{\gamma}$ и кривизны поверхности $\boldsymbol{\gamma}'$ в данной точке \mathbf{s} . Для размеров пучка, удовлетворяющих условию $l/\sqrt{k\hbar} \ll a \ll l$, формулу (5) нетрудно преобразовать к виду, совпадающему со вторым слагаемым в (4).

Наглядно проиллюстрировать физический смысл соотношения (5) просто для гауссова пучка с начальным распределением поля

$$u_0 = \exp[-r^2(1/2a^2 + ik/2F) + ik\mathbf{x}_0 \mathbf{r}].$$

При этом из (5) для среднего квадрата интенсивности $\langle I^2 \rangle$ следует выражение

$$\begin{aligned} \langle I^2 \rangle = & \frac{(\omega/\omega_d)^4}{2\pi^2} \int \exp \left[-\frac{2s_1^2}{a^2} - \right. \\ & \left. - 2 \frac{|s_1/F - (\mathbf{x}_0 - \mathbf{q} - \gamma(\sqrt{1-x_0^2} + \sqrt{1-q^2}))|^2}{\omega_d^2} \right] \tilde{V}^4(\mathbf{x}_0) \times \\ & \times \frac{W'(\zeta, \gamma, \gamma', \mathbf{e}_u)}{\alpha_{\gamma'}^2/\Omega^2 + [\mathbf{e}_u/F + \mathbf{q}' - \gamma'(\sqrt{1-x_0^2} + \sqrt{1-q^2})]^2} ds d\varphi_{e_u} d\zeta d\gamma d\gamma', \\ & \mathbf{s}_1 = \mathbf{s} + \mathbf{x}_0 \zeta / \sqrt{1-x_0^2}, \quad \omega^2 = \omega_d^2 + \omega_i^2, \quad \omega_i = a/F, \quad \omega_d = 1/ka, \end{aligned} \quad (6)$$

$\Omega = ka^2/L$, $\alpha_{\gamma'}^2 = (2h/l^2)^2$ — среднеквадратичное значение кривизны поверхности.

Данное соотношение при $\Omega \gg 1$ совпадает с геометрикооптическим выражением для среднего квадрата интенсивности в эйлеровых координатах, через плотность вероятности, связанную с лагранжевыми (лучевыми) координатами [7]. Действительно, кривизна поверхности определяет ширину лучевой трубки и тем самым лучевую интенсивность в геометрикооптическом приближении. Величина Ω описывает дифракционные эффекты и обуславливает регуляризацию геометрикооптического описания флуктуаций.

Полученное решение позволяет строго учесть влияние высоты неровностей ζ и указать условия справедливости приближения фазового экрана, не учитывающего ее воздействие на решение задачи. Как следует из формул (2)—(6), учет ζ приводит к изменению размеров освещенного участка, его смещению в горизонтальной плоскости и изменению расстояния до поверхности от точки наблюдения.

4. Зависимость относительной дисперсии флуктуаций интенсивности $m^2 = \langle I^2 \rangle / \langle I \rangle^2 - 1$ рассеянного излучения от размера освещенного участка и параметров поверхности при освещении поверхности широким коллимированным пучком (радиус кривизны фазового фронта падающего поля $F = \infty$) подробно исследована в работе [5]. В настоящей работе указанные исследования будут дополнены зависимостью величины m^2 от a в области $a \leq \sqrt{L/k}$.

Для анализа характера флуктуаций при малых значениях a преобразуем выражение (6) так, чтобы выделить слагаемое, описывающее эффект случайных фокусировок. Наиболее простой вид такое представление принимает при выполнении условий применимости малоуглового приближения и приближения фазового экрана: $a \gg \gg h x_0 / \sqrt{1-x_0^2}$, $z \gg h$, когда можно провести интегрирование по ζ . Соответствующее выражение имеет вид

$$\begin{aligned} \langle I^2 \rangle = & -\tilde{V}^4(\mathbf{x}_0) \text{Ei}(-1/2 \Omega_e^2) \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi_{e_u} \tilde{w}(\gamma' = \gamma'_f) / (\sqrt{1-x_0^2} + \\ & + \sqrt{1-q_0^2})^2 - V^4(\mathbf{x}_0) \int d\eta \Phi'(\eta) \int_0^{\infty} d\xi e^{-\xi} \int_1^{\eta/\xi} dt \exp(-t/2\Omega_e^2)/t, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\Phi'(\eta) = \frac{(1/\pi)}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi_{e_u} \int d\gamma' \tilde{w}(\gamma') \exp[i\eta(\gamma' - \gamma'_f)] \times$$

$$\times (\sqrt{1 - x_0^2} + \sqrt{1 - q_0^2}), \quad \tilde{w}(\gamma') = (1/\omega_d^2) \int d\gamma ds W'(\gamma, \gamma', e_u) \times$$

$$\times \exp\left(-\frac{2s^2}{a^2} - \frac{2(\gamma - \gamma_m)^2 (\sqrt{1 - x_0^2} + \sqrt{1 - q_0^2})^2}{\omega_d^2}\right),$$

$$\gamma_f' = \frac{e_u/F + q'}{\sqrt{1 - x_0^2} + \sqrt{1 - q_0^2}}, \quad \gamma_m = \frac{x_0 - q - s/F}{\sqrt{1 - x_0^2} + \sqrt{1 - q_0^2}},$$

$$\Omega_e = \Omega (\sqrt{1 - x_0^2} + \sqrt{1 - q_0^2}), \quad q_0 = \frac{r - s_c}{R_0}, \quad R_0 = \sqrt{(r - s_c)^2 + z^2},$$

$$s_c = 0 \text{ при } \sigma_\gamma > a/R_0,$$

$$s_c = (r - x_0 R_0)/(1 - R_0/F) \text{ при } \sigma_\gamma < a/R_0,$$

$Ei(x)$ — интегральная показательная функция. В первом слагаемом (7) равенство в аргументе функции плотности распределения вероятности $\gamma' = \gamma_f'$ означает выполнение геометрооптического условия фокусировки. Из формулы (7) видно, что вклад в флуктуации вносят области на поверхности, удовлетворяющие условиям зеркальности с учетом дифракционных эффектов.

Наличие у первого слагаемого множителя — $Ei(-(2\Omega_e^2)^{-1})$ показывает, что эффективные фокусировки возникают при $\Omega \gg 1$, когда $-Ei(-(2\Omega^2)^{-1}) \sim \ln \Omega$. В обратном случае $\Omega \ll 1$ ($a \ll \sqrt{L/k}$) имеют место лишь слабые флуктуации, описываемые вторым слагаемым в (7), как и при освещении поверхности полем с большой кривизной фазового фронта ($F < L$).

При наличии заметных фокусировок, надлежащим образом подбирая параметры источника и точку наблюдения, можно по характеру флуктуаций судить о функции плотности распределения кривизны поверхности, что имеет важное прикладное значение [8], поскольку информация о данной характеристике поверхности в низших моментах поля не содержится.

Судить о масштабах флуктуаций позволяет функция корреляции интенсивности B_I . Наиболее общее, допускающее качественный анализ, выражение для нее удастся получить на основе (3), если следовать методике асимптотических вычислений, изложенной в [9]. Формулы, пригодные для количественных расчетов корреляции интенсивности при рассеянии коллимированного пучка ($\Omega \gg 1$), в случае выполнения условий применимости малоуглового приближения, приближения фазового экрана, для гауссовой формы огибающей пучка, нормальном законе распределения наклона и кривизны поверхности и малых зенитных углах источника приведены в [10]. Масштабы флуктуаций интенсивности рассеянного поля существенно зависят от трех параметров: $\alpha = L/2z$, kh и l/a . Для $d = (a/l)\alpha \gg 1$ ($m_0 = 2\sqrt{3}\alpha \ll a/l$, m_0^2 — индекс мерцаний плоской волны в приближении метода плавных возмущений) флуктуации интенсивности пучка совпадают с флуктуациями интенсивности плоской волны. В области слабых флуктуаций $z \ll L/2$ применим метод плавных возмущений и характерный масштаб флуктуаций имеет порядок l . В области случайных фокусировок $z \sim L/2$, где индекс мерцаний достигает максимума, функция корреляции интенсивности имеет два масштаба: l и z/kl , причем вклад компоненты со вторым масштабом, описывающей фокусировки, растет с увеличением kh , как $\ln(2kh)$. В области насыщенных флуктуаций $z \gg L/2$, где происходит нормализация поля, корреляционная функция имеет основной масштаб порядка радиуса когерентности поля l/kh . Влияние ограниченности пучка заметно проявляется при $d \ll 1$ ($m_0 \gg d/l$). В этом случае характер флуктуаций сильно зависит от отношения l/a . Если $l/a \ll 1$, то при описании

флуктуаций можно выделить режимы слабых флуктуаций ($m_0 \ll 1$) и случайных фокусировок ($m_0 \sim 1$), описываемые формулами, справедливыми для плоской волны. В то же время при $m_0 \rightarrow \infty$, хотя насыщение флуктуаций и происходит на уровень, близкий к $m^2=1$, как и в плоской волне, причем независимо от вида структурной функции возвышений $D_\zeta(\rho)$, тем не менее $B_I(\Delta r) \approx \exp(-(\Delta r/(2z/ka))^2)$, т. е. основной масштаб функции корреляции имеет порядок z/ka , а не l/kh , как в случае плоской волны. Освещенную область радиуса a на поверхности при этом можно интерпретировать как некогерентный источник с угловым размером $\omega_s = a/z$, излучение которого, как известно [2], в соответствии с теоремой Ван Циттерна — Цернике имеет радиус когерентности $1/k\omega_s$.

Если $l/a \gg 1$, функция корреляции имеет вид

$$\begin{aligned}
 B_I(\Delta r)/\langle I \rangle^2 &= 0,5\sqrt{3}(l/a)^2 e^{-a^2} \left\{ J_{01} \left(\sqrt{2} \frac{\Delta r}{z/ka} \right) + \right. \\
 &+ \int_0^1 \frac{du}{u} (e^{-u^2} - 1) J_0 \left(\sqrt{2} \frac{\Delta r u}{z/ka} \right) + \int_1^\infty \frac{du}{u} e^{-u^2} J_0 \left(\sqrt{2} \frac{\Delta r u}{z/ka} \right) + \\
 &+ \int_0^\infty \frac{du}{u} e^{-u^2} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi d\theta \exp \left[-\frac{1}{8} \left(\frac{\Delta r}{az/L} \right)^2 \frac{1 + \sin^2 \theta}{u^2} + \right. \\
 &\left. \left. + \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{\Delta r}{az/L} \right) \frac{\cos \theta}{uz/L} \right] \right\}, \quad J_{01}(x) = - \int_x^\infty \frac{J_0(\xi)}{\xi} d\xi.
 \end{aligned} \tag{8}$$

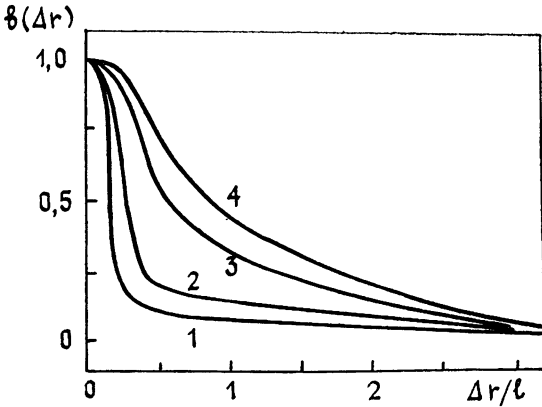


Рис. 2.

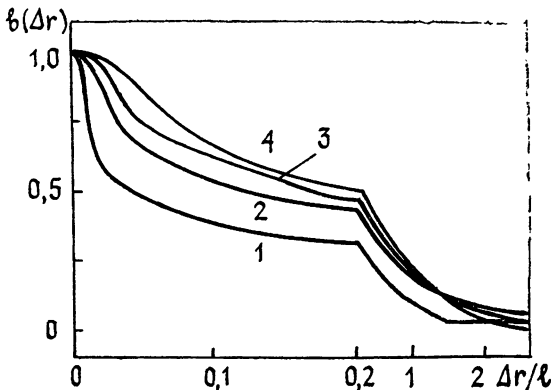


Рис. 3.

Здесь корреляция интенсивности характеризуется двумя масштабами (рассеянное поле определяется отражением от одной зеркальной точки на поверхности). Один из этих масштабов обусловлен дифракцией на освещенном участке поверхности и имеет порядок z/ka , другой — za/L и определяется деформацией пучка за счет кривизны поверхности в зеркальной точке. Вклад компонент обоих масштабов в дисперсию флуктуаций соизмерим, но по величине второй масштаб существенно превосходит первый, так как по условию задачи $\Omega = (za/L)(z/ka)^{-1} \gg 1$, т. е. искажение из-за дифракции геометрической картины фокусировок невелико.

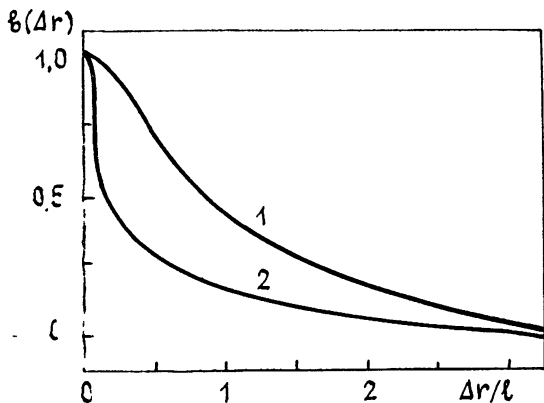


Рис. 4.

Наглядно судить о функции корреляции интенсивности позволяют результаты численного расчета $b(\Delta r) = B_I(\Delta r)/B_I(0)$ при $m_0=9$, представленные на рис. 2 ($kh=5$) и рис. 3 ($kh=200$). Кривая 1 рис. 2 ($d=5,1$) практически соответствует случаю плоской волны в режиме насыщения. На кривой 2 ($d=2$) влияние ограниченности пучка еще слабо заметно, а кривые 3, 4 ($d=0,73, 0,51$) уже наглядно демонстрируют предсказанное ранее сближение вклада компонент и рост меньшего масштаба z/ka с уменьшением размера пучка. Аналогичная картина имеет место и на рис. 3, где ограниченность пучка проявляется на всех представленных кривых (кривые 1—4 соответствуют значениям $d=1, 0,51, 0,34, 0,26$). Сравнение кривых, соответствующих $l/a=1$, на рис. 4 при двух значениях kh (кривая 1 — $kh=5$, кривая 2 — $kh=200$) показывает, как влияет волновое число k на вид функции корреляции. Большой масштаб, не зависящий от k , и соотношение вкладов компонент обоих масштабов практически не изменяются, в то время как меньший масштаб уменьшается обратно пропорционально k .

5. Рассмотрим теперь отдельно случай некогерентного освещения. Без особых ограничений общности результатов можно считать, что

$$\overline{A(\mathbf{x}) A^*(\mathbf{x}')} = G((\mathbf{x} + \mathbf{x}')/2) \delta_a(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), \quad (9)$$

где $G(\mathbf{x})$ сосредоточена около центрального значения $\mathbf{x}=\mathbf{x}_0$ и имеет по \mathbf{x} масштаб порядка $\omega_s=1/kr_c$ (r_c — радиус когерентности падающего поля), а $\delta_a(\mathbf{x})$ — масштаб порядка $1/ka$ ($r_c \ll a$).

Для средней интенсивности рассеянного поля некогерентного источника справедлива формула

$$\langle \bar{I} \rangle = \int \frac{\tilde{V}^2(\mathbf{x}_0) F(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \zeta)}{(\sqrt{1-x_0^2} + \sqrt{1-q^2})^2} W_1\left(\zeta, \gamma = \frac{\mathbf{x} - \mathbf{q}}{\sqrt{1-x_0^2} + \sqrt{1-q^2}}\right) \times \\ \times dud\mathbf{x}d\zeta, \quad F(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \zeta) = G(\mathbf{x}) I(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \zeta), \quad (10)$$

$$I(\mathbf{x}, \boldsymbol{\zeta}) = \int \delta_{\alpha}(\Delta\mathbf{x}) \exp \left[ik \left(\Delta\mathbf{x}\mathbf{u} + \frac{\mathbf{x}\Delta\mathbf{x}}{\sqrt{1-x_0^2}} \zeta \right) \right] d\Delta\mathbf{x},$$

где $W_1(\zeta, \gamma)$ — совместная плотность распределения вероятности величины возвышения и наклона поверхности.

Общие формулы для второго момента интенсивности M_2 рассеянного поля при частично когерентном освещении получаются аналогично (2) [10]. При этом, подобно [11], предполагалось, что регистрируется интенсивность рассеянного поля и время регистрации интенсивности существенно превосходит время когерентности источника. Тогда четвертый момент спектральной плотности падающего поля можно задать в виде

$$A(\mathbf{x}_1 + \Delta\mathbf{x}_1/2) A^*(\mathbf{x}_1 - \Delta\mathbf{x}_1/2) A(\mathbf{x}_2 + \Delta\mathbf{x}_2/2) A^*(\mathbf{x}_2 - \Delta\mathbf{x}_2/2).$$

Полученные формулы наглядно показывают, что при описании флуктуаций интенсивности источник можно считать полностью когерентным, когда радиус когерентности падающего поля превосходит характерный масштаб неровностей и размер области, существенной для отражения $r_c \gg l$, $\sigma_{\gamma}z$ (при этом мало размытие дифракционной картины за счет конечности углового спектра источника). Для средней интенсивности, согласно (10), аналогичное допущение справедливо, если $r_c \gg l/kh$ ($\omega_s \ll \sigma_{\gamma}$), т. е. к когерентности падающего поля предъявляются значительно менее строгие требования ($kh \gg 1$).

Формула для второго момента интенсивности упрощается в случае, когда радиус когерентности падающего поля не превосходит масштаба неоднородностей поверхности $r_c \ll l$ ($\omega_s \gg l/k$). При этом можно пренебречь дифракционными эффектами за счет рассеяния на поверхности. В результате флуктуации интенсивности перестанут зависеть от волнового числа, что характерно для геометрической оптики. В общей формуле, подобной (2), остается лишь первое слагаемое, в котором множитель $(k/2\pi)uJ_1(ku\Delta\rho)/\Delta\rho$ можно заменить на дельта-функцию аргумента $\Delta\rho = \rho_1 - \rho_2$, после чего имеем

$$\begin{aligned} M_2 = & \int G(\mathbf{x}_1) G(\mathbf{x}_2) I(\mathbf{s} + \mathbf{u}/2, \mathbf{x}_1, \zeta_1) I(\mathbf{s} - \mathbf{u}/2, \mathbf{x}_2, \zeta_2) \tilde{V}^2(\mathbf{x}_1, \gamma_1) \times \\ & \times \tilde{V}^2(\mathbf{x}_2, \gamma_2) \delta \left(\frac{\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2}{2} - \frac{\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2}{2} - \frac{1}{2} [\gamma_1 (\sqrt{1-x_0^2} + \right. \\ & \left. + \sqrt{1-q_1^2}) + \gamma_2 (\sqrt{1-x_0^2} + \sqrt{1-q_2^2})] \right) \delta(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2 - (\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) - (11) \\ & - [\gamma_1 (\sqrt{1-x_0^2} + \sqrt{1-q_1^2}) - \gamma_2 (\sqrt{1-x_0^2} + \sqrt{1-q_2^2})]) \times \\ & \times W(\zeta_1, \zeta_2, \gamma_1, \gamma_2, \mathbf{u}) ds du d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2 d\zeta_1 d\zeta_2 d\gamma_1 d\gamma_2. \end{aligned}$$

Данная формула согласуется с выражением для среднего квадрата интенсивности, полученным в рамках комбинированного метода для двумерной поверхности в работе [12], если под $G(\mathbf{x})$ понимать поперечник рассеяния на мелкомасштабных неровностях.

Как и в когерентном случае, при некогерентном освещении поверхности можно выделить вклад случайных фокусировок в флуктуации интенсивности. Формула для слагаемого, описывающего эффекты фокусировок в выражении для второго момента интенсивности, при выполнении условий применимости малоуглового приближения, приближения фазового экрана, нормальном законе распределения плотности вероятности изотропных возвышений, наклонов и кривизны поверхности, $\mathbf{x}_0 = 0$ и гауссовой форме спектра бесконечно удаленного источника $G(\mathbf{x}) = (1/2\pi\omega_s)^2 \exp(-(\mathbf{x}/2\omega_s)^2)$, $I=1$, имеет вид

$$\left\langle I\left(\frac{\Delta r}{2}\right) I\left(-\frac{\Delta r}{2}\right) \right\rangle_F = 2\tilde{V}^4 \alpha^2 \sqrt{3} e^{-\alpha^2} \int_{\omega_s/\sqrt{2}\sigma_\gamma}^{\infty} \frac{\exp(-\xi^2)}{\xi} \times \\ \times J_0\left(\xi \frac{\Delta r}{\sqrt{2}\omega_s z}\right) d\xi. \quad (12)$$

Вклад данной и других компонент во второй момент интенсивности сильно зависит от отношения ω_s/σ_γ , т. е. соотношения между радиусом когерентности падающего поля $1/k\omega_s$ и определяемым поверхностью масштабом когерентности $1/k\sigma_\gamma$.

В тех случаях, когда $\sigma_\gamma \gg \omega_s$ (среднеквадратичное значение наклонов поверхности превосходит ширину углового спектра источника), флуктуации интенсивности, как и для плоской волны, имеют ярко выраженный режим случайных фокусировок при $z \approx L/2$. При этом, несмотря на размытие картины фокусировок из-за угловой расходимости падающего излучения, линзовое действие неровностей еще заметно проявляется ($\omega_s L \ll l$), и величина дисперсии флуктуаций интенсивности при $z = L/2$ достигает максимума, пропорционального $\ln(\sigma_\gamma/\omega_s) \sim \sim \ln(l/\omega_s L)$, согласно соотношению

$$\langle \bar{I}^2 \rangle / \langle \bar{I} \rangle^2 = -\sqrt{3}\alpha^2 e^{-\alpha^2} \text{Ei}(-0,5(\omega_s/\sigma_\gamma)^2) \approx 2\sqrt{3}\alpha^2 e^{-\alpha^2} \ln(\sigma_\gamma/\omega_s). \quad (13)$$

Однако эффективность фокусировок оказывается значительно более слабой, чем в когерентном случае: $\omega_s L \gg l/kh$. Характерные масштабы флуктуаций интенсивности в области случайных фокусировок $\Delta r_1 \sim \omega_s z$ и $\Delta r_2 \sim \sigma_\gamma z$ определяются угловой шириной источника, среднеквадратичным наклоном поверхности и расстоянием до поверхности. При $z \ll L/2$ флуктуации интенсивности, как и для плоской волны, вызваны слабым изменением ширины лучевых трубок и имеют масштаб $\sim l$. Для $z \gg L/2$ в отличие от когерентного случая насыщение флуктуаций происходит на уровень, близкий к $m^2 = 0$, что связано с усреднением по флуктуациям источника при измерениях. Отклонение от уровня насыщения (для гауссовой функции корреляции возвышений) пропорционально $(l/\sigma_\gamma z)^2 \times \ln(\sigma_\gamma/\omega_s)$, и флуктуации характеризуются теми же двумя масштабами, что и в области случайных фокусировок. Величина $l/\sigma_\gamma z$, равная отношению масштаба возвышений к размерам области, существенной для отражения, обратно пропорциональна N -числу зеркально отражающих точек, вносящих вклад в рассеянное поле ($N \sim \sigma_\gamma z/l$). Для степенной структурной функции насыщение флуктуаций происходит медленнее: $m^2 \sim (l/\sigma_\gamma z)^{2-\nu}$ ($\nu < 2$ — показатель степени структурной функции), а масштаб флуктуаций имеет порядок $\Delta r \sim \sigma_\gamma z$.

При $\omega_s \gg \sigma_\gamma$ режим случайных фокусировок практически отсутствует, поскольку при этом $\omega_s L \gg l$, вклад в m^2 слагаемого, описывающего фокусировки, мал, $-\text{Ei}(-0,5(\omega_s/\sigma_\gamma)^2) \approx \exp(-0,5(\omega_s/\sigma_\gamma)^2)$, и имеют место лишь слабые флуктуации. В данном режиме получаются результаты, совпадающие с [3].

Если поверхность освещается узким некогерентным пучком $a \ll l$, то фокусировки играют заметную роль, когда $a \gg \omega_s L$. При описании относительной дисперсии флуктуаций в этом случае можно воспользоваться результатами, полученными для когерентного пучка, с учетом того, что эффективность фокусировок будет характеризоваться отношением $(az/L)/\omega_s z$, а не $(az/L)/(z/ka)$. Флуктуации будут иметь двухмасштабный характер, с масштабами, порядок которых определяется шириной углового спектра источника $\omega_s z$, кривизной поверхности az/L и расстоянием от нее.

ЛИТЕРАТУРА

1. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М.: Наука, 1972,
2. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч 2 — М.: Наука, 1978
3. Лучинин А. Г., Титов В. И. Воздействие крупномасштабных внутренних волн на морскую поверхность — Горький: ИПФ АН СССР, 1982, с 92.
4. Jakman E, Pussey P. N — J Phys. A: Math. Gen, 1975, 8, № 3, p. 369.
5. Белоусов С. И., Якушкин И. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 11, с. 1375
6. Якушкин И. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1985, 28, № 5, с. 535
7. Якушкин И. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 5, с. 576.
8. Оптика океана. — М.: Наука, 1983
9. Белоусов С. И., Якушкин И. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 8, с. 945
10. Белоусов С. И. Диссертация. М., 1983
11. Гочелашвили К. С., Шишов В. И. Волны в случайно-неоднородных средах, т. 1. — М.: ВИНТИ АН СССР, 1981
12. Лементя Ю. А., Фукс И. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 4, с. 503.

Институт физики атмосферы
АН СССР

Поступила в редакцию
1 августа 1984 г.

ON INTENSITY CORRELATION OF THE WAVE FIELD SCATTERED BY ROUGH SURFACE WITH HIGH RAYLEIGH PARAMETER

S. I. Belousov, I. G. Yakushkin

The problem of intensity fluctuation characteristics calculation is solved for coherent and incoherent radiation scattered by rough surface. Fluctuation characteristics dependence on relation of incident field and surface scales are investigated.

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1984, т. 61, вып. 5

Аннотации статей, представляющих интерес для читателей «Радиофизики»

Железняков В. В., Литвинчук А. А. О роли индуцированных процессов при излучении аннигиляционных линий в космических источниках. II.

В статье рассматривается влияние процессов индуцированной аннигиляции на характеристики излучения двухквантовой системы в стационарном режиме с заданной мощностью источника позитронов. Определены условия реализации когерентного механизма излучения и критерий перехода в режим гамма-лазера, связанного с появлением инверсии населенностей в системе. Рассмотрено действие аннигиляционного гамма-лазера в режиме усиления падающего на систему излучения. Обсуждаются возможности появления инверсии в космических условиях.

Митрофанов И. Г., Долидзе В. Ш., Бара К., Ведрен Ж., Ниель М., Орли К. Быстрая спектральная переменность космических гамма-всплесков.

На основе данных советско-французского эксперимента СНЕГ-2МЗ на космических аппаратах «Венера-11 и 12» установлено, что континуум космических гамма-всплесков меняется за характерное время $\lesssim 250$ мс, аннигиляционное излучение генерируется мощными короткими импульсами. Полученные спектральные данные позволяют сделать важные выводы о природе источников гамма-всплесков.
