

УДК 621.385.6

ТЕОРИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ОРОТРОНА С СИНУСОИДАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ПОЛЯ ВДОЛЬ ТРАЕКТОРИЙ ЭЛЕКТРОНОВ

Н. И. Зайцев, Н. Ф. Ковалев

Исследуется взаимодействие потока релятивистских электронов с высокочастотным полем, имеющим синусоидальное распределение. Результаты могут использоваться при создании оротронов с простейшей электродинамической системой (однородной вдоль траектории электронов).

Оротрон (ГДИ) [1,2] является одним из немногих СВЧ приборов, эффективно работающих в диапазоне миллиметровых волн. Как было отмечено в [3], он не утрачивает своих основных свойств и в области релятивистских энергий электронов. Именно поэтому он был одним из первых релятивистских приборов, для которого была построена нелинейная теория [4]. Однако в [4] использовалась весьма грубая П-аппроксимация распределения высокочастотного поля вдоль траектории электронов, что не позволяет производить расчет экспериментальных генераторов с достаточной точностью. Оротронам с простейшей электродинамической системой (однородной вдоль траектории электронов) более адекватна синусоидальная или гауссова аппроксимация поля рабочей (наиболее высокодобротной) моды. Результаты таких расчетов были изложены в [5,6]. Здесь расчеты, посвященные оротронам с синусоидальным распределением высокочастотного поля, будут изложены более подробно.

Полагая магнитное поле бесконечным, движение электронов будем считать одномерным — прямолинейным. Будем также пренебрегать влиянием на взаимодействие пространственных гармоник волны, а также поля высокочастотного пространственного заряда. Последнее имеет место при выполнении условия

$$\sqrt{J/J_{\text{пр}}} \ll \lambda \gamma_0 / L, \quad (1)$$

где J и $J_{\text{пр}}$ — соответственно рабочий и предельный для заданной геометрии электроннооптической системы токи электронного пучка, $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \equiv g/mc^2$ — релятивистский фактор, равный полной нормированной энергии электрона, L — длина пространства взаимодействия, $\lambda \equiv 2\pi/k = 2\pi c/\omega$ — длина волны излучения. Предполагается, что на все электроны действует одинаковое по величине высокочастотное поле фиксированной структуры, которое аппроксимируется синусоидальной функцией

$$E_z = \begin{cases} E_0 \sin(\pi z/L) \operatorname{Re} e^{i(\omega t - hz)}, & z \in [0, L] \\ 0, & z \notin [0, L] \end{cases} \quad (2)$$

Приближение фиксированной структуры поля справедливо при

$$|(\omega_i - \omega)/\omega| \gg (J/J_{\text{ст}} - 1)/Q, \quad (3)$$

где ω_i — комплексная частота колебания, ближайшего к расчетному, а Q и $J_{\text{ст}}$ — добротность и стартовый ток последнего. Синусоидальная

структура поля (3) есть результат суперпозиции двух близких по волновым числам бегущих волн ($h \pm \pi/L$), обычно прямой и обратной, — ситуация, типичная для приборов «коротронного» типа.

С учетом принятых идеализаций систему уравнений движения и начальные условия для стационарного и немодулированного на входе в рабочее пространство электронного потока можно записать в виде

$$\frac{d\gamma}{d\zeta} = a \sin \pi \frac{\zeta}{\zeta_k} \cos \theta, \quad \gamma(0) = \gamma_0, \quad \frac{d\theta}{d\zeta} = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} - b, \quad \theta(0) = \theta_0, \quad (4)$$

где $\zeta = kz$, $\zeta_k = kL$, $b = h/k$, $a = eE_0/kmc^2$ — нормированная амплитуда поля, $\theta = \omega t - hz$ — фаза волны, действующей на электроны, а γ_0 и θ_0 — соответственно начальная энергия электронов и фаза волны в момент их влета в пространство взаимодействия.

Как и в работе [7], на основе решения системы (4) можно вычислить комплексную мощность, излучаемую потоком электронов в резонатор,

$$P = -\frac{1}{2} \int_V \bar{j} \bar{E}^* dV = -\frac{JU}{\gamma_0 - 1} \int_0^{\zeta_k} \sin\left(\pi \frac{\zeta}{\zeta_k}\right) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta d\zeta, \quad (5)$$

и соответственно КПД этого процесса,

$$\eta = \frac{\text{Re } P}{JU} \equiv \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0 - 1} d\theta_0, \quad (6)$$

где $U = (\mathcal{E} - mc^2)/e \equiv (\gamma_0 - 1)mc^2/e$ — статическое напряжение, ускоряющее электроны. В стационарном режиме имеет место выполнение баланса комплексных мощностей:

$$2i(\omega - \omega_0)W = P, \quad (7)$$

где W — запасенная в резонаторе энергия, $\omega_0 = \omega'_0 + i\omega''_0 \equiv \omega'_0(1 + i/2Q)$ — собственная частота рабочего типа колебания, а Q — его добротность.

С введением соотношения (7) задача о резонансном генераторе с фиксированной структурой поля (4)–(6) становится самосогласованной. В качестве собственных чисел этой задачи удобно взять η и b , т. е. КПД и частоту генерации.

Численные исследования системы (4) для определенности проведены при $\gamma = 1,78$, что соответствует энергии электронов $\mathcal{E} = 400$ кэВ. Решение для других значений энергии с достаточной точностью находится в соответствии с выражениями [6]

$$\zeta_k(\gamma_0) = 0,382\gamma_0 \sqrt{\gamma_0^2 - 1} \hat{\zeta}_k, \quad (8)$$

$$a(\gamma_0) = 2,152\hat{a} \sqrt{\gamma_0^2 - 1} / \gamma_0^2,$$

$$b(\gamma_0) = (2,621\hat{b} + \gamma_0^2 - 3,168) / \gamma_0 \sqrt{\gamma_0^2 - 1},$$

$$\eta(\gamma_0) = 0,64\hat{\eta}(\gamma_0 + 1) / \gamma_0,$$

где знаком « \wedge » обозначены величины, соответствующие $\mathcal{E} = 400$ кэВ.

На рис. 1 в плоскости параметров $\hat{\zeta}_k$ и \hat{a} приведены линии равных КПД (сплошные) и параметра расстройки \hat{b} , при которых достигается максимальный (при фиксированных \hat{a} и $\hat{\zeta}_k$) КПД.

В тех же координатах на рис. 2 построены линии равных значений величины $\left| \frac{1}{\hat{\eta}} \frac{d^2 \hat{\eta}}{d(\hat{\zeta}_k \hat{b})^2} \right|_{a, \zeta_k = \text{const}}$ при $\hat{b} = \hat{b}_{\text{опт}}$ (сплошные), позволяющие рассчитать режим работы генератора, отличающийся, но близкий к представленным на рис. 1,

$$\eta = \eta_{\text{max}} \left[1 - \frac{\hat{\zeta}_k^2}{2\hat{\eta}} \frac{\partial^2 \hat{\eta}}{\partial (\hat{\zeta}_k \hat{b})^2} (\hat{b} - \hat{b}_{\text{опт}})^2 \right]. \quad (9)$$

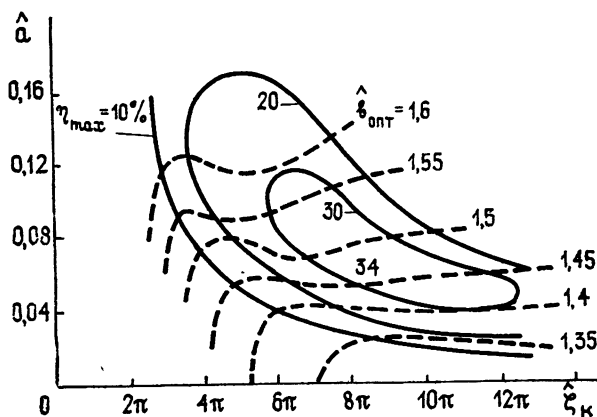


Рис. 1. Линии равных КПД (сплошные) и оптимальной расстройки (пунктирные) в плоскости параметров \hat{a} и $\hat{\zeta}_k$.

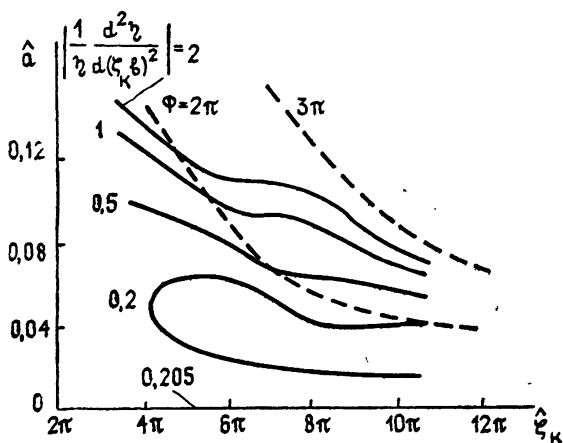


Рис. 2. Линии равных значений величины $\frac{1}{\hat{\eta}} \frac{d^2 \hat{\eta}}{d(\hat{\zeta}_k \hat{b})^2}$ (сплошные) при оптимальной расстройке \hat{b} и линии равных углов пролета Φ (пунктирные) в плоскости параметров \hat{a} и $\hat{\zeta}_k$.

С помощью рис. 2 можно также оценить критичность работы прибора по отношению к параметрам электронного пучка, а также к неточностям изготовления его электродинамической системы. Здесь же пунктиром нанесены линии равных углов пролета электронов через пространство взаимодействия $\Phi = kL(\hat{b} - \gamma_0/\sqrt{\gamma_0^2 - 1})$ при $\hat{b} = \hat{b}_{\text{опт}}$. Выше

линий $\Phi=3\pi$ реализуется жесткий режим работы автогенератора. Ниже кривой $\Phi=2\pi$ инкремент нарастания в оптимальных по КПД режимах ($b=b_{\text{опт}}$) снижается не более чем в два раза по сравнению с максимально возможным ($\Phi=\pi$) при заданных величинах J и Q . Линия $\Phi=\pi$ совпадает с осью $a=0$. Заметим, что зависимости, приведенные на рис. 1 и 2, полученные численным интегрированием уравнений, сглажены, поскольку их осцилляции (изрезанность) лежат за пределами точности используемой модели.

В случаях не слишком большой энергии электронов ($\mathcal{E} \leq 200 \text{ кэВ}$) или малой плотности тока электронного потока (ситуация, типичная для коротковолновых диапазонов) режимы с КПД, близким к максимальному ($\eta=20\div 30\%$), трудно реализуемы (см. рис. 1). Вследствие этого длину пространства взаимодействия необходимо увеличивать. Для рассмотрения режимов прибора с увеличенной длиной можно воспользоваться справедливыми при

$$a\zeta_k \ll \gamma_0 - 1 \quad (10)$$

более простыми уравнениями [8]:

$$\frac{du}{d\tau} = -\sin \pi \frac{\tau}{\tau_k} \cos^2 \theta, \quad u(0) = 0, \quad \frac{d\theta}{d\tau} = u - B, \quad \theta(0) = \theta_0 \in [0, 2\pi]; \quad (11)$$

$$\eta = a^{1/2} \frac{\gamma_0 + 1}{(\gamma_0^2 - 1)^{1/4}} \eta_g, \quad \eta_g = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u d\theta_0, \quad (12)$$

где

$$u = \frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0 - 1}, \quad \tau = \frac{\zeta a^{1/2}}{(\gamma_0^2 - 1)^{3/4}}, \quad B = \frac{(\gamma_0^2 - 1)^{3/4}}{a^{1/2}} \left(b - \frac{\gamma_0}{\sqrt{\gamma_0^2 - 1}} \right).$$

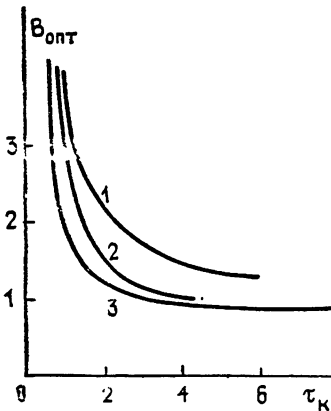


Рис. 3.

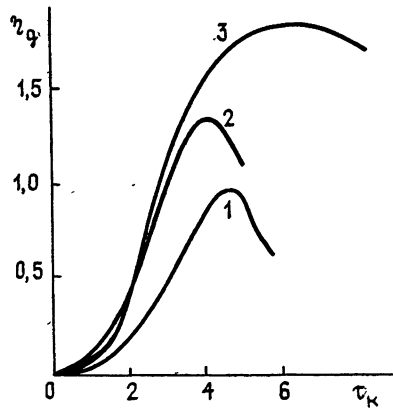


Рис. 4.

Рис. 3. Зависимость параметра η_g от параметра τ_k при аппроксимации высокочастотного поля ($B = B_{\text{опт}}$):

1 — синусоидальной функцией; 2 — П-функцией; 3 — функцией Гаусса.

Рис. 4. Зависимости оптимальной расстройки $B_{\text{опт}}$ от параметра τ_k , соответствующие аппроксимации продольного распределения высокочастотного поля:

1 — синусоидальной функцией; 2 — П-функцией; 3 — функцией Гаусса.

Результаты численного решения асимптотической задачи (11), (12) представлены на рис. 3 и 4. (кривые 1). На рис. 3 представлена зависимость η_g от τ_k для значений $B = B_{\text{опт}}$, определяемых условием $\left. \frac{d\eta_g}{dB} \right|_{\tau_k \text{ const}} = 0$, а на рис. 4 зависимость $B_{\text{опт}}$ от τ_k . На этих же рисун-

как для сравнения приведены результаты решения уравнений (11), (12) при аппроксимации продольного распределения высокочастотного поля прямоугольником [4]

$$E_z = \begin{cases} E_0 \operatorname{Re} e^{i(\omega t - hz)} & z \in [0, L] \\ 0, & z \notin [0, L] \end{cases}$$

(кривые 2) и функцией Гаусса*

$$E_z = E_0 e^{-4z^2/L^2} \operatorname{Re} e^{i(\omega t - hz)}$$

(кривые 3).

Приведенные данные позволяют определить длину пространства взаимодействия генератора L . Размеры же его поперечного сечения следует определить из условия селективного возбуждения рабочей моды (обозначим ее индексом «0») [9]

$$J_0 < J_{ст, i}, \quad i \neq 0, \quad (13)$$

где $J_{ст, i}$ — стартовые токи паразитных мод. Следует отметить, что несмотря на свою «правдоподобность» условие (13) не всегда гарантирует одномодовый и, в особенности, одночастотный режим генерации [10]. В этих особых случаях неравенство (13) должно выполняться с некоторым «запасом», о величине которого можно судить лишь из решения строгой нелинейной задачи о конкуренции мод, которая здесь не обсуждается.

Пусковые (стартовые) режимы, необходимые для решения задачи о селекции, в случае генераторов с фиксированной синусоидальной структурой поля находятся из уравнения баланса (7), где под P следует понимать $P_{ст}$ — первый отличный от нуля член разложения выражения для комплексной мощности (5) по малому параметру $3a^2 \zeta_k \gamma_0 / (\gamma_0^2 - 1)^{3/2}$. Соответствующие нормированные величины

$$\eta' = \frac{\operatorname{Re} P_{ст} (\gamma_0^2 - 1)^{3/2}}{JU a^2 \zeta_k^2 (\gamma_0 - 1)} \quad \text{и} \quad \eta'' = \frac{(\gamma_0^2 - 1)^{3/2} \operatorname{Im} P_{ст}}{JU a^4 \zeta_k^2 (\gamma_0 - 1)} \quad (14)$$

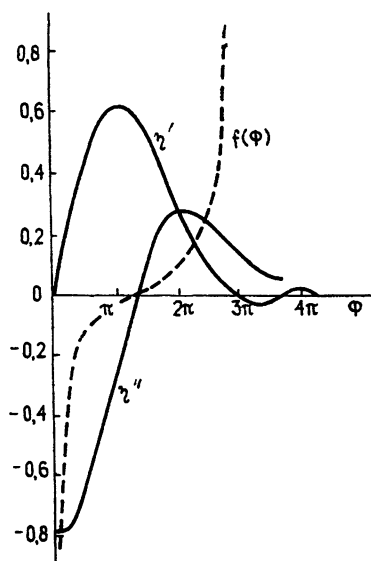
в зависимости от относительного угла пролета электронов Φ приведены на рис. 5.

В режимах, представляющих практический интерес, когда $\pi < \Phi < 2\pi$, в соответствии с рис. 1 и 2 нетрудно получить соотношение $J/J_{ст} \leq 2$. С учетом последнего условия (13) будет удовлетворено, если $2J_{ст, 0} < J_{ст, i} (i \neq 0)$ или

$$|k_i - k_0| \frac{L \gamma_0}{\sqrt{\gamma_0^2 - 1}} = \Phi_i - \Phi_0 \geq 2\pi \quad (15)$$

для всех колебаний, добротности которых близки по величине к добротности рабочей моды. Последнее соотношение и накладывает ограничения на размеры поперечного сечения электродинамических систем рассматриваемых генераторов. Например, в оротроне (ГДИ) с двухзеркальным резонатором расстояние между зеркалами L_{\perp} оказывается ограниченным сверху условием

Рис. 5. Зависимости действительной η' и мнимой η'' частей комплексной мощности, а также функции $f(\Phi) = \eta''/\eta'$ от относительного угла пролета Φ .



* Максимальный КПД в пределе $\gamma \rightarrow \infty$ при такой аппроксимации достигает 58% [5].

$$L_{\perp} \leq L\gamma_0/2\sqrt{\gamma_0^2-1}, \quad (16)$$

справедливым при $Q \rightarrow \infty$. С учетом же конечной величины добротности условием (16) соответствует выражение

$$\left| (\Phi_i - \Phi_0) \left\{ 1 - \frac{1}{2Q} \left[\frac{f(\Phi_i) - f(\Phi_0)}{\Phi_i - \Phi_0} k_0 L \frac{\gamma_0}{\sqrt{\gamma_0^2 - 1}} - f(\Phi_0) \right] \right\} \right| \leq 2\pi, \quad (17)$$

зависимость $f(\Phi) = \frac{\eta''}{\eta'} = \frac{\text{Im } P_{\text{ст}}}{\text{Re } P_{\text{ст}}} < 0$ приведена на рис. 5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Русин Ф. С., Богомолов Г. Д. В кн.: Электроника больших мощностей. — М.: Наука, 1968, т. 5, с. 45.
2. Шестопалов В. П. Дифракционная электроника. — Харьков: Вища школа, 1976. — 232 с.
3. Петелин М. И. В кн.: Лекции по электронике СВЧ. — Саратов: Гос. ун-т, 1974, кн. 4, с. 179.
4. Кротова З. Н., Чертков Ю. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1974, 17, № 3, с. 413.
5. Зайцев Н. И., Ковалев Н. Ф., Кольчугин Б. Д., Петелин М. И., Яшнов А. А. Тезисы докладов IV Всесоюзного симпозиума по сильноточной электронике. — Томск: изд. ИСЭ СО АН СССР, Ч. 2, 1982, с. 136.
6. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Ковалев Н. Ф., Нусинович Г. С., Петелин М. И. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР, 1981, с. 249.
7. Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. — М.: Сов. радио, 1973. — 400 с.
8. Ковалев Н. Ф. — Радиотехника и электроника, 1981, 26, № 6, с. 1337.
9. Ковалев Н. Ф., Петелин М. И. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР, 1981, с. 62.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
26 апреля 1984 г.,
после доработки
5 мая 1985 г.

THEORY OF A RELATIVISTIC OROTRON WITH A SINUSOIDAL DISTRIBUTION OF RF FIELD ALONG THE ELECTRON TRAJECTORIES

N. I. Zaitsev, N. F. Kovalev

Interaction of a flow of relativistic electrons with a RF field having a sinusoidal distribution is investigated. These results are useful in designing orotrons with a simple electrodynamic system (homogeneous along the electron trajectories).