

УДК 535.317.1

## СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИСКАЖЕННОГО АТМОСФЕРОЙ ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ АСТРОНОМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА И ЕГО ПРОСТРАНСТВЕННОГО СПЕКТРА

П. А. Бакут, А. Д. Ряхин, К. Н. Свиридов, Н. Д. Устинов

Рассмотрена проблема статистического описания изображения астрономического объекта и его пространственного спектра в зависимости от числа степеней свободы формируемого изображения. Показано, что распределение интенсивности изображения в общем случае описывается гамма-распределением вероятности, а распределение вероятности пространственного спектра изменяется от нормального (в центральной области пространственных частот) до логарифмически нормального (в периферийной области).

Турбулентная атмосфера Земли ограничивает реальное разрешение наземной оптической астрономии в среднем величиной порядка одной угловой секунды, в то время как дифракционный предел разрешения современных телескопов на несколько порядков выше. В связи с этим возникает так называемая проблема «видения» через турбулентную атмосферу, одним из возможных путей решения которой является последетекторная обработка искаженных атмосферой изображений астрономических объектов [1]. При решении задачи статистического синтеза оптимальных алгоритмов последетекторной обработки [2] и анализе известных алгоритмов [3] возникает необходимость в разработке последовательной (теоретически и экспериментально обоснованной) статистической модели искаженного атмосферой изображения астрономического объекта.

В работе предложена и исследована статистическая модель изображения астрономического объекта, формируемого телескопом, диаметр  $D$  приемной апертуры которого существенно превышает пространственный радиус корреляции атмосферных искажений поля светового излучения  $r_0$  ( $(D/r_0)^2 \gg 1$ ), что при нормальных метеорологических условиях справедливо для большинства астрономических телескопов.

### СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Для распределения интенсивности изображения  $J(\mathbf{x})$  астрономического объекта  $O(\mathbf{x})$  справедливо выражение

$$J(\mathbf{x}) = \int_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} d\lambda \int_0^T d\tau \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{y} O(\mathbf{x} - \mathbf{y}) I(\lambda, \tau, \mathbf{y}), \quad (1)$$

где  $\lambda_0$  — средняя длина волны принимаемого светового излучения в спектральном диапазоне длин волн шириной  $\Delta\lambda$  ( $\Delta\lambda/\lambda_0 \ll 1$ ),  $T$  — время экспозиции при регистрации изображения,  $I(\lambda, \tau, \mathbf{y}) = |E(\lambda, \tau, \mathbf{y})|^2$  — мгновенное распределение интенсивности изображения точечного монохроматического источника,

$$E(\lambda, \tau, \mathbf{y}) = C \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{v} W(\mathbf{v}) U(\lambda, \tau, \mathbf{v}) \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda L} \mathbf{v} \mathbf{y}\right) \quad (2)$$

— мгновенное поле в изображении точечного монохроматического источника,  $L$  — фокусное расстояние телескопа,  $W(\mathbf{v})$  — апертурная функ-

ция телескопа,  $U(\lambda, \tau, \mathbf{v})$  — искаженное атмосферой поле светового излучения точечного монохроматического источника в плоскости  $\mathbf{v}$  приемной апертуры телескопа, а  $C$  — несущественная комплексная константа, которую в дальнейшем будем опускать.

Примем справедливое в астрономии приближение атмосферного экрана, в соответствии с которым существенными являются только фазовые искажения  $\Phi(\lambda, \tau, \mathbf{v})$  поля светового излучения  $U(\lambda, \tau, \mathbf{v}) = \exp[i\Phi(\lambda, \tau, \mathbf{v})]$ . Статистическое распределение фазовых искажений  $\Phi$  подчиняется нормальному закону с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_\Phi^2$ , значительно превышающей в оптическом диапазоне длин волн величину  $2\pi$  [4], что приводит в этом случае к равномерному закону их распределения в интервале  $-\pi, \pi$ .

Для структурной функции фазы

$$D(\lambda_1, \lambda_2, \tau_1, \tau_2, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) = \langle [\Phi(\lambda_1, \tau_1, \mathbf{v}_1) - \Phi(\lambda_2, \tau_2, \mathbf{v}_2)]^2 \rangle$$

при  $\lambda_1 = \lambda_2$ ,  $\tau_1 = \tau_2$  хорошо известен закон степени  $5/3$  [4, 5]:

$$D(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) = 6,88 (|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|/r_0)^{5/3}, \quad (3)$$

где параметр Фрида  $r_0$  [5] зависит от длины волны, интенсивности турбулентных искажений, протяженности турбулентной трассы и вида невозмущенного волнового фронта [4].

Так как фазовые искажения обратно пропорциональны длине волны  $\lambda$ , то нетрудно показать, что при  $|\lambda_1 - \lambda_2| \ll \lambda_0$  для структурной функции справедливо приближение

$$D(\lambda_1, \lambda_2, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) = D(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) + (\lambda_1 - \lambda_2)^2 / \lambda_0^2 \sigma_\Phi^2. \quad (4)$$

Временная корреляция атмосферных искажений светового излучения связана с эволюцией флуктуаций показателя преломления атмосферы, характеризующейся следующими процессами: переносом всей совокупности неоднородностей атмосферы как целого, флуктуациями скорости переноса отдельных слоев атмосферы и изменением самих неоднородностей в процессе их переноса [4]. Последние теоретические [6] и экспериментальные [7-9] исследования показали, что при анализе статистических характеристик изображений астрономических объектов неправомерно ограничиваться учетом только первого из этих процессов [10] (так называемая гипотеза «замороженности» атмосферы) и при описании временной корреляции разумно использовать приближение [6]

$$D(\tau_1, \tau_2, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) = D(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) + (\tau_1 - \tau_2)^2 / (\tau_0 r_0)^2, \quad (5)$$

где  $\tau_0 = 0,36\sigma_U^{-1}$ , а  $\sigma_U^2$  — дисперсия флуктуаций скорости переноса.

Таким образом, статистическое распределение поля  $U(\lambda, \tau, \mathbf{v})$  определяется логарифмически нормальным законом распределения с нулевым средним и корреляционной функцией

$$C_U(\lambda_1, \lambda_2, \tau_1, \tau_2, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} D(\lambda_1, \lambda_2, \tau_1, \tau_2, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) \right\} = \\ = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ 6,88 (|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|/r_0)^{5/3} + \left( \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_0} \sigma_\Phi \right)^2 + \left( \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_0 r_0} \right)^2 \right] \right\}, \quad (6)$$

причем для мгновенной корреляционной функции монохроматического излучения  $C_U(|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|) = C_U(\rho)$  справедливо равенство

$$\int_{-\infty}^{\infty} C_U(\rho) d\rho = \frac{\pi}{4} r_0^2, \quad (7)$$

определяющее название параметра Фрида  $r_0$  как пространственного радиуса корреляции атмосферных искажений поля светового излучения.

Поскольку случайное поле  $E$  асимптотически является круговым комплексным гауссовым процессом с нулевым средним, то статистическое распределение изображения  $I(\lambda, \tau, \mathbf{y})$  подчиняется отрицательно экспоненциальному закону вида

$$p(I) = \langle I \rangle^{-1} \exp(-I/\langle I \rangle), \quad (8)$$

а контраст  $q$  изображения, определяемый как  $q = \sigma_I^2 / \langle I \rangle^2$ , равен единице [11]. Для реального изображения  $J(\mathbf{x})$  протяженного астрономического объекта (1) можно использовать приближенное представление в виде суммы  $M$  статистически независимых изображений, которое приводит к гамма-распределению вероятности интенсивности

$$p(J) = \frac{J^{M-1} M^M}{\Gamma(M) \langle J \rangle^M} \exp\left(-\frac{MJ}{\langle J \rangle}\right) \quad (9)$$

с контрастом  $q = M^{-1}$ , где  $\Gamma(M)$  — гамма-функция от аргумента  $M$  [12]. Несмотря на очевидную приближенность используемого подхода, это распределение, как показывают экспериментальные исследования [7], достаточно точно описывает истинное распределение интенсивности изображения  $J(\mathbf{x})$ .

При  $M \rightarrow 1$  гамма-распределение (9) стремится к отрицательно экспоненциальному (8), а при  $M \rightarrow \infty$  в соответствии с центральной предельной теоремой оно асимптотически приближается к нормальному распределению вида

$$p(J) = \sqrt{\frac{M}{2\pi}} \frac{1}{\langle J \rangle} \exp\left[-\frac{M}{2} \left(\frac{J - \langle J \rangle}{\langle J \rangle}\right)^2\right]. \quad (10)$$

Для корреляционной функции  $C_J(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$  из (1) получаем следующее выражение:

$$C_J(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \int_0^T d\tau_1 d\tau_2 \int_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} d\lambda_1 d\lambda_2 \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{y}_1 d\mathbf{y}_2 O(\mathbf{x}_1 - \mathbf{y}_1) O(\mathbf{x}_2 - \mathbf{y}_2) \times \\ \times |C_E(\lambda_1, \lambda_2, \tau_1, \tau_2, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)|^2, \quad (11)$$

где

$$C_E(\lambda_1, \lambda_2, \tau_1, \tau_2, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{v}_1 d\mathbf{v}_2 W(\mathbf{v}_1) W^*(\mathbf{v}_2) \times \\ \times C_U(\lambda_1, \lambda_2, \tau_1, \tau_2, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) \exp\left\{-i\left(\frac{2\pi}{\lambda_1 L} \mathbf{v}_1 \mathbf{y}_1 - \frac{2\pi}{\lambda_2 L} \mathbf{v}_2 \mathbf{y}_2\right)\right\}. \quad (12)$$

Остановимся на вопросе о спектральной корреляции мгновенных изображений. При изменении длины волны светового излучения проявляются два различных механизма изменения пятенного изображения. Во-первых, для заданной реализации атмосферных искажений светового излучения по мере увеличения длины волны пропорционально возрастает масштаб изображения, что приводит к радиальному смещению периферийных пятен в изображении. Во-вторых, изменяются фазовые флуктуации светового излучения, что приводит к качественному изменению структуры изображения. Оба этих явления приводят к понижению контраста результирующего изображения (1), причем в периферийной области изображения превалирует первый процесс, а в центральной — второй.

Большинство представляющих интерес астрономических объектов не разрешается системой атмосфера — телескоп. Для подобных мало-размерных объектов функция  $O(\mathbf{x})$  быстро убывает по сравнению с  $\langle I(\lambda, \tau, \mathbf{y}) \rangle$ . В этом случае в центральной области изображения оказы-

ваются справедливыми приближенные выражения для средней интенсивности изображения

$$\langle J(\mathbf{x}) \rangle = T \Delta \lambda \langle I(\mathbf{x}) \rangle \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{y} O(\mathbf{y}) \quad (13)$$

и его корреляционной функции

$$C_J(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \left\langle I\left(\frac{\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2}{2}\right) \right\rangle^2 \int_0^T \int_0^T d\tau_1 d\tau_2 \exp\left[-\left(\frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_0 r_0}\right)^2\right] \times \quad (14)$$

$$\times \int_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} d\lambda_1 d\lambda_2 \exp\left[-\left(\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_0} \sigma_{\Phi}\right)^2\right] \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{y}_1 d\mathbf{y}_2 O(\mathbf{x}_1 - \mathbf{y}_1) O(\mathbf{x}_2 - \mathbf{y}_2) I_0(\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_2),$$

где  $I_0(\mathbf{y})$  — дифракционное изображение точечного источника. Отсюда для параметра  $M = q^{-1}$  гамма-распределения получаем соотношение

$$M = M_1 M_2 M_3,$$

где параметр

$$M_1 = T^2 \left\{ \int_0^T \int_0^T d\tau_1 d\tau_2 \exp\left[-\left(\frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_0 r_0}\right)^2\right] \right\}^{-1} \quad (15)$$

определяет число степеней свободы изображения (1) по времени экспозиции, параметр

$$M_2 = (\Delta\lambda)^2 \left\{ \int_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} d\lambda_1 d\lambda_2 \exp\left[-\left(\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_0} \sigma_{\Phi}\right)^2\right] \right\}^{-1} \quad (16)$$

характеризует число степеней свободы по используемому спектральному диапазону, параметр

$$M_3 = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{y} O(\mathbf{y}) \right]^2 \left[ \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{y}_1 d\mathbf{y}_2 O(\mathbf{y}_1) O(\mathbf{y}_2) I_0(\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_2) \right]^{-1} \quad (17)$$

— число разрешаемых телескопом элементов объекта. В такой физической интерпретации параметр  $M$  представляет собой полное число степеней свободы изображения (1).

### СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СПЕКТРА ИЗОБРАЖЕНИЯ

В некоторых случаях описание изображений объектов с помощью их пространственных спектров, математически эквивалентное описанию с помощью их распределений интенсивности, позволяет упростить решение задач синтеза и анализа.

Осуществляя фурье-преобразование от изображения (1), получаем выражение для его пространственного спектра

$$\tilde{J}(\mathbf{f}) = \tilde{O}(\mathbf{f}) \int_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} d\lambda \int_0^T d\tau \tilde{I}(\lambda, \tau, \mathbf{f}), \quad (18)$$

где  $\tilde{O}(\mathbf{f})$  — пространственный спектр объекта, а  $\tilde{I}(\lambda, \tau, \mathbf{f})$  — мгновенная оптическая передаточная функция (ОПФ) системы атмосфера—телескоп, определяемая как

$$\tilde{I}(\lambda, \tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{v} W(\mathbf{v}) W^*(\mathbf{v} - \lambda L f) U(\lambda, \tau, \mathbf{v}) U^*(\lambda, \tau, \mathbf{v} - \lambda L f). \quad (19)$$

Выражение (19) подобно выражению (2) для поля  $E(\lambda, \tau, \mathbf{y})$ , однако теперь интегрирование ведется не по области апертуры, а по области пересечения двух апертур, разнесенных на вектор  $\lambda L f$ , и вместо случайного поля  $U(\lambda, \tau, \mathbf{v})$  интегрируется случайное поле

$$\xi(\lambda, \tau, \mathbf{v}, f) = U(\lambda, \tau, \mathbf{v}) U^*(\lambda, \tau, \mathbf{v} - \lambda L f).$$

Для средней ОПФ из (6) следует выражение [5]

$$\langle \tilde{I}(\lambda, \tau, f) \rangle = \tilde{I}_0(f) \exp[-3,44(\lambda L |f|/r_0)^{5/3}], \quad (20)$$

где

$$\tilde{I}_0(f) = \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{v} W(\mathbf{v}) W^*(\mathbf{v} - \lambda L f) \quad (21)$$

— ОПФ телескопа. Из этого выражения видно, что среднее изображение объекта содержит только низкочастотную информацию ( $\lambda L f < r_0$ ), в то время как высокочастотная информация ( $\lambda L f \geq r_0$ ) оказывается практически полностью подавленной. В связи с тем, что возникает задача восстановления этой высокочастотной информации, основное внимание будет уделено анализу статистических характеристик спектра (18) именно в высокочастотной области.

Аналогично (7) нетрудно убедиться, что радиус корреляции  $r_\xi$  поля  $\xi$  равен  $0,67r_0$ . Таким образом, интеграл (19) можно аппроксимировать суммой  $N(f) = (8/\pi r_0^2) \tilde{I}_0(f)$  случайных независимых величин. При  $N(f) \gg 1$ , в соответствии с центральной предельной теоремой, ОПФ  $\tilde{I}(\lambda, \tau, f)$  можно считать гауссовой комплексной величиной, а так как  $(D/r_0)^2 \gg 1$ , то это условие выполняется для некоторой центральной области пространственных частот. По мере увеличения частоты  $f$  число

$N(f)$  уменьшается и статистическое распределение  $\tilde{I}(\lambda, \tau, f)$  отклоняется от нормального. Наконец, когда область пересечения двух апертур становится меньше области корреляции поля  $\xi$ , статистика ОПФ совпадает со статистикой поля  $\xi$  и определяется логарифмически нормальным законом распределения.

Таким образом, всю дифракционную область пространственных частот  $0 \leq |f| \leq D/\lambda L$  условно можно разбить на две области: центральную область радиуса  $f_0$  (как показали результаты статистического моделирования, радиус  $f_0$  разумно определять из условия  $N(f_0) = 10$ ), в которой статистическое распределение определяется нормальным законом, и периферийную область  $f_0 < f \leq D/\lambda L$ , в которой распределение отличается от нормального и приближается к логарифмически нормальному. На рис. 1 представлена кривая зависимости эксцесса ОПФ от нормированной пространственной частоты  $\lambda L f/D$ , полученная при одномерном статистическом моделировании ( $D/r_0 = 85$ ). Следует заме-

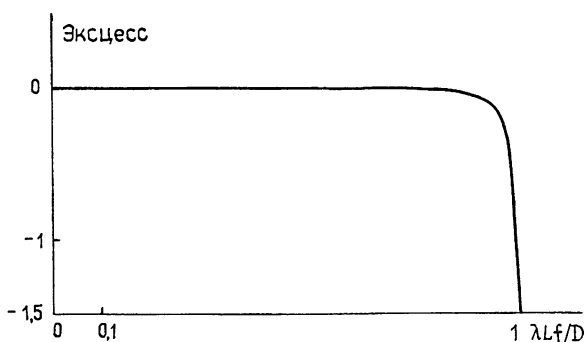


Рис. 1.

туть, что асимметрия при этом оказалась равной нулю с точностью до  $10^{-6}$  во всей области пространственных частот.

Можно показать, что для корреляционной функции ОПФ справедливо приближенное выражение

$$R(\lambda_1, \lambda_2, \tau_1, \tau_2, \mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2) = 0,342 r_0^2 \tilde{I}_0 \left( \frac{\lambda_1 \mathbf{f}_1 + \lambda_2 \mathbf{f}_2}{2\lambda_0} \right) \exp \left[ - \left( \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_0 r_0} \right)^2 \right] \times \exp \left[ - \left( \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_0} \sigma_\Phi \right)^2 \right] \exp \left[ - 6,88 \left( \frac{|\lambda_1 L \mathbf{f}_1 - \lambda_2 L \mathbf{f}_2|}{2r_0} \right)^2 \right], \quad (22)$$

которое при  $\lambda_1 = \lambda_2$ ,  $\tau_1 = \tau_2$  приводит к соотношениям

$$\sigma^2(\mathbf{f}) = R(\mathbf{f}, \mathbf{f}) = 0,342 r_0^2 \tilde{I}_0(\mathbf{f}); \quad (23)$$

$$\frac{R(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2)}{\sigma^2((\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2)/2)} = \exp \left[ - 6,88 \left( \frac{\lambda L |\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2|}{2r_0} \right)^2 \right]. \quad (24)$$

Введем следующее определение  $q_{\text{инт}}$  — интегрального по спектру контраста изображения:

$$q_{\text{инт}} = \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{f} \sigma^2(\mathbf{f}) \left/ \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{f} |\langle \tilde{I}(\mathbf{f}) \rangle|^2 \right. \quad (25)$$

Используя (19) и (22), легко показать, что величина  $q_{\text{инт}}$  равна единице, что находится в согласии с результатами предыдущего анализа статистики изображения.

Пространственный спектр  $\tilde{I}(\mathbf{f})$  реального изображения (1) протяженного астрономического объекта оказывается «более» гауссовым, чем мгновенная ОПФ  $\tilde{I}(\lambda, \tau, \mathbf{f})$ . Действительно, в связи с тем, что в выражении (18) происходит дополнительное накопление частично коррелированных ОПФ, центральная область с нормальным законом статистического распределения спектра (18) расширяется, и, кроме того, в связи с общей тенденцией убывания функции  $|\tilde{O}(\mathbf{f})|$  на высоких пространственных частотах снижается относительная роль периферийной области. Для корреляционной функции спектра  $\tilde{I}(\mathbf{f})$  из соотношений (18) и (22) можно получить выражение

$$R_J(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2) = 0,342 r_0^2 \tilde{O}(\mathbf{f}_1) \tilde{O}^*(\mathbf{f}_2) \int_0^T \int_0^T d\tau_1 d\tau_2 \exp \left[ - \left( \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_0 r_0} \right)^2 \right] \times \int_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} d\lambda_1 d\lambda_2 \exp \left[ - \left( \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_0} \sigma_\Phi \right)^2 \right] \exp \left[ - 6,88 \left( \frac{|\lambda_1 L \mathbf{f}_1 - \lambda_2 L \mathbf{f}_2|}{2r_0} \right)^2 \right] \times \tilde{I}_0 \left( \frac{\lambda_1 \mathbf{f}_1 + \lambda_2 \mathbf{f}_2}{2\lambda_0} \right), \quad (26)$$

на основе которого можно показать, что

а) увеличение времени экспозиции, эквивалентное увеличению числа временных элементов разрешения, при  $T > \tau_0 r_0$  уменьшает интегральный по спектру контраст изображения;

б) аналогично при увеличении ширины спектрального диапазона  $\Delta\lambda > \lambda_0 / \sigma_\Phi$  относительное подавление спектра возрастает вместе с частотой [13];

в) по мере увеличения средней длины волны  $\lambda_0$  это подавление становится менее существенным.

Эти теоретические результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными [12].

Используя выражение (26), можно показать, что величина интегрального контраста (25) для пространственного спектра (18) равна  $M^{-1}$ , как этого и следовало ожидать. Заметим, что существенное уменьшение контраста изображения снимает основное ограничение, запрещающее использовать нормальный закон распределения вероятности при описании статистики распределения интенсивности изображения: вероятность отрицательных значений становится пренебрежимо малой.

В результате проведенных исследований получено, что статистическая модель изображения астрономического объекта, формируемого системой атмосфера — телескоп при  $(D/r_0)^2 \gg 1$ , зависит от числа его временных  $M_1$ , спектральных  $M_2$  и пространственных  $M_3$  элементов разрешения. При  $M \equiv M_1 M_2 M_3 = 1$  контраст  $q$  равен единице, а распределение интенсивности изображения подчиняется отрицательно экспоненциальному распределению вероятности (8). При  $M > 1$   $q < 1$ , а распределение интенсивности изображения подчиняется гамма-распределению вероятности (9). При  $M \gg 1$   $q \ll 1$ , а распределение интенсивности изображения подчиняется нормальному закону распределения вероятности (10). Последнее подтверждается также нормальным законом распределения вероятности пространственного спектра изображения при  $M \gg 1$  практически во всей области пространственных частот.

Рассмотренная теоретически статистическая модель изображения астрономического объекта и его пространственного спектра находится в хорошем согласии с результатами статистического моделирования на ЭВМ и экспериментального исследования статистических характеристик искаженных атмосферой изображений астрономических объектов [7, 8, 9, 12].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бакут П. А., Устинов Н. Д., Троицкий И. Н., Свиридов К. Н. — Зарубежная радиоэлектроника, 1976, вып. 7, с. 15.
2. Бакут П. А., Польских С. Д., Ряхин А. Д., Свиридов К. Н. Тезисы докладов VIII выездного семинара секции теории информации ЦП НТО РЭС им А. С. Попова — Воронеж, 1983, с. 13.
3. Бакут П. А., Матвеев И. Н., Ряхин А. Д., Свиридов К. Н., Устинов Н. Д. — Квантовая электроника, 1983, 10, № 12, с. 2443.
4. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, 1967.
5. Fried D. L. — J. Opt. Soc. Am., 1966, 56, № 10, p. 1372.
6. Roddier F., Gill J. M., Lund G. — J. Optics, 1982, 13, № 5, p. 263.
7. Scaddan R. J., Walker J. G. — Appl. Opt., 1978, 17, № 23, p. 3779.
8. Parry G., Walker J. G., Scaddan R. J. — Opt. Acta, 1979, 26, № 5, p. 563.
9. Aime C., Kadiri S., Martin F., Ricort G. — Opt. Commun., 1981, 39, № 2, p. 287.
10. Roddier C., Roddier F. — J. Opt. Am., 1975, 65, № 5, p. 664.
11. Nakagami M. Statistical Methods in Radio Wave Propagation. — Pergamon Press, 1960.
12. Каро Д. Р., Schneiderman A. M. — J. Opt. Soc. Am., 1978, 68, № 3, p. 480.
13. Бакут П. А., Белкин Н. Д., Свиридов К. Н., Устинов Н. Д. — Опт. и спектр, 1983, 54, № 5, с. 890.

Поступила в редакцию  
22 мая 1984 г.,  
после переработки  
26 октября 1984 г.

#### THE STATISTICAL MODEL OF ATMOSPHERE ASTRONOMICAL OBJECT OPTICAL IMAGE DISTORTED AND ITS SPATIAL SPECTRUM

*P. A. Bakut, A. D. Rjahn, K. N. Sviridov, N. D. Ustinov*

The problem of statistical description of the astronomical object image and its spectrum depending on the number of degrees of freedom is considered. It is shown that the image intensity probability distribution on the whole is described by gamma-distribution, but the spatial spectrum probability distribution changes from normal (in the centre) to log-normal (in the periphery). The results of mathematical modelling confirming the proposed statistical model are presented.