

УДК 621.385.6

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ (ПО БУРСИАНУ)
ПЛОТНОСТИ ТОКА В МНОГОМЕРНОМ
ЭЛЕКТРОННОМ ПРОМЕЖУТКЕ**

Ю. Л. Бобровский, С. Р. Зарембский

Разработан общий метод определения критической плотности тока j_{\max} в электронных промежутках произвольной конфигурации. Изучена зависимость максимальной плотности от геометрических параметров для плоскопараллельных промежутков со сравнимыми размерами.

Вопрос о максимальной плотности тока j_{\max} , который может быть пропущен через электронный промежуток (ЭП) без возникновения неустойчивости*, всегда относился к числу важнейших задач СВЧ электроники [3–5]. В настоящее время актуальность этого вопроса возросла как в плане решения задач релятивистской электроники [6–8], так и в связи с использованием низковольтных потоков высокой плотности [9]; в последнем случае применительно к современным, развитым в поперечном направлении конструкциям интерес представляют многомерные (дву- и трехмерные) задачи с возможной асимметрией потока относительно оси ЭП.

Традиционно при нахождении j_{\max} для одномерных симметричных конфигураций решалась экстремальная [4, 5] задача на поиск максимума функции $j = \varphi(U_m)$, выражающей зависимость плотности тока j через ЭП от минимального значения статического потенциала U_m в ЭП; обоснованием такого подхода служило нефизичное (начиная с экстремальной точки) поведение упомянутой зависимости. Аналогичным образом величина j_{\max} определялась и в двумерных случаях, когда аналитическое решение задачи оказывалось невозможным и применялись численные методы [7].

Использование такого критерия при определении j_{\max} в многомерном случае сопряжено с определенными трудностями. Так, например, при асимметрии промежутка или потока в ходе решения с использованием такой методики возникает параллельная задача локализации минимума потенциала U_m . Кроме того, трудности возникают при попытке унифицированным образом поставить задачу о существовании и единственности j_{\max} и обосновании численных методов для его определения. По сути дела такие обоснования в упомянутых многомерных исследованиях базировались на аналогиях с конкретными аналитическими формулами для j_{\max} , которые могут быть получены для простых, одномерных геометрических конфигураций.

В настоящей работе рассматривается иной подход к определению j_{\max} , позволяющий обойти указанные трудности, и приводятся примеры, иллюстрирующие его применение к трехмерным конфигурациям в режимах полного и неполного заполнения потоком поперечного сечения ЭП.

* В [1] соответствующая неустойчивость (характеризуемая образованием в ЭП виртуального катода) называется статической, так как ее возникновение связано с распределением статического потенциала в ЭП. Однако в [2] этот эффект классифицируется как динамический. Поэтому во избежание терминологических недоразумений в дальнейшем будет использован термин «бурсианова неустойчивость» [3].

1. Критерий бурсиановой неустойчивости. Существо предлагаемого подхода состоит в том, что значение j_{\max} трактуется как точка ветвления (прекращения решения) задачи, описывающей распределение потенциала в ЭП. При этом задача ставится и решается как краевая с естественным выбором в качестве независимого параметра плотности тока j , которая физически является причиной провисания статического потенциала в ЭП и, в конечном итоге, возникновения бурсиановой неустойчивости. Таким образом, критерием возникновения неустойчивости является исчезновение решения дифференциального уравнения, описывающего процессы в ЭП, что имеет ясный физический смысл, поскольку означает, что реализация режима, описываемого исходным дифференциальным соотношением, при $j > j_{\max}$ невозможна. Для одномерных конфигураций такая трактовка j_{\max} отмечалась в литературе [10]; в этих случаях эквивалентность предлагаемого и «экстремального» подходов очевидна. Однако для ЭП со сравнимыми линейными размерами подход, основанный на факте исчезновения решения, имеет определенные преимущества, так как позволяет универсальным образом поставить и решить задачу существования и единственности j_{\max} в ЭП и построить достаточно общий алгоритм его численного определения.

По-видимому, одна из первых попыток такого подхода к решению задачи о бурсиановой неустойчивости для многомерной конфигурации с использованием предложенного критерия, т. е. исчезновения решения при $j = j_{\max}$, была предпринята в [11, 12]. В частности, в [12] была получена двумерная формула для

$$j_{\max} = A [1 + (l/r)^2 B] (U_0^{3/2}/l^2) \quad (1)$$

(l и r — длина и радиус цилиндра, образующего ЭП), в крайних случаях $l \ll r$ и $l \gg r$ переходящая в известные выражения [8]. И хотя результат [12] является частным, сам подход к проблеме оказался весьма плодотворным.

Дадим общую формулировку задачи в рамках предлагаемого подхода. Пусть ЭП занимает область Ω с границей $\partial\Omega$, являющейся замкнутой эквипотенциальной поверхностью. Пучок электронов занимает область Ω' . Скорость электронов имеет одну составляющую, параллельную оси системы (т. е. предполагается наличие бесконечного фокусирующего поля), но, вообще говоря, непостоянна по сечению и длине пучка. Процесс предполагается стационарным, плотность тока — постоянной величиной. Задача решается в нерелятивистском приближении. Принятые допущения приводят к удовлетворительным результатам при исследовании ЭВП СВЧ малой мощности [10, 1]; для приборов средней и большой мощности, для которых характерно использование бессеточных зазоров, основанное на указанных допущениях решение позволяет дать лишь оценку величины j_{\max} . Однако простота алгоритма и возможность проведения быстрых оценок (см. ниже) позволяет ввести его непосредственно в «динамические» программы оптимизации ЭВП и практически без увеличения общего времени счета осуществить необходимые «оценки первого приближения».

При сделанных допущениях уравнение, описывающее распределение потенциала в ЭП после нормировки и соответствующих замен (см. ниже), может быть приведено к виду

$$-\Delta u(\bar{x}) = \begin{cases} a/\sqrt{1 - u(x)}, & x \in \Omega' \\ 0, & x \in \Omega \setminus \Omega' \end{cases} \quad (2)$$

с граничным условием

$$u|_{\partial\Omega} = 0. \quad (3)$$

Здесь $\bar{x} = (x, y, z)$ — пространственная переменная, нормированная к d — характерному размеру промежутка, $a = d^2 j / \epsilon_0 \sqrt{2\eta} U_0^{3/2}$ (j — абсолютная величина плотности тока, ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, η — нормированный заряд электрона, U_0 — граничное

значение потенциала), $u = 1 - U/U_0$ ^{*}. Будем предполагать, что решение u идовлетворяет естественным неравенствам $0 \leq u(x) \leq 1$.

В дальнейшем вместо j, j_{\max} всюду будет говориться об α, α_{\max} соответственно; при этом α_{\max} трактуется как значение α , при котором решение задачи (2), (3) перестает существовать.

Основой дальнейших рассуждений послужит итерационный процесс

$$u_0(\bar{x}) \equiv 0, -\Delta u_{n+1}(\bar{x}) = \begin{cases} \alpha / \sqrt{1 - u_n(\bar{x})}, & \bar{x} \in \Omega' \\ 0, & \bar{x} \in \Omega \setminus \Omega' \end{cases}, u_{n+1}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (4)$$

построенный по задаче (2), (3). Пользуясь результатами теории нелинейных уравнений (см., например, [14]), можно показать, что для основных практических конфигураций ЭП и пучка существование решения задачи (2), (3) эквивалентно сходимости процесса (4). Опишем поведение процесса (4) в зависимости от α , опираясь на результаты [13].

Для рассматриваемой задачи справедливы следующие утверждения:

а) если при некотором α решение u задачи (2), (3) существует, то приближения (4) сходятся к нему со скоростью геометрической прогрессии и при этом справедливы неравенства

$$0 \leq u_0 \leq u_1 \leq \dots \leq u_n \leq \dots \leq u; \quad (5)$$

б) если решение задачи (2), (3) не существует, то приближения (4), по-прежнему монотонно нарастают, при некотором номере n впервые превосходят единицу и вычисление следующего приближения оказывается невозможным (в правой части (4) выражение под корнем становится отрицательным);

в) процесс (4) заведомо сходится при

$$\alpha \leq \tilde{\alpha} = 2\sqrt{3}/9\omega_s. \quad (6)$$

Здесь $\omega_s = \sup_{\bar{x} \in \Omega} \omega(\bar{x})$, а $\omega(\bar{x})$ является решением задачи

$$-\Delta \omega(\bar{x}) = \begin{cases} 1, & \bar{x} \in \Omega' \\ 0, & \bar{x} \in \Omega \setminus \Omega' \end{cases}, \quad \omega|_{\partial\Omega} = 0; \quad (7)$$

г) процесс (4) заведомо расходится, и, следовательно, задача (2), (3) не имеет решения при

$$\alpha \geq \tilde{\alpha} = 1/\omega_s; \quad (8)$$

д) если процесс (4) сходится при $\alpha = \alpha_0$, то он сходится и при $\alpha \leq \alpha_0$. Существование и единственность α_{\max} в смысле предложенного критерия следует теперь из рассмотрения результатов в)–д). Действительно, существование величины $\tilde{\alpha}$ означает, что при каком-то $\alpha \leq \tilde{\alpha}$ решение уравнения (2), (3) прекращается, т. е. $\alpha = \alpha_{\max}$ существует. Но решение не может «восстановиться» при новом значении $\alpha_{\max} < \alpha_0 \leq \tilde{\alpha}$, ибо это противоречило бы утверждению д). Таким образом, значение α_{\max} единствено.

Приведенные утверждения (а)–(д)) позволяют также обосновать изложенный ниже численный метод нахождения максимальной плотности тока в общей ситуации.

2. Алгоритм определения точного значения α_{\max} . Рассматриваемый алгоритм принципиально основан на сформулированном выше критерии неустойчивости, т. е. на положении об исчезновении решения

* Замена $u = 1 - U/U_0$, сводящая граничные условия к нулевым, является стандартным приемом упрощения неоднородных краевых задач.

исходного уравнения при $\alpha > \alpha_{\max}$. Уточним это, изложив общую схему алгоритма.

Расчет начинается с выбора начального приближения $\alpha = \alpha_0$, при котором решение задачи (2), (3) заведомо существует (например, $\alpha_0 = \tilde{\alpha}$, где $\tilde{\alpha}$ определяется (6)). Выбирается также шаг $\Delta\alpha$ по α , исходное значение α увеличивается на $\Delta\alpha$ и реализуется итерационный процесс (4) при $\alpha_1 = \alpha_0 + \Delta\alpha$. При этом получается монотонная (согласно а), б) разд. 1) последовательность функций $\{u_n^{(\alpha_1)}\}$. Допустим, она сходится к некоторой функции $u^{(\alpha_1)}$. В этом случае значение α_1 является допустимым и происходит переход к реализации процесса (4) при $\alpha_2 = \alpha_1 + \Delta\alpha^*$. Увеличение α не может продолжаться неограниченно (верхней границей для α служит, по крайней мере, $\tilde{\alpha}$, получаемое из (8)). При некотором $\alpha_{k+1} = \alpha_k + \Delta\alpha$ последовательные приближения $u_n^{(\alpha_{k+1})}$ с ростом n превзойдут единицу, что будет свидетельствовать о том, что $\alpha_{k+1} > \alpha_{\max}$. Таким образом, последнее допустимое значение α_k является приближением к α_{\max} по недостатку, и тем самым α_{\max} определено с точностью $\Delta\alpha$. Уменьшая в случае необходимости $\Delta\alpha$ и стартуя теперь уже с α_k , мы можем тем же способом уточнить значение α_{\max} .

Изложенный алгоритм решает, в принципе, задачу определения с заданной точностью**.

Очевидно, наиболее трудоемкой и наименее универсальной частью алгоритма является реализация шага процесса (4), т. е. численное решение краевой задачи для уравнения Пуассона. Выбор способа ее решения существенно зависит от области Ω . Нами были проведены расчеты для плоскопараллельных конфигураций. Рассмотрим подробнее реализацию шага процесса (4) в этом случае.

Пусть ЭП представляет собой прямоугольный параллелепипед $\Omega = \{0 < x < 2a, 0 < y < 2b, 0 < z < 2c\}$. Область, занятая потоком, также является параллелепипедом $\Omega' = \{0 < x - x_0 < 2a', 0 < y - y_0 < 2b', 0 < z - z_0 < 2c'\}$, где (x_0, y_0, z_0) — ближайшая к началу координат вершина Ω' . Введем систему регулярных узлов $S_{ijk} = \left(\frac{2a}{N_x} i, \frac{2b}{N_y} j, \frac{2c}{N_z} k \right)$,

где N_x, N_y, N_z — число промежутков разбиения по соответствующим координатам. Правую часть уравнения (4) обозначим через F . Будем решать задачу (4) методом разложения правой части F в ряд по собственным функциям

$$e_{mnp}(\bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{abc}} \sin \frac{\pi m}{2a} x \cdot \sin \frac{\pi n}{2b} y \cdot \sin \frac{\pi p}{2c} z$$

оператора Лапласа в параллелепипеде Ω . Для приближенного определения коэффициентов разложения аппроксимируем F полилинейной функцией

$$\tilde{F} = \sum_{i,j,k} F_{ijk} \varphi_{ijk}(\bar{x}),$$

где $F_{ijk} = F(S_{ijk})$, а φ_{ijk} — базисные полилинейные функции, равные единице в узле S_{ijk} и нулю в других узлах, причем для узлов, лежащих на границе Ω' , производится соответствующее усечение. Коэффи-

* Можно показать, что решения $u^{(\alpha)}$ и $u^{(\alpha')}$, отвечающие значениям параметра α, α' соответственно, удовлетворяют неравенству $u^{(\alpha)} < u^{(\alpha')}$ при $\alpha < \alpha'$. Поэтому для ускорения счета можно при реализации процесса (4) при $\alpha = \alpha_{k+1}$ в качестве начального приближения u_0 брать $u^{(\alpha_k)}$.

** Подход к вычислению α_{\max} формально близок [8], однако в [8] используется «экстремальный» критерий максимальности [5], а итерационный процесс типа (4) служит только для решения задачи (2), (3) при допустимых ($\alpha < \alpha_{\max}$) значениях плотностей тока.

циенты для \tilde{F} могут быть найдены по точным формулам как конечные линейные комбинации коэффициентов для φ_{ijk} . Решение уравнения (4) с правой частью \tilde{F} получается по явной формуле

$$u = \frac{4}{\pi^2} \sum_{m,n,p} \frac{\tilde{f}_{mnp}}{(m/a)^2 + (n/b)^2 + (p/c)^2} e_{mnp}(\bar{x}), \quad (9)$$

где \tilde{f}_{mnp} — коэффициенты разложения для \tilde{F} .

Формула (9) является основной расчетной формулой при реализации шага итерационного процесса (4). Для эффективного вычисления коэффициентов \tilde{f}_{mnp} и значений u в узлах S_{ijk} применялись приемы быстрого дискретного преобразования Фурье [15]. Как известно, прямой метод такого типа требует по порядку $O(N \ln N)$ арифметических действий ($N = N_x \cdot N_y \cdot N_z$) и приблизительно $2N$ ячеек машинной памяти; он является одним из наиболее экономных методов для прямоугольных областей.

Источником погрешности при подобном расчете служит, во-первых, аппроксимация правой части (4) функцией \tilde{F} и, во-вторых, замена бесконечного ряда (9) конечной суммой. Обе эти погрешности контролировались при счете последовательным увеличением числа узлов S_{ijk} и числа членов в ряде (9) для решения u .

Реализация алгоритма в целом требует многократного решения краевой задачи, что для областей сложной формы может потребовать значительных затрат машинного времени. Поэтому актуальной остается задача нахождения гарантированных оценок для α_{\max} . Определение таких оценок требует значительно меньших затрат машинного времени, и в некоторых случаях они могут дать вполне приемлемую

точность. Простейшими оценками такого типа являются $\tilde{\alpha}$, α , получаемые из (6), (8). Их вычисление требует однократного решения краевой задачи для уравнения Пуассона в области Ω , в правой части которого стоит характеристическая функция области Ω' (см. (7)).

Точность оценок $\tilde{\alpha}$, α различна. Как показали расчеты точного значения α_{\max} , $\tilde{\alpha}$ завышает α_{\max} примерно в два раза. Оценка снизу α значительно точнее. Так, для плоскопараллельных систем в широком диапазоне геометрических соотношений средняя относительная ошибка

для $\tilde{\alpha}$ составляет примерно 20 %. Отметим еще, что оценка $\tilde{\alpha}$, как можно показать, является асимптотически точной для тонких и широких пучков ($a = a' —$ велико, $b' —$ мало), т. е. для указанных конфигураций справедливо предельное соотношение $\tilde{\alpha} \xrightarrow[b' \rightarrow 0]{} \alpha_{\max}$.

Возможность использования оценок α_{\max} для изучения качественной зависимости α_{\max} от изменения геометрических параметров ЭП и потока будет обсуждена в следующем разделе. Здесь же приведем явные формулы для

определения $\tilde{\alpha}$, α в случае плоскопараллельной симметричной конфигурации. В обозначениях, введенных в начале раздела ($x_0 = a$, $y_0 = b$, $z_0 = c$, $c = c'$), получаем для ω_s формулу

$$\begin{aligned} \omega_s = & \frac{64}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{2m+1} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \sin \frac{\pi b' (2k+1)}{2b} \times \\ & \times \frac{1}{\left(\frac{2k+1}{b} \right)^2 + \left(\frac{2m+1}{c} \right)^2} \times \end{aligned} \quad (10)$$

$$\times \left[1 - \frac{\operatorname{ch} \left[\frac{\pi}{2} (a-a') \sqrt{\left(\frac{2k+1}{b} \right)^2 + \left(\frac{2m+1}{c} \right)^2} \right]}{\operatorname{ch} \left[\frac{\pi a}{2} \sqrt{\left(\frac{2k+1}{b} \right)^2 + \left(\frac{2m+1}{c} \right)^2} \right]} \right].$$

Как частный случай для бесконечно длинного ЭП ($c = \infty$) из (10) после частичного суммирования получаем формулу

$$\omega_s = \frac{16b^2}{\pi^3} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{(2l+1)^3} \sin \frac{\pi b' (2l+1)}{2b} \left[1 - \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi(a-a')}{2b} (2l+1)}{\operatorname{ch} \frac{\pi a (2l+1)}{2b}} \right]. \quad (11)$$

Используя (10), (11), по формулам (6), (8) получаем оценки α , $\tilde{\alpha}$ для α_{\max} . Ряды в формулах (10), (11) сходятся недостаточно быстро, так что замена сумм небольшим числом первых слагаемых приводит к заметным ошибкам. Таким образом, с практической точки зрения эти формулы не могут быть названы аналитическими. Заметим, однако, что расчет α на ЭВМ с точностью до 10^{-3} для шестидесяти различных трехмерных конфигураций потребовал в совокупности 2,5 минуты машинного времени (ЭВМ ЕС-1022).

3. Примеры применения алгоритма и обсуждение полученных результатов. Хотя в задаче настоящего исследования прежде всего входили разработка и обоснование методов оценки предельной (по Бурсиану) плотности тока в многомерном случае, исследование представлялось бы неполным без примеров применения разработанного алгоритма (подробное изложение результатов расчетов применительно к ЭП различных конфигураций и обсуждение этих результатов составят предмет отдельной публикации), физического обсуждения приведенных результатов и оценки их достоверности.

Эти примеры будут рассмотрены применительно к ЭП ограниченной длины и прямоугольного сечения (см. разд. 2). Прежде всего интерес представляют абсолютные величины токов, которые могут быть пропущены через такие ЭП. Ответ на этот вопрос дают результаты расчетов, представленные на рис. 1, где дана зависимость α_{\max} от нормированной длины c/b ЭП при различных a/b , в совокупности с формулой (в обозначениях разд. 1)

$$I = 21,02 \cdot 10^{-6} (a'/b) (b'/b) \alpha U_0^{3/2}, \quad (12)$$

связывающей ток I с безразмерным параметром α^* . Представление о достоверности расчетов дает сопоставление этих результатов с известным аналитическим одномерным результатом (на рис. 1 он обозначен пунктирной прямой, соответствующей $\alpha_{\max} = 0,89$ [13]), к которому они асимптотически приближаются при увеличении a и c . Отметим, что сопоставление с одномерным результатом дает реальное представление о том, во сколько раз увеличивается предельная плотность тока при уменьшении размеров a и c .

Как уже отмечалось, результаты, приведенные на рис. 1, соответствуют полному заполнению. Однако в реальных конструкциях имеет место неполное заполнение потоком поперечного сечения ЭП, и актуальным оказывается следующий вопрос — насколько в этом случае ухудшаются условия токопрохождения. В качестве конкретного примера при длине ЭП $c=4$ на рис. 2 сплошными линиями представлены

* Выражение (12), полученное из нормировки уравнения (2), записано в общем виде, т. е. для произвольного заполнения ЭП потоком. Здесь же положим $a'=a$ и $b'=b$.

зависимости величины $I'_{\max} = (a'/b)(b'/b)\alpha_{\max}$, пропорциональной максимальному току (см. (12)) от отношения a'/b при различных значениях b'/b . Представленные кривые позволяют сделать вывод о практическом линейном уменьшении величины максимального тока при уменьшении площади поперечного сечения потока (при сохранении поперечных размеров ЭП) при изменении одного из размеров потока (только ширины или только высоты). Незначительное отклонение от линейности в сторону улучшения условий максимального токопрохождения наблюдается лишь при малых размерах потока. Это можно объяснить сокращением относительной доли внутренней области потока, заэкранированной его периферийными участками, на которых непосредственно замыкаются силовые линии со стороны наводимых на стенах ЭП зарядов.

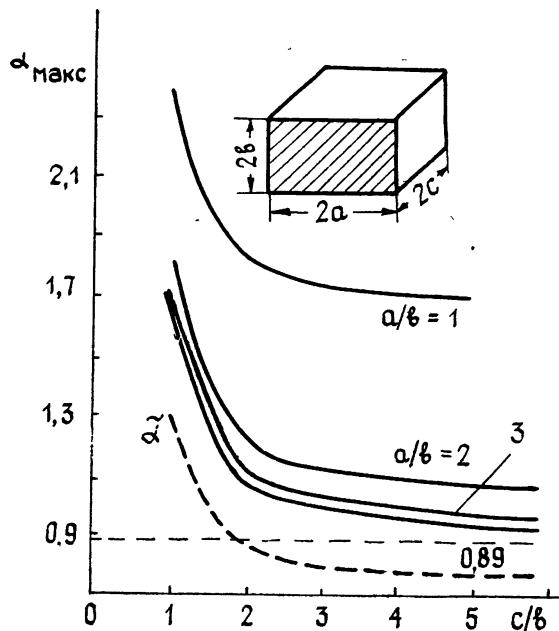


Рис. 1.

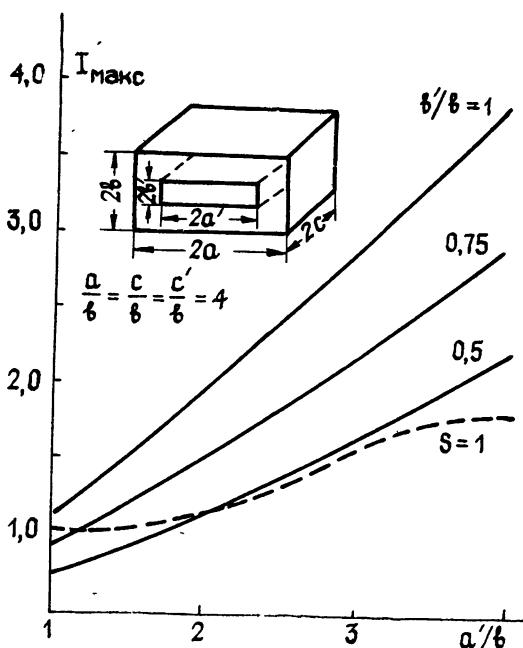


Рис. 2.

Если эти результаты дают представление об изменении условий токопрохождения при изменении площади поперечного сечения потока, т. е. абсолютной величины тока, то пунктирная зависимость на рис. 2 позволяет оценить изменение условий токопрохождения при сохранении площади поперечного сечения $S=4(a'/b)(b'/b)$ и, соответственно, величины тока. Представленная кривая (соответствующая $S=1$) демонстрирует заметное улучшение условий токопрохождения с ростом величины a'/b . Можно предположить, что данный эффект (весьма существенный для практики) связан с тем, что с ростом величины a'/b при сохранении S в существенной степени увеличивается доля периферийных электронов потока по сравнению с внутренними (заэкранированными).

Сопоставление большого числа расчетных данных позволяет сделать еще один вывод, существование которого хорошо иллюстрируют кривые на рис. 1. Речь идет о том, что степень влияния геометрического параметра ЭП на величину α_{\max} зависит, в основном, от отношения этого параметра к минимальному размеру промежутка. В частности, расчеты показывают, что если это соотношение больше трех, то, независимо от других параметров, определяющих геометрию промежутка и потока, данный параметр практически перестает влиять на величину максимальной плотности тока*.

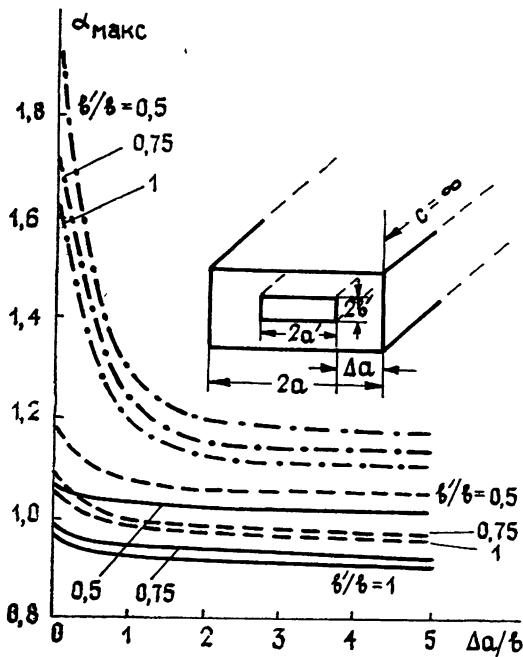


Рис. 3.

Остановимся еще на приложении результатов расчета для замкнутых прямоугольных систем к оценке α_{\max} в открытых промежутках (например, при отсутствии боковых стенок). Разумеется, алгоритм может быть применен для открытых конфигураций непосредственно. Однако чисто расчетные усложнения (необходимость решать внешнюю краевую задачу в бесконечной области) делают естественной попытку использования готовых результатов. Ограничимся для простоты двумерным случаем ($c=\infty$). В основу оценки положено следующее соображение. Если увеличение размера a при фиксированных a' и b' перестает влиять на величину α_{\max} , то в этом случае отбрасывание боковой стенки (т. е. переход к соответствующей открытой системе) не

* О подобном же наблюдении применительно к исследованиям цилиндрических электронных потоков сообщил авторам М. Б. Цейтлин.

приведет к изменению величины α_{\max} . Результаты расчетов представлены на рис. 3, где показаны зависимости α_{\max} от нормированного к b расстояния Δa от потока до боковых стенок ЭП при различных соотношениях a'/b и b'/b (на рис. 3 штрихпунктирная кривая соответствует значению $a'/b=1$, штриховая — $a'/b=2$, сплошная — $a'/b=3$). Из кривых на рис. 3 видно, что, в частности, при $a'/b > 3$ и произвольном b' боковые стенки практически не влияют на максимальную плотность тока. Полученные для таких конфигураций значения α_{\max} могут служить оценкой критической плотности тока для соответствующих систем без боковых стенок. Отметим также, что изложенный в разд. 3 алгоритм параллельно с определением α_{\max} вычисляет соответствующее распределение потенциала в ЭП. Пример такого расчета для трехмерного ЭП с неполным заполнением приведен на рис. 4,

где дано распределение потенциала $1-u$ в зависимости от нормированной координаты s/b по трем осям, проходящим через центр ЭП: по высоте — кривая 1, по ширине — кривая 2 и по длине ЭП — кривая 3. Соответствующие кривые для цилиндрических ЭП конечной протяженности приведены в [14].

В заключение остановимся на квазианалитических оценках. Помимо использования их в качестве начальных значений при расчете величины α_{\max} интерес представляет непосредственное сопоставление величины α с точным значением α_{\max} . Соответствующая кривая, приведенная пунктиром на рис. 1, дает представление о точности такой оценки. В силу совпадения качественного характера зависимостей α и α_{\max} от геометрического параметра (что наблюдалось практически во всех рассчитанных вариантах), с одной стороны, и большей скорости счета по формулам (10), (11), с другой, такие результаты могут быть использованы для выявления оптимальных конфигураций, которые затем при необходимости могут быть уточнены с помощью более строгих (но и соответственно — более трудоемких) расчетов.

Сформулируем кратко основные результаты настоящей работы.

1. Исследован вопрос о существовании и единственности критического значения плотности тока j_{\max} в ЭП произвольной конфигурации. При этом использовался подход к j_{\max} , как к точке исчезновения решения дифференциального уравнения, описывающего распределение потенциала в ЭП.

2. Описан и обоснован общий алгоритм численного определения j_{\max} для трехмерного ЭП.

3. Определены максимальные токи для различных трехмерных плоскопараллельных систем, найдены и проанализированы некоторые закономерности зависимости j_{\max} от изменения геометрических параметров.

4. Показано, что, используя новый подход, можно получать менее трудоемкие (по сравнению с поиском точного значения j_{\max}) оценки для границы бурсиановой неустойчивости.

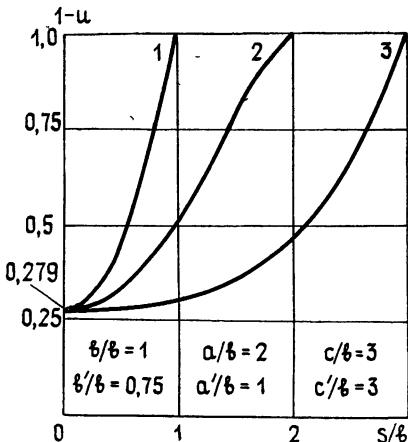


Рис. 4.

- Бобровский Ю. Л. — Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ, 1981, вып. 12, с. 3.
- Незлин М. В. Динамика пучков в плазме. — М.: Наука, 1982.

3. Бурсян В. П., Павлов В. И. — Журн. рус. физ. хим. общ.-ва, 1923, 55, с. 71.
4. Лукошков В. С. — ЖТФ, 1936, № 6, с. 24.
5. Smith L. P., Hartman R. L. — J. Appl. Phys., 1940, 11, p. 220.
6. Привезенцев А. П., Филипенко Н. М., Фоменко Г. Г. — ЖТФ, 1982, 52, № 1, с. 117.
7. Кучеров В. И., Руткевич П. Б., Черный В. В. — ЖПМ и ТФ, 1980, № 4, с. 10.
8. Богданович Л. С., Рухадзе А. А. — УФН, 1971, 103, № 4, с. 609.
9. Голант М. Б., Бобровский Ю. Л. Генераторы СВЧ малой мощности. Вопросы оптимизации параметров. — М.: Связь, 1977.
10. Привезенцев А. П., Филипенко Н. М., Фоменко Г. Г. — ЖТФ, 1981, 51, № 6, с. 1161.
11. Бобровский Ю. Л., Зарембский С. Р., Ковалева Д. И. — Труды учебных институтов связи. — Л.: Изд. ЛЭИС, 1983, вып. 1, с. 82.
12. Бобровский Ю. Л. — Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ, 1979, вып. 5, с. 3.
13. Зарембский С. Р. Труды учебных институтов связи. — Л.: изд. ЛЭИС, 1983, вып. 2, с. 89.
14. Красносельский М. А., Забреко П. П. Геометрические методы нелинейного анализа. — М.: Наука, 1975.
15. Дьяконов Е. Г. Разностные методы решения краевых задач. — М.: Гос. ун-т, 1971, вып. 1.

Ленинградский электротехнический
институт связи

Поступила в редакцию
26 июля 1984 г.

THE CALCULATION OF THE BURSIAN MAXIMUM CURRENT DENSITY IN MULTIDIMENSIONAL ELECTRON GAPS

J. L. Bobrovskij, S. R. Zarembskij

The general method for the maximum current density calculation in electron gaps of arbitrary form is developed. The dependence of the maximum density upon geometrical parameters for plane-parallel gap with close dimensions is investigated.

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ, т. XXV, № 6, 1985 г.

(Окончание)

Анютин А. П. Искажения сигналов в окрестности пространственной каустики.

На основе полученного асимптотического интегрального представления для поля сигнала, отраженного от неоднородного плазменного слоя, исследована временная структура сигнала для точки наблюдения, расположенной вблизи границы зоны молчания. Получены условия, при которых решение исходной трехмерной задачи может быть сведено к решению двумерной гармонической задачи и одномерной (плоской) нестационарной задачи. Результаты расчетов интерпретируются в терминах пространственно-временной геометрической оптики.

Калинин Ю. К. Нестандартная нормировка ионосферных радиосигналов.

Статистические модели ионосферных радиосигналов нормируются нестандартным образом в терминах квентилей функций распределения. Предлагается квантовый аналог коэффициента корреляции, характеризующий связь между процессами. На примере распределения Парето показана связь с моментными характеристиками.

Орлов Ю. И., Федоров Н. Н. Особенности дисперсионных искажений и критерий применимости приближенного описания полей сигналов в дальней зоне.

На основе лучевых и спектральных представлений исследована структура радиосигналов в дальней зоне в однородной и неоднородной диспергирующих средах, в частности в ионосферной плазме. Получены приближенные выражения, описывающие поля сигналов в дальней зоне, и с использованием теории френелевских объемов установлены критерии их применимости. Приведены численные примеры, иллюстрирующие структуру сигналов в дальней зоне, в том числе с учетом внешнего магнитного поля.