ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIX, № 2 РАДИОФИЗИКА 1986

УДК 533.951

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЦИКЛОТРОННЫХ ВОЛН В ПОЛУОГРАНИЧЕННОЙ ГИРОТРОПНОЙ ПЛАЗМЕ

В. А. Гирка, А. Н. Кондратенко, В. И. Лапшин

Рассмотрено влияние внешнего переменного электрического поля на поверхностные циклотронные волны в полуограниченной магнитоактивной плазме. Получено дисперсионное уравнение, описывающее параметрическое возбуждение поверхностных волн этого типа в случае малых амплитуд внешнего электрического поля. Вычислены инкременты параметрических неустойчивостей поверхностных циклотронных волн в длинноволновой и коротковолновой областях спектра.

Воздействие переменного электрического поля на плазму приводит к различным параметрическим неустойчивостям [1]. В лабораторных установках плазма всегда ограничена, это создает условия, при которых возможно существование поверхностных волн [2]. Вопросы параметрического возбуждения поверхностных волн исследовались в работах [3–5].

В данной статье рассмотрена возможность параметрического возбуждения поверхностных циклотронных волн (ПЦВ) в полуограниченной гиротропной плазме. Дисперсионные свойства этих колебаний исследовались в работах [6, 7].

Рассмотрим полуограниченную плазму с резкой границей (размеры переходного слоя существенно меньше ларморовского радиуса частиц плазмы), состоящую из электронов и ионов. Внешнее постоянное магнитное поле направлено перпендикулярно поверхности плазмы, а волна распространяется поперек магнитного поля. Такая конфигурация плазмы в магнитном поле может быть реализована, например, в случае твердотельной плазмы. Поскольку затухание ПЦВ определяется в основном [6, 7] столкновениями между частицами плазмы, то для уменьшения величины частоты столкновений ее можно охладить. Следует отметить, что объемные циклотронные волны в вырожденном электронном газе твердого тела вдоль магнитного поля не распространяются из-за сильного затухания Ландау [8–10].

Будем считать, что частицы плазмы характеризуются равновесной максвелловской функцией распределения. Но результаты, полученные при этом, можно обобщить на случай вырожденной плазмы, когда электроны и дырки имеют изотропный, квадратичный закон дисперсии и описываются распределением Ферми—Дирака [8, 9, 11].

Исходная система уравнений состоит из самосогласованного кинетического уравнения для функции распределения и уравнений Максвелла для полей волны. Систему координат выбираем так, что плазма занимает полупространство $z>0$, переменное электрическое поле $\boldsymbol{E}_0 \sin \omega_0 t$ направлено по оси $\boldsymbol{x}$, внешнее постоянное магнитное поле $\boldsymbol{H}_0 \parallel \boldsymbol{z}$, ПЦВ распространяются вдоль $\boldsymbol{E}_0$.

Уравнения Максвелла в приближении медленных волн (фазовая скорость существенно меньше скорости света в вакууме) распадаются на две подсистемы, описывающие соответственно E- и H-волну [2]. Для плоских E-волн с помощью преобразований Фурье получается следующая система уравнений:

$$ik_1 H_2^{(n)} = \frac{-i\omega_n}{c} E_3^{(n)} + \frac{4\pi}{c} j_3^{(n)}, \quad \frac{i\omega_n}{c} H_2^{(n)} = ik_3 E_1^{(n)} - ik_1 E_3^{(n)},$$
$$-2H_y^{(n)}(0) = \frac{i\omega_n}{c} E_1^{(n)} - ik_3 H_2^{(n)} - \frac{4\pi}{c} j_1^{(n)}. \tag{1}$$

Зависимость полей от координат и времени полагалась в виде $\exp(ik_1x)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\exp(-i\omega_n t)$, где $\omega_n = \omega + n\omega_0$.

Для определения коэффициентов Фурье плотностей тока $j_1^{(n)}$ и $j_3^{(n)}$ решаем кинетическое уравнение для возмущенной функции распределения δf_α методом характеристик (см., например, [12]). Выражение для ее n-й гармоники имеет следующий вид:

$$\delta f_\alpha^{(n)} = \sum_\alpha \frac{ie_\alpha f_\alpha^{(0)}}{\pi m_\alpha v_{T\alpha}^2} \sum_{m,s,p=-\infty}^{\infty} \frac{J_s(a) J_{p-m}(a_E)}{\omega_p - s\omega_\alpha - k_3 v_{\parallel 0}} \times$$
$$\times \left[E_3^{(m)} v_{\parallel 0} + \frac{s\omega_\alpha}{k_1} E_1^{(m)}\right] \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp[-is\varphi_0 - it\omega_0(p-n) + \tag{2}$$
$$+ its\omega_\alpha - ia\sin(\omega_\alpha t - \varphi_0) + ia_E \sin\omega_0 t],$$

где

$$a = \frac{k_1 v_{\perp 0}}{\omega_\alpha}, \quad a_E^2 = \left[\frac{e_\alpha E_0 k_1}{m_\alpha(\omega_0^2 - \omega_\alpha^2)}\right]^2,$$

$v_{\perp 0}^2 = v_{x0}^2 + v_{y0}^2$, $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_{\perp 0} + \mathbf{v}_{\parallel 0}$, φ_0 — азимутальный угол в пространстве скоростей, $\omega_\alpha = e_\alpha H_0/cm_\alpha$, e_α — заряд, m_α — масса, $v_{T\alpha}$ — тепловая скорость, $f_\alpha^{(0)}$ — равновесная функция распределения частиц сорта α (для электронов $\alpha = e$, для ионов $\alpha = i$), $J_n(x)$ — функция Бесселя первого рода.

Используя выражение (2), можно найти коэффициенты Фурье плотности тока, которые входят в систему уравнений (1):

$$j_1^{(n)} = \sum_\alpha \sum_{s,m,l} \frac{i\Omega_\alpha^2 \exp(-y_\alpha) I_s(y_\alpha)}{4\pi(\omega_{n+m} - s\omega_\alpha)} J_m J_{m-l} \times$$
$$\times \left[\frac{s^2}{y_\alpha} E_1^{(n+l)} + E_3^{(n+l)} \frac{s\omega_\alpha k_3 k_1^{-1}}{\omega_{n+m} - s\omega_\alpha}\right]; \tag{3}$$

$$j_3^{(n)} = \sum_\alpha \sum_{s,m,l} \frac{i\Omega_\alpha^2 \exp(-y_\alpha) I_s(y_\alpha)}{4\pi(\omega_{n+m} - s\omega_\alpha)} J_m J_{m-l} \times$$
$$\times \left[E_3^{(n+l)} + E_1^{(n+l)} \frac{s\omega_\alpha k_3 k_1^{-1}}{\omega_{n+m} - s\omega_\alpha}\right], \tag{4}$$

где

$$J_m = J_m(a_E), \quad y_\alpha = \frac{k_1^2 v_{T\alpha}^2}{2\omega_\alpha^2}, \quad \Omega_\alpha^2 = \frac{4\pi e_\alpha^2 n_{0\alpha}}{m_\alpha},$$

$n_{0\alpha}$ — равновесная плотность частиц плазмы, $I_n(x)$ — модифицированная функция Бесселя. Для упрощения формы записи пределы суммирования по индексам s, m, l не будут указываться, так как они совпадают с указанными в выражении (2).

Подставляя (3), (4) в систему уравнений (1), описывающую медленную E-волну, в приближении малой амплитуды внешнего электрического поля ($a_E \ll 1$) получим следующее выражение для $E_1^{(n)}$:

$$\frac{2ck_1^2}{i\omega_n} H_y^{(n)}(0) + E_1^{(n)} (k_1^2 \psi_{1,n} + k_3^2 \psi_{2,n}) =$$

$$= \sum_{\alpha} \sum_{\substack{s,m,l \\ l \neq 0}} \left[\frac{\Omega_\alpha^2 \exp(-y_\alpha) s^2 I_s(y_\alpha)}{y_\alpha \omega_n (\omega_{n+m} - s\omega_\alpha)} J_{m-l} J_m k_1^2 + \right. \tag{5}$$

$$\left. + \frac{\Omega_\alpha^2 e^{-y_\alpha} I_s(y_\alpha)}{(\omega_{n+m} - s\omega_\alpha)^2} \frac{k_3^2}{\omega_n} (\omega_{n+m} + s\omega_\alpha) J_m J_{m-l} \right] E_1^{(n+l)},$$

где

$$\psi_{1,n} = \varepsilon_0 - \sum_{\alpha} \sum_{s,m} \frac{\Omega_\alpha^2 \exp(-y_\alpha) s^2 I_s(y_\alpha) J_m^2}{y_\alpha \omega_n (\omega_{n+m} - s\omega_\alpha)},$$

$$\psi_{2,n} = \varepsilon_0 - \sum_{\alpha} \sum_{s,m} \frac{\Omega_\alpha^2 \exp(-y_\alpha)(\omega_{n+m} + s\omega_\alpha)}{\omega_n (\omega_{n+m} - s\omega_\alpha)^2} I_s(y_\alpha) J_m^2, \tag{6}$$

ε_0 — диэлектрическая постоянная кристаллической решетки (для газовой плазмы $\varepsilon_0 = 1$). Потребуем выполнения неравенства $|\omega_n - s\omega_\alpha| \gg \gg |k_3 v_{T\alpha}|$, означающего слабую пространственную дисперсию вдоль нормали к границе плазмы, тогда затухание ПЦВ вследствие дисперсии среды будет малым [6]. В рамках выполнения неравенства $a_E \ll 1$ легко подобрать значение поля $E_0 \ll H_0 c^{-1} |\omega_\alpha / k_1|$, при котором не будет происходить разрушение поверхности полупроводников при генерации в них ПВЦ.

Для нахождения дисперсионного уравнения необходимо знать граничные условия. Первое из них — это непрерывность поля E_x. Второе условие получается из интегрирования уравнений Максвелла для рассматриваемой волны:

$$\{H_y^{(n)}(0)\} = \frac{4\pi}{-c} \int_{-0}^{+0} j_x^{(n)} dz = \sqrt{\psi_{1,n}\psi_{2,n}} \sum_{\alpha} \sum_{\substack{s,m,l \\ l \neq 0}} \frac{\Omega_\alpha^2}{ic|k_1|} \times$$

$$\times \frac{\exp(-y_\alpha) s\omega_\alpha}{(\omega_{n+m} - s\omega_\alpha)^2} I_s(y_\alpha) J_m J_{m-l} E_x^{(n+l)}(0). \tag{7}$$

Используя обратное преобразование Фурье, из уравнения (5) с помощью граничных условий получим бесконечную цепочку уравнений для тангенциальной составляющей поля волны на границе плазмы $E_x^{(n)}(0)$:

$$E_x^{(n)}(0) \left(1 + \frac{1}{\sqrt{\psi_{1,n}\psi_{2,n}}}\right) - \sum_{\alpha} \sum_{\substack{s,m,l \\ l \neq 0}} \left[\frac{\Omega_\alpha^2 \exp(-y_\alpha) s\omega_\alpha I_s(y_\alpha)}{\omega_n (\omega_{n+m} - s\omega_\alpha)^2} \times \right.$$

$$\left. \times J_m J_{m-l} + \frac{1}{\psi_{2,n}} \frac{\Omega_\alpha^2 e^{-y_\alpha} I_s(y_\alpha)(\omega_{n+m} + s\omega_\alpha)}{\omega_n (\omega_{n+m} - s\omega_\alpha)^2} J_m J_{m-l} \right] E_x^{(n+l)}(0) = \Phi, \tag{8}$$

где Φ — константа, связанная с коэффициентом Фурье $E_1^{(n+l)}(i|k_1|\times\times\sqrt{\psi_{1,n}\psi_{2\,n}^{-1}})$. В отсутствие волны накачки, т. е. при $a_E=0$, из (8) получается дисперсионное уравнение для нахождения частоты собственных поверхностных колебаний ω_d исследуемой плазменной системы [6,7]. Система уравнений (8) для различных n имеет решения, если ее главный определитель равен нулю.

При $\omega=\omega_d+\xi$ получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$[1+(\psi_{1,0}\,\psi_{2,0})^{-1/2}]-\left[\frac{\Omega_\alpha^2\,e^{-y_\alpha}I_s(y_\alpha)}{(\xi+\Delta_s)^2}\right]^2\frac{a_E^2}{2}\,\frac{s\omega_\alpha\,\omega_d}{\omega_d^2-\omega_0^2}=0, \qquad (9)$$

где

$$\omega_d=s\omega_\alpha+\Delta_s,\quad |\Delta_s|\ll|s\omega_\alpha|;$$

$$\Delta_s(y_\alpha)=\begin{cases}\dfrac{(s^2-1)\,I_s(y_\alpha)}{-2I_1(y_\alpha)}\,s\omega_\alpha, & y_\alpha\ll 1\\[2ex] \dfrac{\Omega_\alpha^2\,y_\alpha^{-3/2}\,s\omega_\alpha}{\sqrt{2\pi}\,\omega_\alpha^2\,\varkappa}, & y_\alpha\gg 1\end{cases}, \qquad (10)$$

$\varkappa=\varepsilon_0+\sqrt{\dfrac{2}{\pi}\,\dfrac{\Omega_e^2\,y_e^{-3/2}}{\omega_e^2}}$ при $\omega_d\approx s\omega_i$, при $\omega_d\approx s\omega_e$ $\varkappa=\varepsilon_0$.

В общем случае уравнение (9) является уравнением пятого порядка относительно ξ:

$$\xi(\xi+\Delta_s)^4=\frac{\Omega_\alpha^2\,I_s(y_\alpha)\,y_\alpha\,\omega_d\,a_E^2\,\omega_\alpha^2\,\Delta_s^2}{\psi_{2,0}(a_E=0)\,(\omega_d^2-\omega_0^2)\exp(y_\alpha)}, \qquad (11)$$

где

$$\psi_{2,0}(a_E=0)\simeq-\sum_\alpha\frac{\Omega_\alpha^2\,I_0(y_\alpha)}{\omega_d^2\exp(y_\alpha)}-\sum_\alpha\frac{\Omega_\alpha^2\,2I_s(y_\alpha)}{\Delta_s^2\exp(y_\alpha)}.$$

Простые выражения для инкрементов γ ПЦВ получаются при $|\xi|\gg|\Delta_s|$.

В области слабой пространственной дисперсии вдоль поверхности плазмы из уравнения (11) получаем

$$\gamma\approx|\Delta_s|\left(\frac{a_E}{s^2-1}\right)^{2/5}\left[\frac{y_\alpha^2}{2I_s(y_\alpha)}\right]^{1/5}, \qquad (12)$$

при этом $0{,}5y_\alpha^2\,I_s^{-1}(y_\alpha)\gg s^4a_E^{-2}$.

При $y_e\ll 1$, а $y_i\gg 1$ для ионных ПВЦ из уравнения (11) находим

$$\gamma\approx\Delta_s\sqrt{y_i}\,a_E^{2/5}\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/5}\left(\frac{\omega_i^2}{\omega_d^2-\omega_0^2}\right)^{1/5}. \qquad (13)$$

Случай электронного резонанса при этом будет по-прежнему описываться формулой (12).

В области сильной пространственной дисперсии вдоль поверхности плазмы из уравнения (11) можно найти следующие значения инкрементов ПЦВ:

$$\gamma\approx\Delta_s a_E^{2/5}\,y_\alpha^{1/5}\,(\omega_d/\Delta_s)^{1/5}. \qquad (14)$$

Для ионных ПЦВ при $\varkappa\approx\sqrt{2}\Omega_e^2\,y_e^{-3/2}\,\pi^{-1/2}\,\omega_e^{-2}$ получается

$$\gamma\sim\omega_d\,a_E^{2/5}\,(m_e/m_i)^{1/5}\,(y_i\,y_e)^{1/10}\,(2\pi\,\Delta_s^2/\omega_d^2)^{1/5}. \qquad (15)$$

Начальное предположение о том, что $|\xi|\gg|\Delta_s|$, при котором получены формулы (13)—(15), хорошо выполняется для коротковолновых ПЦВ:

$$y_e \gg (\Delta_s/\omega_d)\ (s^2/a_E^2), \quad y_i \gg s^2/a_E^2. \tag{16}$$

Из уравнения (11) следует, что инкременты ПВЦ больше в условиях сильной пространственной дисперсии вдоль поверхности плазмы. Сравнивая выражения для инкрементов в случае параметрической и пучковой [13] неустойчивости ПЦВ, следует отметить, что при одинаковых прочих условиях эффективность параметрического возбуждения коротковолновых ПЦВ может быть выше, если $a_E^{2/5} > (n_{0b}/n_{0\alpha})^{1/3}$ (n_{0b} — равновесная плотность пучка). Из сравнения величин инкрементов ПЦВ (12)—(15) с соответствующими инкрементами параметрической неустойчивости объемных циклотронных волн [8] видно, что их зависимость от амплитуды внешнего переменного электрического поля различна. Инкременты ПЦВ пропорциональны $a_E^{2/5}$, тогда как для объемных циклотронных волн $\gamma \sim a_E^{2/3}$.

В заключение отметим, что исследование процессов распространения медленных слабозатухающих поверхностных волн в ограниченных плазменных системах в настоящее время представляет большой интерес, поскольку колебания этого типа находят все большее применение в радиотехнике и физике твердого тела [9, 14]. Неустойчивые состояния поверхностных волн применяются для генерации и усиления этих колебаний в широком диапазоне частот. Исследование поверхностных волн позволяет получить информацию о кинетических свойствах носителей заряда в плазме твердых тел, их энергетическом спектре. Параметрически возбуждаемые ПЦВ, рассмотренные в данной работе, можно использовать, например, для генерации колебаний, нагрева поверхности плазмы, определения свойств покрытий металлов, исследования различных явлений в поверхностном слое плазмы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Силин В. П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. — М.: Наука, 1973. — 288 с.
2. Кондратенко А. Н. Плазменные волноводы. — М.: Атомиздат, 1976. — 232 с.
3. Алиев Ю. М., Градов О. М., Кирий А. Ю. — ЖЭТФ, 1972, 63, № 1(7), с. 112.
4. Алиев Ю. М., Градов О. М. — ЖТФ, 1972, 42, № 11, с. 2447.
5. Киценко А. Б. — Физика плазмы, 1980, 6, № 6, с. 1232.
6. Гирка В. А., Кондратенко А. Н. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 12, с. 1416.
7. Гирка В. А., Кондратенко А. Н. — Изв. АН СССР. Радиотехника и электроника, 1982, 27, № 3, с. 534.
8. Ломинадзе Д. Г. Циклотронные волны в плазме. — Тбилиси: Мецниереба, 1975. — 224 с.
9. Платцман Ф., Вольф П. Волны и взаимодействия в плазме твердого тела — М.: Атомиздат, 1975. — 438 с.
10. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А., Половин Р. В., Ситенко А. Г., Степанов К. Н. Электродинамика плазмы. — М.: Наука, 1974. — 720 с.
11. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. — М.: Высшая школа, 1978. — 408 с.
12. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1972. — 739 с.
13. Гирка В. А., Кондратенко А. Н. — ЖТФ, 1982, 52, № 8, с. 1521.
14. Стил М., Вюраль Б. Взаимодействие волн в плазме твердого тела. — М.: Атомиздат, 1973. — 248 с.

Харьковский государственный университет

Поступила в редакцию 3 сентября 1984 г.

PARAMETRIC EXCITATION OF SURFACE CYCLOTRON WAVES IN SEMIBOUNDED GYROTROPIC PLASMA

V. A. Girka, A. N. Kondratenko, V. I. Lapshin

Influence of external alternative electric field on surface cyclotron waves in semibounded magnetoactive plasma is under the consideration. The dispersion equation which discribes parametric excitation of this type surface waves in the case of small amplitudes of external electric field is derived. Increments of parametric instabilities of surface cyclotron waves in longwave and shortwave regions of the spectrum are calculated.