

УДК 538 311

## СВОЙСТВА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ ПОЛЯ АНТЕННЫ, ИЗМЕРЕННОГО НА НЕСФЕРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

Ю. И. Белов, Д. Е. Емельянов

Рассмотрены условия применения преобразования Фурье для трансформации поля на криволинейной поверхности в ближней зоне антенны на плоскую поверхность — апертуру антенны.

Вопросы обработки результатов измерений полей ближней зоны антенн при определении их радиотехнических характеристик [1] особенно актуальны для антенн больших геометрических размеров сантиметрового—дециметрового диапазона длин волн. Это связано с большими размерами обрабатываемых, чаще всего двумерных, массивов данных и с трудностями реализации точного координатного устройства перемещения пробной антенны (сканера). Последнее обстоятельство может привести к необходимости воспроизведения поверхностей сканирования, отличных от «традиционных», — плоскости или сферы, охватывающей исследуемую антенну [1], см., например, рис. 1. Жесткость такой конструкции позволяет сканировать ближнее поле антенн больших геометрических размеров. Недостатком поверхностей сканирования произвольного вида является сложность обработки данных [1] для получения распределения поля на раскрыве или диаграммы направленности. Использование обработки в форме преобразования Фурье (метод разложения по плоским волнам — РПВ), предложенной в [2] для сферической поверхности сканирования, позволяет существенно сократить время вычислений на ЭВМ применением алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ).

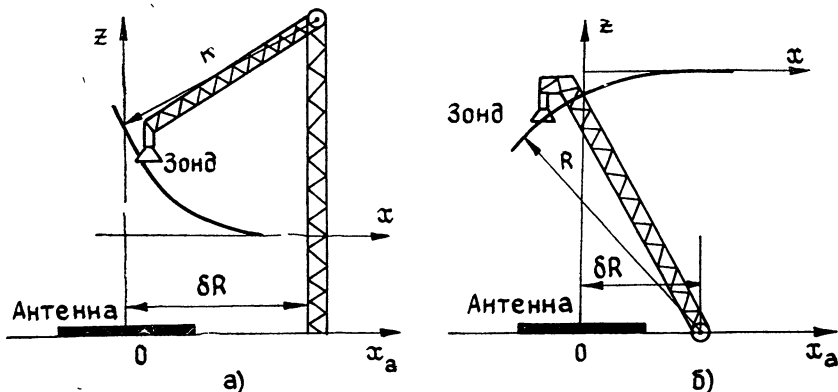


Рис. 1.

Целью данной работы является вывод алгоритма РПВ для любых видов поверхностей сканирования и иллюстрация его возможностей для поверхностей, изображенных на рис. 1.

Рассмотрим модель антенны — плоскую бесконечную ленту с заданным распределением электрического поля на раскрыве  $E_0(x_a)$ . Электрическое поле в ближней зоне антенны определяется асимптотическим выражением

$$E_n \simeq \frac{1}{2\pi} \int_{S_a} E_0(x_a) \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\exp [ikr(x_a, x)]}{\sqrt{kr(x_a, x)}} \right\} dx_a, \quad (1)$$

где  $x_a$  — координата апертуры антенны на поверхности  $S_a$  ( $z=0$ ),  $x$  — координата поверхности сканирования  $S$ . Поле измеряется на поверхности  $z=z(x)$ , где  $z(x)$  — непрерывна,  $\partial z/\partial x$ ,  $\partial^2 z/\partial x^2$  существуют и ограничены по модулю. Необходимость и обоснованность этих условий будет определена ниже.

Вывод алгоритма метода РПВ для такой поверхности сканирования аналогичен выводу для сферической поверхности (см. [2]) и использует метод стационарной фазы. При этом поле ближней зоны антенны подвергается преобразованию Фурье с переменной  $\tilde{x}$ , сопряженной координате сканирования. Затем результат преобразования

$$F(\tilde{x}) = \int_S E_n(x) \exp(ikx\tilde{x}) dx \quad (2)$$

умножается на комплексный коэффициент  $\Psi(\tilde{x})$ , вид которого определяется поверхностью сканирования, и получается распределение поля на раскрыве  $E_0(x)$  в виде функции от «новой» координаты  $\tilde{x}$ , связанной с «реальной» координатой соотношениями

$$\tilde{x} = - \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\text{ст}}; \quad (3)$$

$$x_{\text{ст}} = x_{a,\text{ст}}, \quad (4)$$

где индекс указывает на значения, взятые в точках стационарной фазы. Приведем окончательное выражение:

$$E_0(x_a) \propto \exp(-ikz_{\text{ст}}) \exp\left[\mp i \frac{\pi}{4}\right] \left(\pm \left. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right|_{\text{ст}}\right)^{1/2} F(\tilde{x}). \quad (5)$$

При этом требуется неравенство нулю детерминанта

$$\det_{\text{ст}} = \frac{1}{z_{\text{ст}}^2(x)} \det \left\| \begin{array}{cc} 1 & -1 \\ -1 & 1 + z \left. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right|_{\text{ст}} \end{array} \right\| = \frac{1}{z_{\text{ст}}} \left. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right|_{\text{ст}}. \quad (6)$$

Знак детерминанта  $\det_{\text{ст}}$  определяет знак фазового сомножителя  $\exp(\mp i\pi/4)$  и выбирается из условия неотрицательности  $\partial^2 z/\partial x^2$  в (5).

Таким образом, (5) является описанием алгоритма определения амплитудно-фазового распределения (АФР) поля на раскрыве методом РПВ для цилиндрической поверхности сканирования\* достаточно произвольной формы. Так как при выводе (5) используется асимптотический метод стационарной фазы [3], то на определяемое АФР накладывается ограничение по гладкости — должны отсутствовать изменения функции на интервале аргумента  $x$  порядка длины волны. Кроме того, накладывается условие (см. (6))

$$\frac{1}{z_{\text{ст}}} \left. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right|_{\text{ст}} \neq 0, \quad (7)$$

\* Распространение алгоритма на трехмерную поверхность сканирования не представляет труда (см., например, для сферы [2]).

в случае невыполнения которого требуется учитывать в асимптотическом разложении (2) члены более высокого порядка. Например, для плоской поверхности сканирования вычисление АФР на раскрые методом РПФ невозможно. Это очевидно из того факта, что диаграмма направленности антенны пропорциональна двумерному фурье-спектру полей на плоской апертуре  $z=0$  или любой плоскости  $z=z_0$ .

Полученные результаты применимы при рассмотрении поверхности (см. рис. 1) с изломами, например, образованной «маятником», закрепленным над антенной, вращающейся вокруг своей азимутальной оси. Выражение для нашей модели поверхности сканирования поля антенны

$$z = 1 - \sqrt{1 - (\delta - |x|)^2}, \quad (8)$$

где  $\delta$  — расстояние от центра подвески «маятника» до азимутальной оси антенны, нормированное на радиус  $R$  окружности вращения «маятника» (см. рис. 1). В общем случае, когда антенна направлена в зенит, а «маятник» с зондом закреплен на вышке, стоящей рядом с антенной, поверхность сканирования представляет собой конус, обращенный острием вверх (см. рис. 1а), если же зонд расположен на наклоняющейся над антенной П-образной конструкцией, — коническую поверхность с острием, направленным вниз (см. рис. 1б).

Одним из важных условий при использовании метода РПВ для произвольной поверхности сканирования является ограниченность производной  $dz/dx$ . Это связано с дальнейшей ориентировкой на применение алгоритма БПФ при вычислении преобразования Фурье от ближнего поля. Если замеры на поверхности сканирования производятся в равношаговой сетке дискретных координат, то требование на размер шага по  $x$  (порядка длины волны) и ограниченность обрабатываемого массива  $E_n(x)$  определяют в силу (3) конечность производной  $dz/dx$ .

Приведем фазу интегрального выражения (2), с учетом соотношения (1), в окрестности точек стационарной фазы к виду

$$\begin{aligned} \varphi = \frac{1}{2} kR \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_a^2} \Big|_{\text{ст}} (x - x_{a,\text{ст}})^2 + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_a \partial x} \Big|_{\text{ст}} (x - x_{a,\text{ст}}) (x - x_{\text{ст}}) + \right. \\ \left. + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \Big|_{\text{ст}} (x - x_{\text{ст}})^2 \right] = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_a^2} \Big|_{\text{ст}} \left[ (x_a - x)^2 + z \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} (x - x_{a,\text{ст}})^2 \right] \frac{kR}{2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Это позволит определить тип точек стационарной фазы (см. классификацию [3]), который определяется знаком  $\partial^2 z / \partial x^2 \Big|_{\text{ст}}$ : положительный — эллиптический тип, отрицательный — гиперболический тип, т. е. связан со знаком кривизны поверхности сканирования. Вид поверхностей  $\varphi = r(x, x_a)$  для сферического цилиндра и клина (8) приведен на рис. 2. Вклад границ области интегрирования в интервале (2), а также линии излома поверхности (8) определяются, в основном, точками стационарной фазы, лежащими на них. Гиперболические и эллиптические точки стационарной фазы дают примерно одинаковый вклад в значение вычисляемых интегралов (2), который оценивается величиной порядка  $I_{\text{гр}} \sim O(1/kR) + O(1/kR)^{3/2}$  (см. [2]), и формируют погрешность метода.

Таким образом, восстанавливаемое методом РПВ распределение поля на раскрые (если учесть, что  $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_a^2} \Big|_{\text{ст}} = \frac{1}{z_{\text{ст}}}$ ) описывается интегралом вида

$$E_0(x_{a,\text{ст}}) \propto \int_S \int_{S_a} E_0(x_a) \exp \left\{ ikR \left[ \frac{1}{z_{\text{ст}}} (x_a - x)^2 + \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big|_{\text{ст}} \right] \right\} \times$$

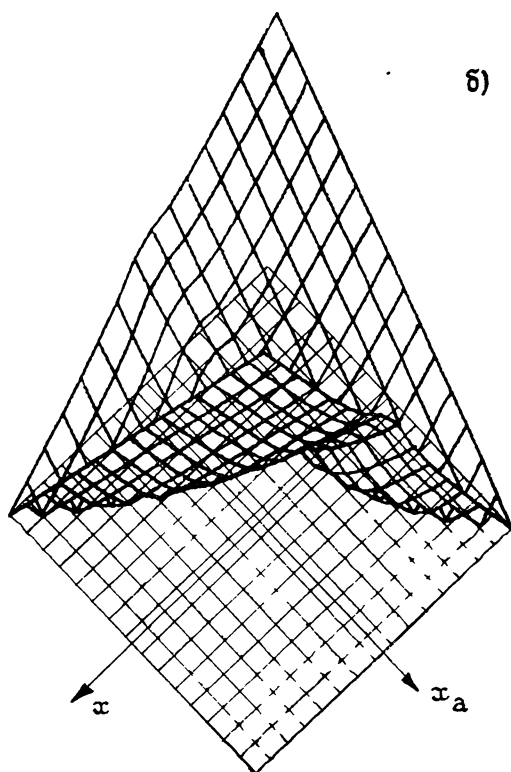
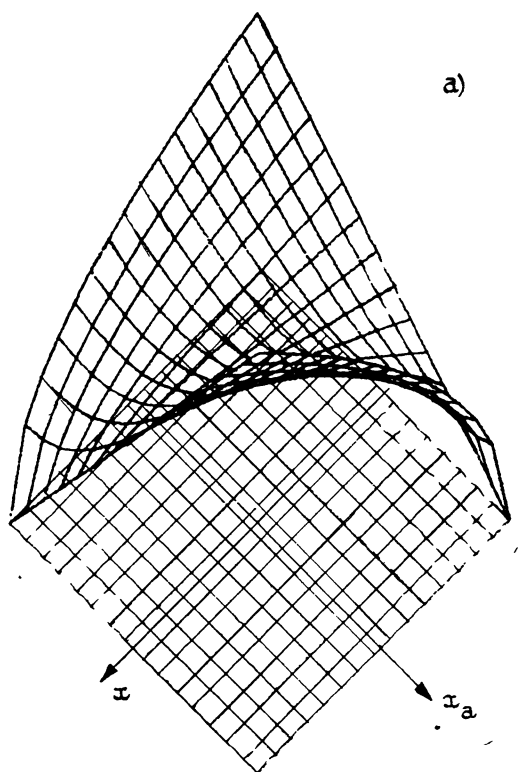


Рис. 2.

$$\times (x - x_{a.ст})^2 \Big\} dx_a dx, \quad (10)$$

который выражается через интегралы Френеля [4]

$$\begin{Bmatrix} C(v) \\ S(v) \end{Bmatrix} = \int_0^v \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} \frac{\pi}{2} t^2 dt. \quad (11)$$

Повторное вычисление интегралов (10) поясняет смысл операций восстановления АФР на раскрыве методом РПВ.

Интегрирование по переменной  $x_a$  определяет ближнее поле на поверхности  $z=z(x)$  в приближении Френеля для каждой точки  $z=z_{ст}$ , которое тем лучше выполняется, чем больше  $z$  (при этом характерный масштаб интеграла — первая зона Френеля  $\Delta x_a \propto \left(\frac{\pi}{2} z_{ст}\right)^{1/2}$  —

растет). Интегрирование (10) по переменной  $x$  восстанавливает АФР на раскрыве, причем желательно, чтобы возможно большая часть ближнего поля определяла вклад в интеграл, т. е. размер первой зоны Френеля по переменной  $\Delta x \propto \left(\frac{\pi}{2} \frac{1}{z'_{стxx}}\right)^{1/2}$  был возможно большим

(но, естественно, меньше области интегрирования). Это требование становится очевидным в сравнении метода РПВ с методом фокусировки [5], в котором измеренное ближнее поле антенны свертывается с ядром  $\frac{\exp[-ikr(x_a, x)]}{\sqrt{kr(x_a, x)}}$  в интегральном выражении

$$E_0(x_a) \propto \int_S E_n(x) \frac{\exp[-ikr(x_a, x)]}{\sqrt{kr(x_a, x)}} dx. \quad (12)$$

При этом требуется «сфокусировать» ближнее поле в заданную точку  $x_a$  с участка поверхности сканирования, большего размера апертуры антенны (см. требование [6]). Следовательно, чем больше произведение масштабов  $\Delta x \Delta x_a$  — площадь зоны Френеля, тем точнее метод РПВ воспроизводит структуру поля на раскрыве. Это условие (в соответствии со смыслом величин  $\Delta x \Delta x_a$ ) эквивалентно анализу выражения

$$\left| \frac{1}{z_{ст}} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right|_{ст} = a^2. \quad (13)$$

Чем меньше  $a$ , тем выше разрешающая способность (см. определение в [7]). Например, для сферы  $a=1$  в центре апертуры  $x_a=0$ , а разрешающая способность метода РПВ совпадает с разрешающей способностью метода фокусировки.

Выражая (13) через радиус кривизны  $\rho_k$  поверхности сканирования, получим условие

$$\rho_k z_{ст}^{-1} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{ст}^2} = a^2. \quad (14)$$

Из (14) видно, что, анализируя поверхность сканирования при определении допустимости применения, например, искривленной деформацией поверхности, для обработки данных методом РПВ необходимо руководствоваться следующими условиями:

- 1) радиус кривизны не должен быть бесконечным, т. е. поверхность сканирования не плоская;
- 2) в точках резких изломов поверхности производная должна быть ограниченной;
- 3) поверхность сканирования должна отстоять от апертуры на расстояние, большее нескольких длин волн.

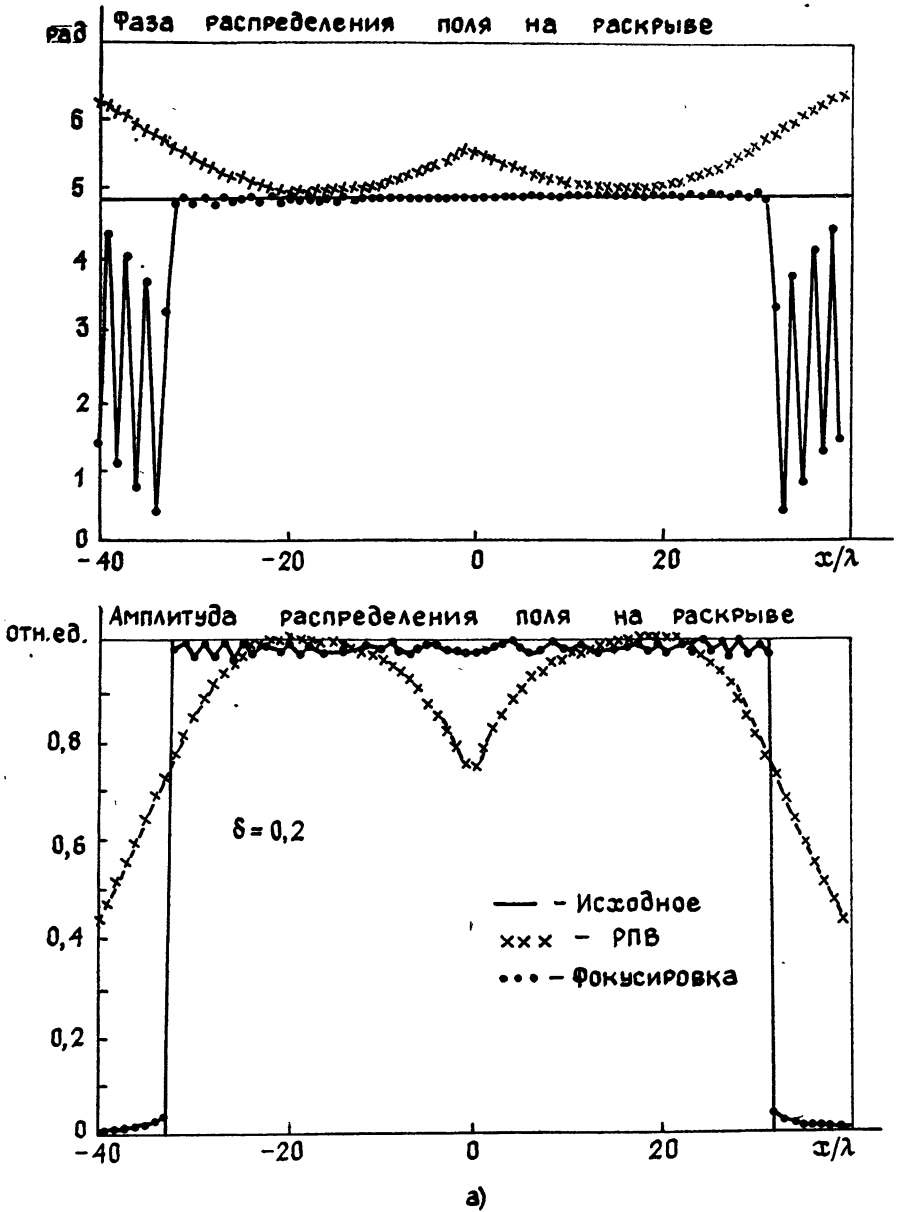


Рис. 3.

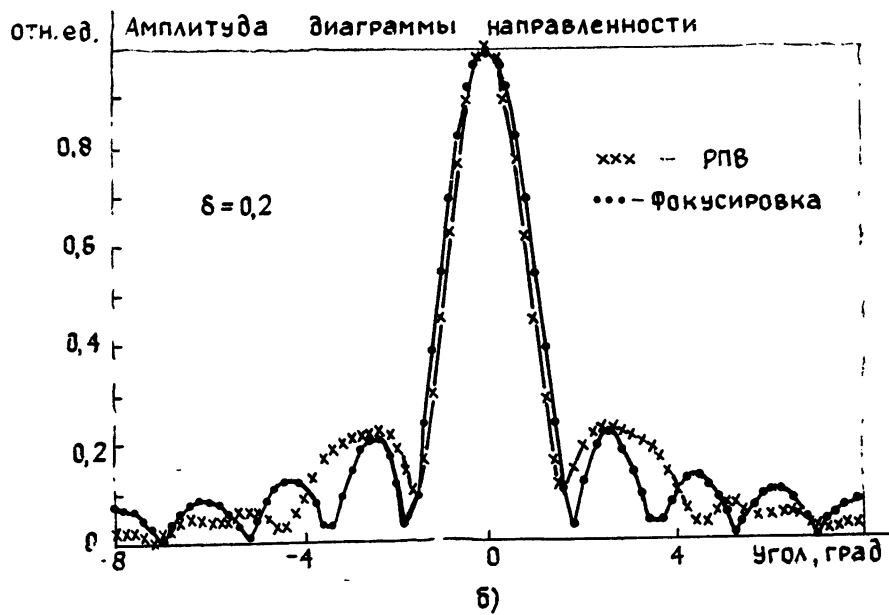
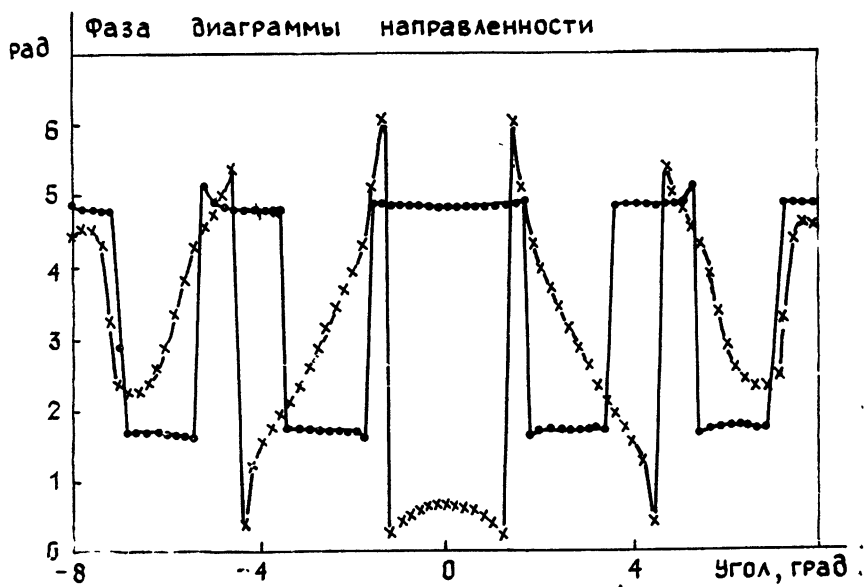
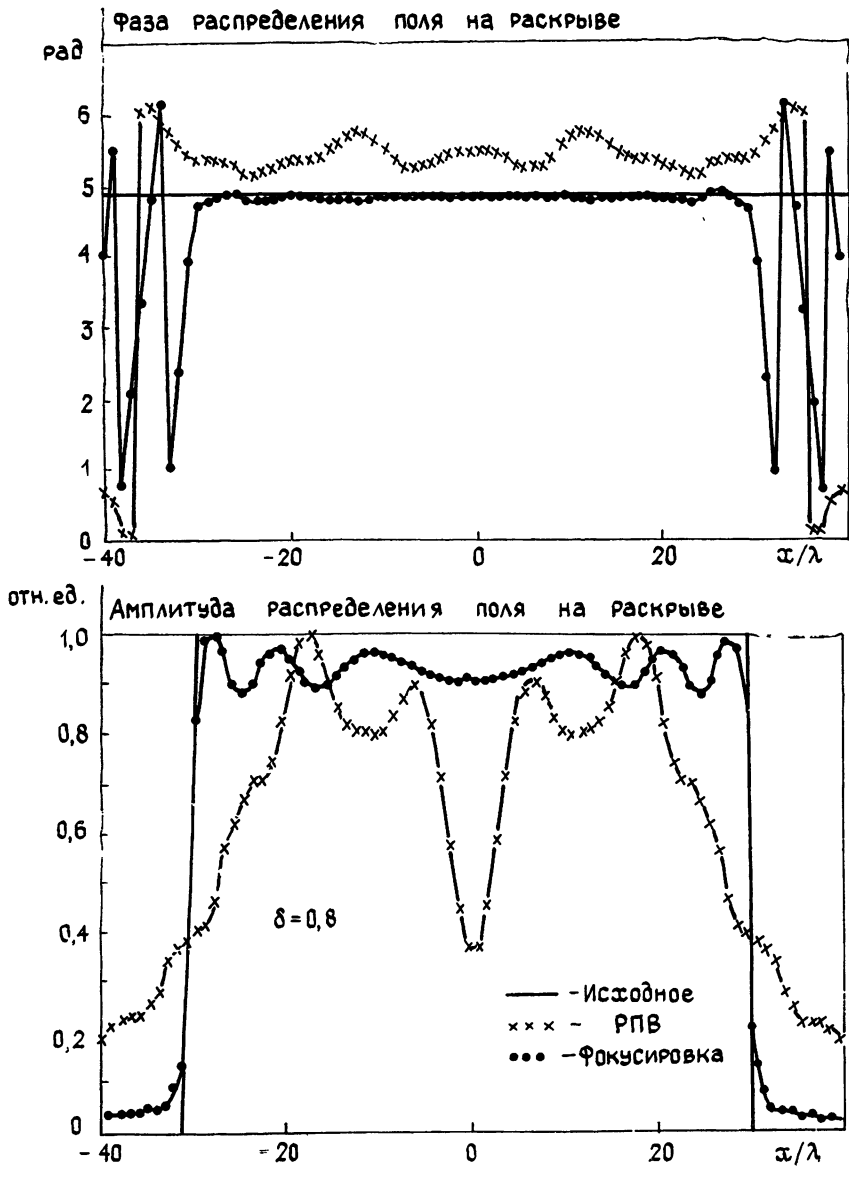


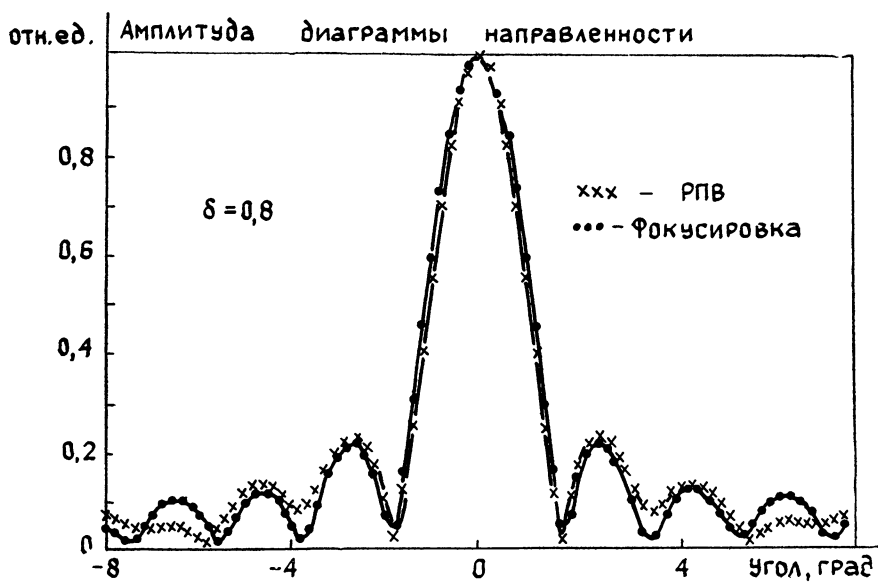
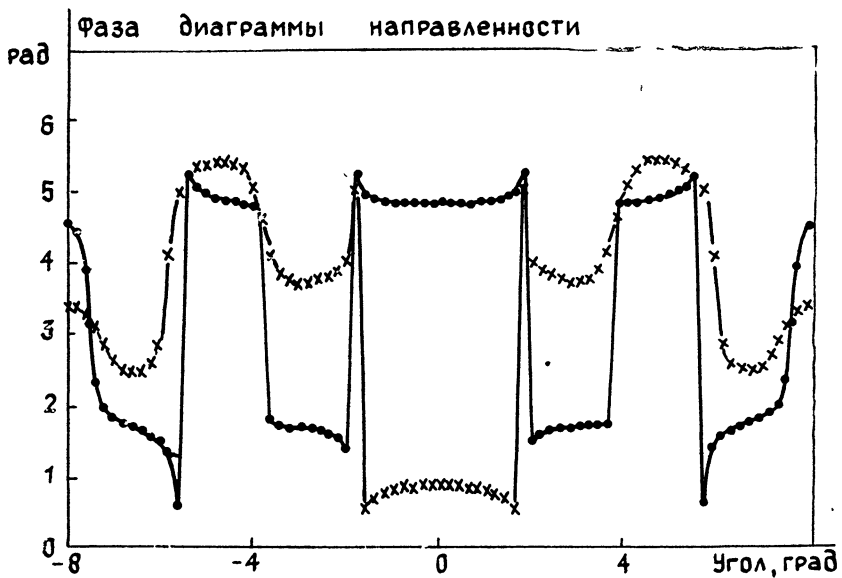
Рис. 3.



б)

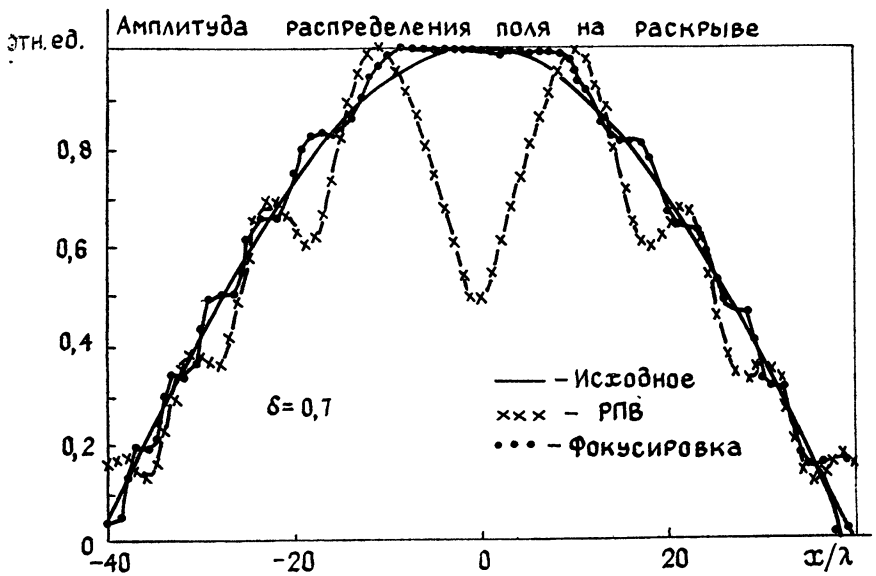
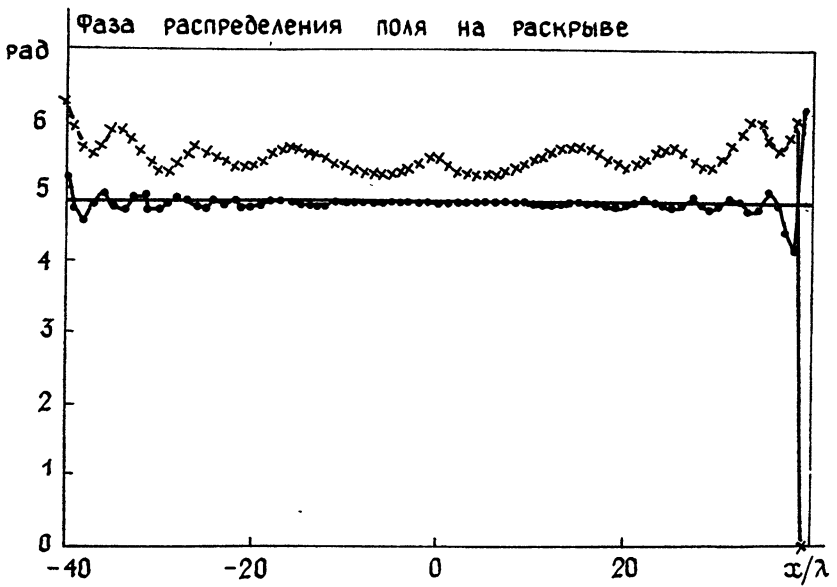
Рис. 3 ,





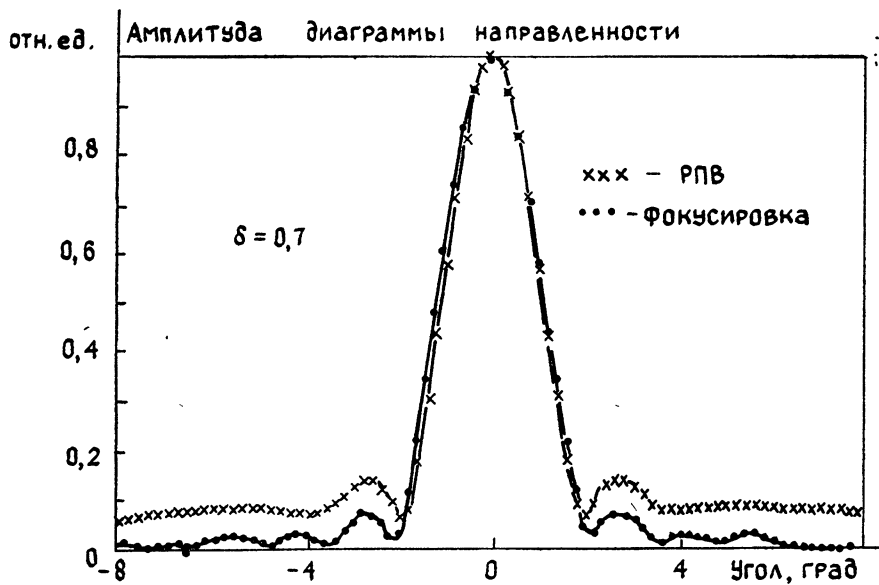
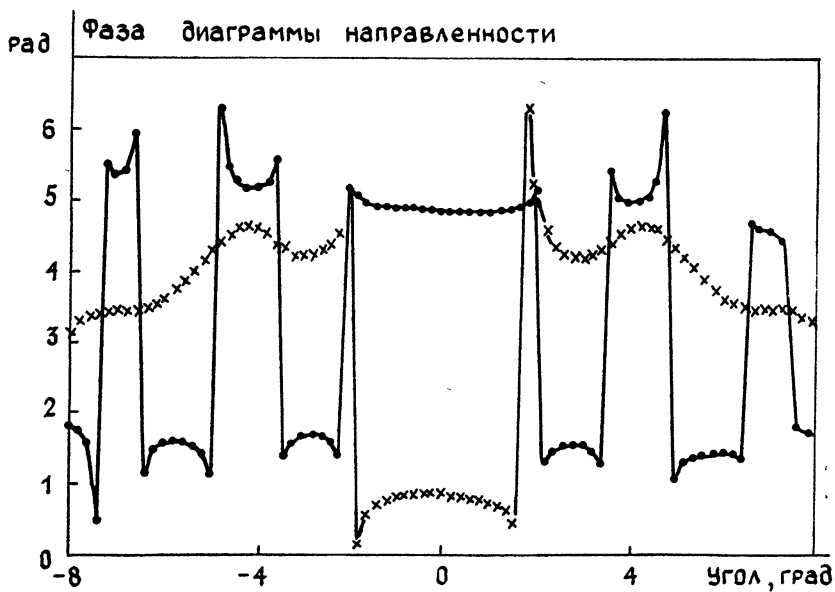
2)

Рис. 3.



а)

Рис. 4.



б)

Рис. 4.

Для иллюстрации вышеизложенного было проведено математическое моделирование восстановления АФР на раскрыве и последующего вычисления диаграммы направленности излучающей апертуры в виде бесконечной ленты для поверхности типа клина (8). При такой форме поверхности сканирования новая координата  $\tilde{x}$ , согласно (3), связана с координатой раскрыва следующим образом:

$$\tilde{x} = \mp \frac{\delta - |x|}{\sqrt{1 - (\delta - |x|)^2}}. \quad (15)$$

Точка  $x_a = x = 0$  является точкой излома сечения поверхности плоскостью  $y = \text{const}$ . В ней существуют первые и вторые производные  $\partial z / \partial x$  и  $\partial^2 z / \partial x^2$ , непрерывные слева и справа, поэтому вычисления новых координат (3) и амплитудно-фазового множителя (5) корректны. АФР на раскрыве принималось равномерным и синфазным (рис. 3), спадающим по краям как  $\cos x_a$  и синфазным (рис. 4).

Ближнее поле задавалось формулой (1), восстановление АФР проводилось методами РПВ и фокусировки.

Результаты моделирования подтверждают сформулированные выше выводы.

а) С увеличением параметра  $\delta$  увеличивается крутизна восстанавливаемого края «ступеньки» АФР на раскрыве (см. рис. 3). Это следствие того, что масштаб  $\Delta_x$  для поверхности типа клина (8) пропорционален величине  $\Delta_x \propto \sqrt[4]{[1 - (\delta - |x|)^2]^3}$ .

б) Влияние края апертуры и излома — острия клина — одного порядка (провал в центре и спад на краю апертуры, см. рис. 3) и пропорционально амплитуде заданного АФР в граничной точке излома. Чем меньше амплитуда, тем меньшую погрешность она вносит в восстанавливаемое распределение (см. рис. 4).

Полученное удовлетворительное совпадение диаграмм направленности, вычисленных по восстановленным методами РПВ и фокусировки АФР на раскрыве, объяснено фильтрацией, которая проводилась усечением восстанавливаемого АФР вне апертуры заданного распределения.

Авторы выражают благодарность В. И. Турчину и В. С. Короткову за обсуждение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Турчин В. И., Цейтлин Н. М. — Радиотехника и электроника, 1979, 24, № 12, с. 2381.
2. Белов Ю. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 4, с. 447.
3. Вакман Д. Е. Асимптотические методы в линейной радиотехнике. — М.: Сов. радио, 1962, с. 85.
4. Справочник по специальным функциям. / Под ред. М. Абрамовица. — М.: Наука, 1979, с. 119.
5. Коротков В. С., Турчин В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 6, с. 772.
6. Кинбер Б. Е., Анютин А. П., Мартынов А. М. — Радиотехника и электроника, 1983, 28, № 5, с. 843.
7. Белов Ю. И., Турчин В. И. — Сб. трудов IV Всесоюзной конференции по голографии. — Ереван, 1982, т. 1, с. 309.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию  
13 июля 1984 г.

#### THE FOURIER TRANSFORMATION PROPERTIES OF ANTENNA NEAR-FIELD MEASURED ON NONSPHERICAL SURFACE

*Yu. I. Belov, D. E. Emel'yanov*

Conditions of Fourier transformation are considered being applied for the transformation of antenna near-field from curvilinear surface to distribution on the plane, i. e. aperture.