

УДК 621.385.6

## ОСОБЕННОСТИ ЭНЕРГООБМЕНА МЕЖДУ РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПОТОКОМ И ПРОСТРАНСТВЕННО НЕОДНОРОДНЫМ ПОЛЕМ

*К. А. Лукин, Ю. И. Евдокименко*

Рассмотрены особенности взаимодействия прямолинейного релятивистского электронного потока (РЭП) с волной, амплитуда и фаза которой изменяются вдоль движения электронов по произвольному закону. Анализ проведен в линейном приближении для различных значений фазовой скорости при учете кулоновских сил расталкивания с использованием интегрального преобразования Фурье и уравнения Власова.

1. В релятивистской СВЧ электронике широко используется взаимодействие прямолинейного РЭП с пространственно неоднородными полями плазмы и замедляющих структур [1-3]. В настоящей работе рассмотрены общие закономерности взаимодействия РЭП с бегущей волной, амплитуда и фаза которой изменяются вдоль пучка по произвольному закону. Показано, что если закон изменения амплитуды или фазы волны обеспечивает существование противофазных (или сдвинутых по фазе на заметную величину) областей взаимодействия, то это приводит к качественно новым эффектам усиления и генерации таких полей.

2. Рассмотрим движение электронов потока под действием бегущей волны

$$E_z(z, t) = E_0(t) \Psi(z) \exp[i(hz - \omega t) - \varphi(z)], \quad (1)$$

где  $h = \omega/v_\phi$ ,  $v_\phi$  — фазовая скорость волны,  $\Psi(z)$  и  $\varphi(z)$  — функции, описывающие медленные пространственные изменения амплитуды и фазы.

Ограничимся анализом линейного энергообмена между РЭП и полем (1) в условиях жесткой фокусировки магнитным полем. В этом случае выражение для средней (за период колебаний) мощности энергообмена имеет вид

$$P_e = - \frac{S_0}{2} \int_0^D j(z) E_z^*(z) dz, \quad (2)$$

где  $j(z)$  — плотность тока,  $S_0$  — площадь поперечного сечения РЭП.

Решая линеаризованную систему уравнений Пуассона, непрерывности и релятивистского уравнения движения (или уравнения Власова) и используя представление переменных компонент искомых функций в виде интегралов Фурье [6], для активной  $P_a$  и реактивной  $P_r$  составляющих мощности (2) получим

$$P_a = \pi P \{ |E(h_+ - h)|^2 - |E(h_- - h)|^2 \}; \quad (3)$$

$$P_r = P \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|E(k - h)|^2}{k - h_+} dk - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|E(k - h)|^2}{k - h_-} dk \right\}, \quad (4)$$

где

$$E(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(z) \exp(-ikz) dz$$

— фурье-образ поля (1),  $k$  — спектральное число, связанное с волновым числом  $k_0 = \omega/c$  соотношением  $k = k_0 \cos \alpha$  ( $\alpha$  — угол между направлением распространения парциальной волны разложения и направлением движения электронов),

$$P = \frac{\omega}{2} \omega_{pr} \epsilon_0 S_0 v_0^{-1} \gamma_0^{-2}, \quad \omega_{pr}^2 = \omega_p^2 \gamma_0^{-1}, \quad \gamma_0^2 = (1 - \beta_0^2)^{-1}, \quad \beta_0 = v_0/c,$$

$v_0$  — начальная скорость РЭП,  $\rho_0$  — плотность заряда,  $m_0$  — масса покоя электронов,  $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума. Знак  $\int$  показывает, что интеграл понимается в смысле главного значения,

$h_{\pm} = \frac{\omega \pm \omega_{pr}}{v_0}$  — волновое число медленной ( $h_+$ ) и быстрой ( $h_-$ ) волн пространственного заряда РЭП.

Из (3) видно, что направление и величина энергообмена определяются разностью интенсивностей спектральной плотности поля (1) в точках, соответствующих медленной ( $k = h_+$ ) и быстрой ( $k = h_-$ ) волнам пространственного заряда\*. Наглядно этот результат можно показать графически (рис. 1).

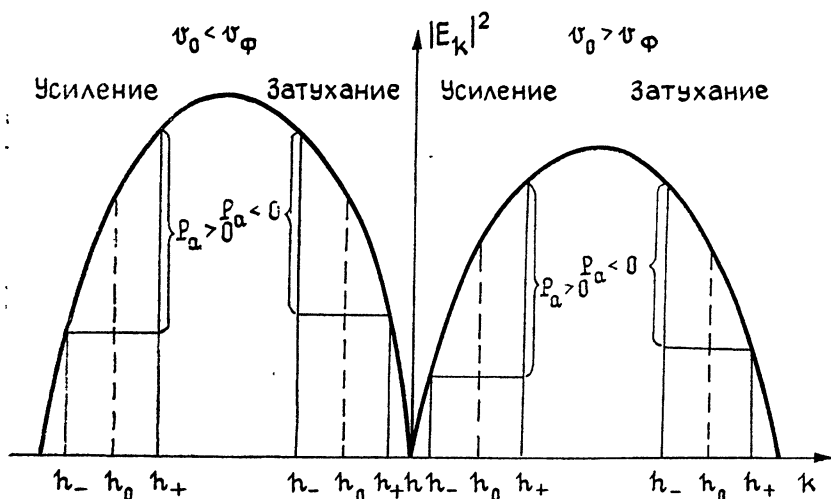


Рис. 1.

Выражение (4) для реактивной компоненты мощности энергообмена представляет собой преобразование Гильберта от ее активной компоненты. Поэтому величина  $P_e = P_a + iP_r$  является аналитическим сигналом [14] по переменной  $k$ . Это является следствием предположения о том, что РЭП эффективно взаимодействует только с попутными волнами (т. е.  $P_e \neq 0$  только при  $v_0 > 0$  и  $h > 0$ ).

Таким образом, при изучении взаимодействия РЭП с полем (1) необходимо рассматривать его как взаимодействие не с отдельной волной, а с пакетами плоских волн, распространяющихся под углами  $\pm \alpha$  к направлению движения электронов. В зависимости от простран-

\*Этот результат неявно содержится в формулах работы [13] для  $\Psi(z) = 1$  и в [10] для произвольных  $\Psi(z)$ . Эквивалентность результатов работ [13] и [10] формулам (3) и (4) показана в [6].

ственной структуры поле представляется в виде одного или нескольких волновых пакетов, каждый из которых имеет свой преимущественный угол распространения и среднюю фазовую скорость. Возможность эффективного энергообмена между РЭП и таким полем определяется фазовой скоростью  $v_\phi$  и частотой волны  $\omega$ , степенью локализации поля в пространстве, характеризуемой масштабом  $l$ , его пространственной структурой, описываемой функциями  $\Psi(z)$  и  $\phi(z)$ , а также скоростью и плотностью электронов.

3. Рассмотрим возможность передачи энергии РЭП полю (1) при слабых и умеренных плотностях РЭП. В первом случае  $\omega_{pr} \ll \omega$  и формулы (3) упрощаются:

$$P_a = Ph_p \frac{\partial}{\partial h_0} |E(h_0 - h)|^2, \quad (5)$$

$$P_r = -2h_p P \frac{\partial}{\partial h_0} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|E(k - h)|^2}{h_0 - k} dk \right\},$$

где  $h_0 = \omega/v_0$ ,  $h_p = \omega_{pr}/v_0$ .

Отсюда видно, что для отбора энергии у РЭП необходимо выполнение условия [4, 5]

$$\frac{\partial}{\partial h_0} |E(h_0 - h)|^2 > 0. \quad (6)$$

РЭП с умеренной плотностью будем характеризовать соотношением

$$h_p < \Delta k, \quad (7)$$

где  $\Delta k$  — полуширина волнового пакета, с которым поток находится в синхронизме. Из (3) и рис. 1 видно, что при симметричных пакетах волн РЭП с умеренной плотностью передает энергию полю при тех же условиях, что и РЭП с малой плотностью. Поэтому закономерности энергообмена в обоих случаях будут одинаковыми. Энергообмен при несимметричных пакетах и больших плотностях РЭП рассмотрен ниже.

4. В общем случае величина  $v_\phi$  в (1) может принимать различные значения. Так, при взаимодействии РЭП с попутной волной (или пространственной гармоникой) возможны две качественно различные ситуации  $v_\phi < c$  и  $v_\phi > c$ . Первое условие реализуется в релятивистских приборах с длительным продольным взаимодействием и достигается за счет применения периодических структур с периодом  $l < \lambda = 2\pi k_0^{-1}$ . В этих приборах отбор энергии у РЭП возможен при любой структуре поля, так как всегда можно обеспечить выполнение условия  $v_0 > v_\phi$ , при котором имеет место черенковский или дифракционный механизмы излучения.

При  $v_\phi \geq c$  условие  $v_0 > v_\phi$  нереализуемо, поэтому отбор энергии РЭП возможен лишь полями с определенной пространственной структурой. Полное поле должно состоять из нескольких волновых пакетов, распространяющихся под различными углами к направлению движения электронов. Если найдется хотя бы один пакет, распространяющийся вдоль движения РЭП со средней фазовой скоростью, меньшей скорости света, то согласно (6) передача энергии РЭП этому полю становится возможной. В противном случае имеет место лишь обратный энергообмен. Помимо хорошо известного П-образного распределения поля в релятивистском монотроне [5] такая ситуация реализуется при наличии в пространстве взаимодействия одного или нескольких скачкообразных изменений фазы поля [6]. При этом описанная структура поля может обуславливаться либо изменением собственно фазы  $\phi(z)$ , либо изменением амплитуды  $\Psi(z)$ . Распределения электромагнитных полей с про-

тивофазными областями весьма типичны для высокочастотных электродинамических систем. Такие распределения имеют место при возбуждении высших мод в различного рода объемных и открытых резонаторах, а также в поперечных сечениях волноводов. При взаимодействии РЭП с плазменными волнами скачки фазы могут возникать как за счет граничных условий, так и за счет скачков плотности [7].

5. Рассмотрим влияние кулоновского взаимодействия между электронами при энергообмене с полем, представляющим собой совокупность несимметричных волновых пакетов. В этом случае кулоновское взаимодействие приводит к существенной трансформации линеаризованной зависимости мощности взаимодействия и даже к разрушению зон усиления. Рис. 2 иллюстрирует взаимодействие РЭП с одиночным несимметричным волновым пакетом. Из этого рисунка и выражения (3) видно, что отбор энергии у РЭП возможен и при нарушении условия (6) благодаря несимметричности волнового пакета и наличию кулоновского взаимодействия.

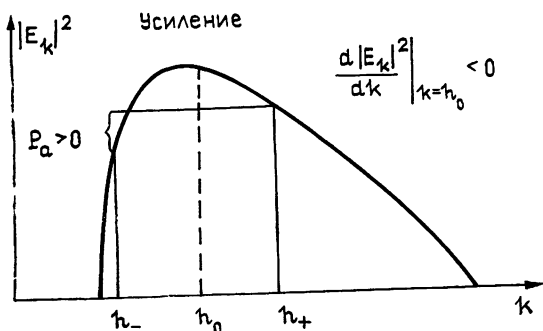


Рис. 2.

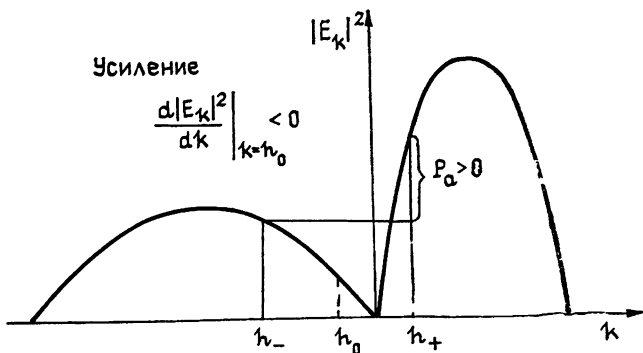


Рис. 3.

Другой вариант несимметричности дает случай синхронизма РЭП одновременно с двумя неидентичными пакетами (рис. 3). Если значение производной  $(|E(h_0)|^2)'$  при  $k > h_0$  больше ее значения при  $k < h_0$ , то усиление такого поля снова оказывается возможным несмотря на нарушение условия (6). Напротив, если значение  $(|E(h_0)|^2)'$  при  $k > h_0$  меньше ее значения при  $k < h_0$ , то усиление оказывается невозможным, даже когда условие (6) выполняется. Отмеченные особенности приводят к тому, что с ростом плотности РЭП зоны усиления и поглощения поля (1) претерпевают качественное изменение — усиление поля (1) при  $v_\phi > c$  становится невозможным (рис. 4).

Это является еще одной причиной необходимости понижения стартовых токов генераторов на РЭП. Одним из возможных путей понижения стартовых токов в монотроне бегущей волны является введение скачка фазы поля в середине длины взаимодействия. При этом старто-

Вый ток можно понизить почти на порядок, что вытекает из сравнения интенсивности спектра и ее производной в области возможного синхронизма с РЭП.

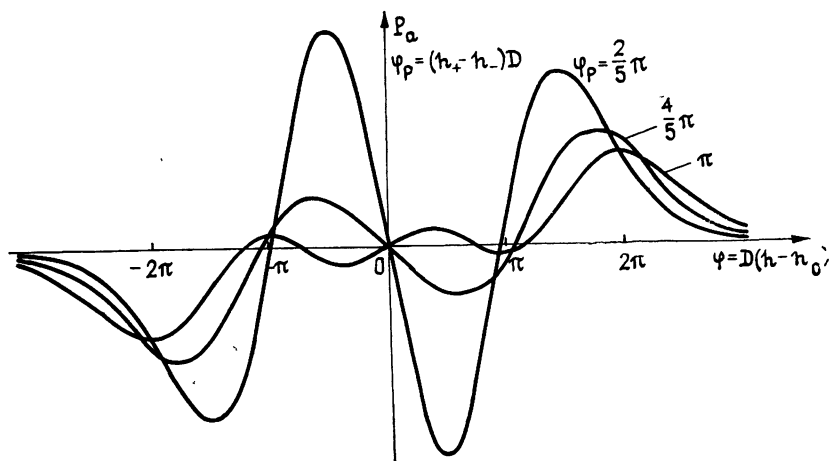


Рис. 4.

6. В качестве примера рассмотрим распределение в виде функций Гаусса—Эрмита, описывающих поперечную структуру полей волновых пучков в открытых резонаторах со сферическими зеркалами:

$$\Psi(z) = E_0 H_n \left( \sqrt{2} \frac{z}{a} \right) \exp \left( -\frac{z^2}{a^2} \right), \quad (8)$$

где  $H_n(x)$  — полином Эрмита,  $H_0=1$ ,  $H_1=2x$ ,  $H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x)$ ,  $a$  — радиус волнового пучка в горловине при  $n=0$ .

Спектральная плотность поля (1) с учетом (8) имеет вид

$$E_n(k) = (i)^n a E_0 \sqrt{\pi} H_n \left( \frac{(k-h)a}{\sqrt{2}} \right) \exp \left[ -\frac{(k-h)^2 a^2}{4} \right]. \quad (9)$$

Функция  $E_n(k)$  имеет  $n$  нулей и асимптотически стремится к нулю при  $k \rightarrow \pm \infty$ . Следовательно, условие (6) выполняется на  $n+1$  интервале изменения  $k$ . Это означает, что при  $v_\phi \ll c$  ( $h \gg k_0$ ) поле (1), (8) может усиливаться на  $n+1$  интервале изменения начальной энергии электронов.

Для  $n=1$  этот результат нашел подтверждение в экспериментальных исследованиях нерелятивистского генератора дифракционного излучения [8, 9]. В этих экспериментах было обнаружено предсказанное теоретически возбуждение колебаний с одинаковой частотой при фиксированных параметрах открытого резонатора и различных значениях ускоряющего напряжения, определяющего начальную скорость электронов.

Исследуем возможность усиления поля (1), (8) при  $v_\phi > c$ . Если РЭП движется под некоторым углом  $\theta$  к направлению распространения гауссова пучка, то поле, действующее на электроны, представляет собой бегущую волну со слабоизменяющейся фазовой скоростью  $v_\phi > c$ . Пренебрегая изменением фазовой скорости вдоль движения электронов, это поле можно представить в виде (1), (8) с постоянной распространения  $h = (2\pi/\lambda) \cos \theta$ , фазовой скоростью  $v_\phi = c/\cos \theta$  и параметром  $a = a_0/\sin \theta$ , где  $a_0$  — радиус основной моды пучка в горловине. В этом приближении мощность энергообмена имеет вид

$$P_a = \frac{Ph_p a_0^3 E_0^2}{\sin^3 \theta} H_n \left( \frac{\varphi}{2\sqrt{2}} \right) \left[ H_{n+1} \left( \frac{\varphi}{2\sqrt{2}} \right) - \frac{\varphi}{2\sqrt{2}} H_n \left( \frac{\varphi}{2\sqrt{2}} \right) \right] \times$$

$$\times \exp\left(-\frac{\varphi^2}{8}\right),$$

где

$$\varphi = \frac{2a_0 k_0}{\sin \theta} (\cos \theta - \beta_0^{-1}).$$

На рис. 5 показана нормированная на максимум функция  $P_a$  при  $n=0$ ,  $n=1$  и  $n=2$ . Видно, что при  $v_0 < c$  ( $\varphi_0 < 0$ ) мощность  $P_a > 0$  только для  $n > 0$ , т. е. РЭП может усиливать только высшие моды волновых пучков.

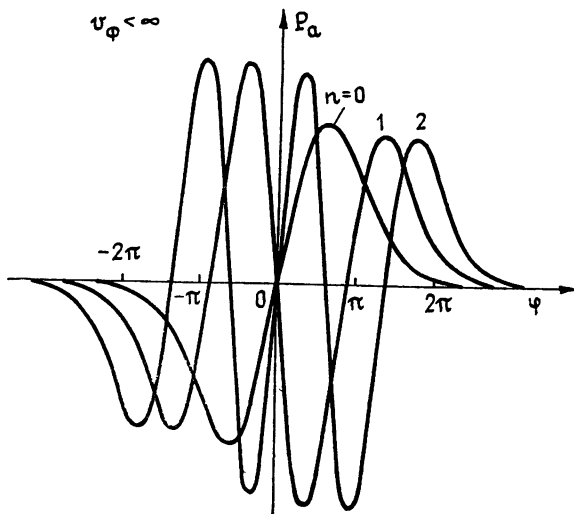


Рис. 5.

Заметим, что если  $\theta \neq 90^\circ$ , то поглощение электронами РЭП энергии пучка возможно и для  $n=0$ .

При ортогональном пересечении РЭП и волнового пучка ( $\theta=90^\circ$ ,  $v_\phi \rightarrow \infty$ ) параметр  $\varphi$  принимает вид  $\varphi = -2a_0 k_0 \beta_0^{-1}$ . В силу дифракционной расходимости радиус  $a_0$  будет всегда больше половины длины волны. Поэтому для  $n=0$  минимальное значение модуля  $\varphi$ , достижимое в ультрарелятивистском пределе ( $\beta_0 \rightarrow 1$ ), равно  $|\varphi_{\min}| = 2\pi$  и не попадает в интервал эффективного энергообмена. С ростом  $n$  интервал изменения параметра  $\varphi$ , где возможен энергообмен, расширяется. Однако здесь необходимо учитывать, что параметр  $a_0$  характеризует поперечные размеры только основной моды пучка. Если считать, что расстояние между ближайшими нулями поля высших мод равно минимально возможной величине  $\lambda/2$ , то минимальное значение  $a_{\min}$  параметра  $a_0$  будет обязательно больше  $\lambda/2$ . С ростом  $n$  значение  $a_{\min}$  увеличивается так, что параметр  $\varphi$  по-прежнему лежит вне интервала усиления.

Таким образом, при ортогональном пересечении РЭП слабого по интенсивности волнового пучка с любой поперечной структурой поля энергообмен между ними невозможен.

Усилить гауссов пучок или возбудить одиночный открытый резонатор со сферическими зеркалами с помощью РЭП можно только при  $\theta \neq 90^\circ$  и  $n \neq 0$ . При этом имеет место не клистронный, а волновой механизм энергообмена между РЭП и пространственно неоднородным полем, обладающим скачками фазы вдоль движения электронов. Необходимо отметить, что в отличие от клистрона ( $v_\phi \rightarrow \infty$ ) и монодрона бегущей волны ( $v_\phi > c$ ), где усиление волны с фазовой скоростью, большей скорости света, становится возможным благодаря наличию резкой границы области взаимодействия, в рассмотренном случае усиления высших мод волновых пучков такая возможность обусловлена

внутренней структурой поля, в то время как на краях области взаимодействия оно спадает плавно.

Другой и более эффективной возможностью возбуждения открытого резонатора прямолинейным электронным потоком является введение в него дифракционной решетки, создающей дополнительное мелкомасштабное возмущение пространственной структуры поля. Такая возможность реализована в нерелятивистском [10] и релятивистском [11, 12] случаях.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Релятивистская высокочастотная электроника. / Под ред. А. В. Гапонова-Грекова. — Горький: ИПФ АН СССР, 1979.
2. Релятивистская высокочастотная электроника. Проблемы повышения мощности и частоты излучения. — Горький: ИПФ АН СССР, 1981.
3. Богданкевич Л. С., Кузелев М. В., Рухадзе А. А. — УФН, 1981, 133, вып. 1, с. 3.
4. Андронов А. А., Фабрикант А. Л. — В сб. Нелинейные волны. — М.: Наука, 1979, с. 68.
5. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И. В кн.: Лекции по Электронике СВЧ и радиофизике — Саратов: Гос. ун-т, 1981, кн. 1, с. 69.
6. Евдокименко Ю. И., Лукин К. А., Ревин И. Д., Скрынник Б. К., Шестопапов В. П. Препринт ИРЭ АН УССР № 191. — Харьков, 1982.
7. Гильденбург В. Б. — В сб.: Взаимодействие сильных электромагнитных волн с бесстолкновительной плазмой. — Горький: ИПФ АН СССР, 1980, с. 83.
8. Евдокименко Ю. И., Лукин К. А., Ревин И. Д., Скрынник Б. К., Шестопапов В. П. — ДАН СССР, 1982, 265, вып. 2, с. 361.
9. Евдокименко Ю. И., Лукин К. А., Ревин И. Д., Скрынник Б. К., Шестопапов В. П. — ДАН СССР, 1983, 268, вып. 4, с. 853.
10. Шестопапов В. П. Дифракционная электроника. — Харьков: Вища школа, 1976. — 231 с.
11. Александров А. Ф., Галузо С. Ю., Канавец В. И. и др. — Письма в ЖТФ, 1981, 7, вып. 10, с. 787.
12. Зайцев Н. И., Ковалев Н. Ф., Петелин М. И. и др. Тезисы докладов IV Всесоюзного симпозиума по сильноточной электронике. — Томск: 1982, ч. 2, с. 136.
13. Русин Ф. С., Богомолов Г. Д. — Изв. вузов — Радиофизика, 1968, 11, № 5, с. 756.
14. Вайнштейн Л. А., Вакман Д. Е. Разделение частот в теории колебаний и волн. — М.: Наука, 1983. — 288 с.

Институт радиофизики и электроники  
АН УССР

Поступила в редакцию  
24 июля 1984 г.

#### THE PECULIARITIES OF THE POWER EXCHANGE BETWEEN RELATIVISTIC ELECTRON BEAM AND SPACE-INHOMOGENEOUS FIELD

*K. A. Lukin, Yu. I. Evdokimenko*

The interaction peculiarities of the straight-line relativistic electron beam (REB) with a wave which has the amplitude and phase changes arbitrarily along the electron motion has been considered. The analysis has been carried out in linear approximation for the different values of the phase velocity. The Coulon debunching forces has been allowed. The integral Fourier transformation and the Vlasov equation are used. It is shown, that the energy exchange efficiency in the linear approximation is determined by the difference of field spectral density intensities in the points, corresponding to the slow and fast waves of the REB space charge.