ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIX, № 2 РАДИОФИЗИКА 1986

УДК 533.951

ВЗРЫВНОЕ НАРАСТАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ГРАНИЦЕ ПЛАЗМЫ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН С МОДОЙ ШЕПЧУЩЕЙ ГАЛЕРЕИ

В. Ф. Ковалев, В. В. Пустовалов, М. А. Савченко

Показано, что нелинейное (распадное) взаимодействие трех волн положительной энергии — длинноволновой моды шепчущей галереи и двух коротковолновых поверхностных волн — приводит к взрывному нарастанию амплитуд всех трех волн, обусловленному накоплением электромагнитной энергии на резкой криволинейной плазменной границе.

В работе [1] был дан анализ различных вариантов нелинейного взаимодействия мод шепчущей галереи с поверхностными волнами на криволинейной плазменной границе. В данном сообщении рассмотрена возможность взрывного нарастания электромагнитного поля на резкой границе плазмы (например, плазмы металла) при распадном взаимодействии волн с положительной энергией. Роль таких волн играют длинноволновая мода шепчущей галереи и два коротковолновых поверхностных колебания.

Резкая граница однородной плазмы с вакуумом образует резонатор в виде кругового цилиндра радиуса a. Плазма занимает область $r \geqslant a$ и характеризуется постоянной плотностью электронов n.

Обсуждаемое нелинейное взаимодействие может проявляться, например, при скользящем распространении вдоль криволинейной металлической поверхности ультрафиолетового лазерного излучения с энергией кванта до десяти электронвольт [2,3].

Структура электромагнитного поля поверхностных волн на частотах ω_1 и ω_2 и моды шепчущей галереи на частоте $\omega_3=\omega_1+\omega_2$ в вакууме $(r<a)$ и в плазме $(r \geqslant a)$ определяется единственной z-компонентой магнитного поля $H_\alpha=H(\omega_\alpha,\boldsymbol{r})$, параллельной образующей цилиндра, и имеет следующий вид:

$$H_{1,2} = b_{1,2}\, e^{\pm i p_{1,2}\varphi} \exp\left\{(r-a)\frac{\omega_{1,2}}{c}\left(-1-\varepsilon'(\omega_{1,2})\right)^{-1/2}\right\}, \quad r<a,$$
$$H_{1,2} = a_{1,2}\, e^{\pm i p_{1,2}\varphi} \exp\left\{-(r-a)\frac{\omega_{1,2}}{c}\left(-\frac{(\varepsilon'(\omega_{1,2}))^2}{1+\varepsilon'(\omega_{1,2})}\right)^{1/2}\right\}, \quad r \geqslant a; \tag{1}$$

$$H_3=b_3 e^{ip_3\varphi}V_q(r), \quad r<a,$$
$$H_3=a_3 e^{ip_3\varphi}W_q(r), \quad r \geqslant a. \tag{2}$$

Здесь (и ниже см. (9)) верхний знак в соотношениях (1) соответствует поверхностной волне с частотой ω_1, а нижний — с частотой ω_2. При этом частоты ω_1 и ω_2 близки к частоте $\omega_L/\sqrt{2}$ поверхностных плазмонов* и примерно вдвое меньше частоты $\omega=\omega_3$ моды шепчущей галереи: $\omega_1 \simeq \omega_2 \simeq \omega_3/2$. Законы дисперсии участвующих в распадном взаимодей-

* Характерные значения $(\omega_L/\sqrt{2})$ частот поверхностных плазмонов для электронов плазмы металла, например, составляют величину порядка 10^{16} c^{-1}.

ствии поверхностных электромагнитных волн и моды шепчущей галереи имеют вид

$$\omega_1(p_1) \simeq (\omega_L/\sqrt{2}) \left[1 - \frac{1}{8} (\omega_L a/cp_1)^2\right],$$

$$\omega_2(p_2) \simeq (\omega_L/\sqrt{2}) \left[1 - \frac{1}{8} (\omega_L a/cp_2)^2\right],$$

$$\omega_3(p_3) \simeq \frac{p_3 c}{a} \left[1 + 2^{-1/3} \xi_q p_3^{-2/3} - 0,3115 p_3^{-1}\right].$$

Обозначения в формулах (1), (2) обычные: $\varepsilon'(\omega) = 1 - \omega^2/\omega^2$ — действительная часть диэлектрической проницаемости плазмы на частоте ω, $\omega_L = (4\pi n e^2/m)^{1/2}$ — ленгмюровская частота электронов плазмы (e и m — заряд и масса электрона), c — скорость света в вакууме, p_1, p_2 и $p_3 = p_1 - p_2 \gg 1$ — натуральные числа ($p_1 \simeq p_2 \gg p_3$), равные отношению длины границы резонатора $2\pi a$ к длинам взаимодействующих волн с дискретными значениями частот ω_1, ω_2 и ω_3. Функции V_q и W_q определяют радиальную структуру моды шепчущей галереи (Ai и Bi — функции Эйри, ср. [4]):

$$V_q(r) = \mathrm{Ai}\left[-2\frac{r-a}{a}\left(\frac{\omega a}{2c}\right)^{2/3} - \xi_q + 0,3115\left(\frac{2c}{\omega a}\right)^{1/3}\right],$$

$$W_q(r) = \mathrm{Ai}\left[\left(\frac{\omega a}{2c}\right)^{2/3}\left(-\frac{2}{a}(r-a) + 1 - \varepsilon'(\omega)\right) - \right.$$

$$\left. - \xi_q + 0,3115\left(\frac{2c}{\omega a}\right)^{1/3}\right] - i\,\mathrm{Bi}\left[\left(\frac{\omega a}{2c}\right)^{2/3}\left(-\frac{2}{a}(r-a) + 1 - \varepsilon'(\omega)\right) - \right. \tag{3}$$

$$\left. - \xi_q + 0,3115\left(\frac{2c}{\omega a}\right)^{1/3}\right].$$

Отрицательные величины ($-\xi_q$) при $q = 1, 2, \ldots$ являются нулями функции Эйри Ai(ξ). Явный вид формул (2), (3) для магнитного поля моды шепчущей галереи получается обычным решением волнового уравнения (см. [5]), учитывающего цилиндрическую геометрию задачи. Такое двумерное волновое уравнение определяет гармоническую зависимость поля (2) по азимуту φ и зависимость от радиуса r в виде цилиндрических функций Бесселя (в вакууме) и Ханкеля первого рода (в плазме). Функции Эйри в (3) представляют собой результат равномерно пригодного асимптотического разложения этих цилиндрических функций в условиях, когда их индекс близок к аргументу, пропорциональному большому отношению радиуса кривизны плазменной границы к длине волны моды шепчущей галереи.

Зависящие от времени t и радиуса r комплексные амплитуды $a_\alpha = a(\omega_\alpha, t, r)$ и $b_\alpha = b(\omega_\alpha, t, r)$ магнитных полей вне границы удовлетворяют линейным уравнениям

$$\frac{1}{c}\frac{\partial b_{1,2}}{\partial t} - i\left[-1 - \varepsilon'(\omega_{1,2})\right]^{-1/2}\frac{\partial b_{1,2}}{\partial r} = 0,$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial a_{1,2}}{\partial t} + i\left|\varepsilon'(\omega_{1,2})\right|\left[-1 - \varepsilon'(\omega_{1,2})\right]^{-1/2}\frac{\partial a_{1,2}}{\partial r} = 0, \tag{4}$$

$$\left\{\frac{\partial^2 \ln V_q}{\partial r^2}\left[1 + \frac{1}{6}\gamma_q - \frac{\omega_3}{2}\frac{\partial \gamma_q}{\partial \omega_3} + \frac{2}{3a}(r-a)\right] + \frac{2}{3}\frac{\partial \ln V_q}{\partial r}\right\} \times$$

$$\times \frac{1}{c}\frac{\partial b_3}{\partial t} + i\frac{\omega_3}{ca}\frac{\partial b_3}{\partial r} = 0;$$

$$\left\{\frac{\partial^2 \ln W_q}{\partial r^2}\left[1+\frac{2}{3}(1-\varepsilon'(\omega_3))+\frac{1}{6}\gamma_q-\frac{\omega_3}{2}\frac{\partial\gamma_q}{\partial\omega_3}+\frac{2}{3a}(r-a)\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{2}{3}\frac{\partial \ln W_q}{\partial r}\right\}\frac{1}{c}\frac{\partial a_3}{\partial t}+i\frac{\omega_3}{ca}\frac{\partial a_3}{\partial r}=0, \quad (5)$$

$$\gamma_q=\gamma_q(\omega)=-\left(\frac{\omega a}{2c}\right)^{-2/3}\xi_q+0{,}623\frac{c}{\omega a}, \quad \omega=\omega_3.$$

На границе плазмы амплитуды b_α связаны с a_α посредством нелинейных граничных условий, а сами амплитуды a_α находятся из системы нелинейных уравнений

$$\dot{a}_1=-C_1 a_2^* a_3, \quad \dot{a}_2=-C_2 a_1^* a_3, \quad \dot{a}_3=-C_3 a_1 a_2, \quad r=a. \quad (6)$$

Точка означает дифференцирование по безразмерному аргументу (ct/a). Коэффициенты $C_\alpha<0$ нелинейного взаимодействия в (6) даются соотношениями

$$C_{1,2}=\frac{1}{16}\frac{ea}{mc^2}[-1-\varepsilon'(\omega_{2,1})]^{-1/2}\,\mathrm{Bi}\left[\left(\frac{\omega_3 a}{2c}\right)^{2/3}(1-\varepsilon'(\omega_3)+\gamma_q(\omega_3))\right],$$

$$C_3=\sqrt{2}\frac{e}{mc\omega_L}[(1+\varepsilon'(\omega_1))(1+\varepsilon'(\omega_2))]^{-1/2}\left\{\mathrm{Bi}\left[\left(\frac{\omega_3 a}{2c}\right)^{/3}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times(1-\varepsilon'(\omega_3)+\gamma_q(\omega_3))\right]\right\}^{-1}.$$

Наличие в момент времени $t=0$ интенсивной волны накачки в виде моды шепчущей галереи и слабой поверхностной волны соответствует следующим начальным условиям для амплитуд a_α на границе плазмы:

$$|a_3|^2\neq 0, \quad |a_1|^2\neq 0, \quad |a_2|^2=0, \quad |a_3|^2\gg|a_1|^2, \quad t=0, \quad r=a. \quad (7)$$

Решение системы уравнений (7) хорошо известно и описывает одновременное «взрывное» нарастание амплитуд всех трех волн на границе с характерным временем взрыва $t_0>0$, определяемым для начальных условий (7) равенством

$$t_0\simeq 2{,}4\omega_L^{-1}(p_1-p_2)^{4/3}(p_1p_2)^{-1/2}\{nmc^3/Q_3\}^{1/2}|\mathrm{Ai}'(-\xi_q)|^{-1}\times$$

$$+\ln\{1{,}67(p_1-p_2)^{1/6}|\mathrm{Ai}'(-\xi_q)|Q_3/Q_1)^{1/2}\}.$$

Здесь $Q_\alpha=Q(\omega_\alpha)$ — максимальная величина азимутальной компоненты вектора плотности потока энергии электромагнитной волны на частоте ω_α в начальный момент времени $t=0$; штрих у функции Эйри означает производную по аргументу.

Сделанный вывод о взрыве амплитуд высокочастотных электромагнитных полей на стенке резонатора вместе с формулой для времени взрыва t_0 составляет основной результат данного сообщения. Ниже дана физическая интерпретация этого результата.

Согласно закону сохранения энергии взрывной характер нарастания во времени амплитуд магнитного поля на границе плазмы должен сопровождаться потоком энергии электромагнитного поля на боковую поверхность цилиндрического резонатора. Чтобы убедиться в этом, вычислим среднюю по времени радиальную компоненту S вектора плотности потока энергии, переносимой через единичную площадку боковой поверхности резонатора. В пределе $r \to a-0$ и $r \to a+0$ эта величина определяется следующими формулами:

$$S \equiv S_1+S_2+S_3 = -\frac{c}{8\pi}\operatorname{Re}\sum_{\alpha=1}^{3}\frac{ic}{\omega_\alpha}\left\{H_\alpha^*\frac{\partial H_\alpha}{\partial r}-\frac{i}{\omega_\alpha}H_\alpha^*\frac{\partial^2}{\partial t\,\partial r}H_\alpha\right\},\quad r\to a-0,$$

$$S = -\frac{c}{8\pi}\operatorname{Re}\sum_{\alpha=1}^{3}\frac{ic}{\omega_\alpha\,\varepsilon(\omega_\alpha)}\left\{H_\alpha^*\frac{\partial H_\alpha}{\partial r}-\frac{i}{\omega_\alpha}\left[1+\omega_\alpha\frac{\partial\varepsilon(\omega_\alpha)}{\partial\omega_\alpha}\right]\times\right.$$
$$\left.\times H_\alpha^*\frac{\partial^2}{\partial t\partial r}H_\alpha+\frac{4\pi}{c}H_\alpha^* j_\varphi^{(2)}(\omega_\alpha)\right\},\quad r\to a+0. \tag{8}$$

Используя явные выражения (1)—(3) для структуры магнитных полей на частоте ω_α и азимутальной компоненты $j_\varphi^{(2)}$, квадратичной по полю плотности тока в плазме (см. [1]), получим с учетом (4)—(6) искомые величины

$$S_{1,2}\simeq-\frac{\sqrt{2}c}{16\,\pi\omega_L}\left[-1-\varepsilon'(\omega_{1,2})\right]^{-1/2}(\partial|a_{1,2}|^2/\partial t),\quad r=a-0,$$
$$S_{1,2}\simeq-\frac{\sqrt{2}c}{16\,\pi\omega_L}\left[-1-\varepsilon'(\omega_{1,2})\right]^{-1/2}(9\mp4\sqrt{2})\,(\partial|a_{1,2}|^2/\partial t),\quad r=a+0; \tag{9}$$

$$S_3\simeq-\frac{a}{8\pi}|W_q(a)|^2(\partial|a_3|^2/\partial t),\quad r=a-0,$$
$$S_3\simeq-\frac{a}{8\pi}|W_q(a)|^2(\partial|a_3|^2/\partial t),\quad r=a+0. \tag{10}$$

Суммарная величина S плотности потока энергии на боковую поверхность резонатора имеет вид

$$S\simeq\frac{9c}{32\pi}C_3|W_q(a)|^2|a_1a_2a_3|<0,\quad r=a-0,$$
$$S\simeq\frac{17\,c}{32\,\pi}C_3|W_q(a)|^2|a_1a_2a_3|<0,\quad r=a+0. \tag{11}$$

Как следует из формул (9)—(11), нелинейное взаимодействие моды шепчущей галереи с поверхностными модами сопровождается потоком энергии на каждой из частот ω_α (а значит, и суммарным потоком) из плазмы внутрь объема $0\leqslant r<a$ резонатора, т. е. в вакуум. При этом часть энергии электромагнитного поля накапливается на стенке резонатора, поскольку разность потоков ΔS при $r\to a+0$ и $r\to a-0$ отлична от нуля:

$$\Delta S=S(a+0)-S(a-0)\simeq\frac{c}{4\pi}C_3|W_q(a)|^2|a_1a_2a_3|<0. \tag{12}$$

Вычислим теперь изменение во времени энергии электромагнитного поля в объеме, образованном бесконечно тонким слоем $2\Delta_0$ ($\Delta_0\to0$ — полутолщина слоя) и боковой поверхностью резонатора единичной площади:

$$\partial\mathscr{E}/\partial t \equiv \partial(\mathscr{E}_1+\mathscr{E}_2+\mathscr{E}_3)/\partial t = -\frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\sum_{\alpha=1}^{3}\int\limits_{a-\Delta_0}^{a+\Delta_0} dr\,\frac{ic}{\omega_\alpha\,\varepsilon(\omega_\alpha)}\times$$

$$\times\left\{ j_\varphi^{(2)*}(\omega_\alpha)\frac{\partial H_\alpha}{\partial r} - j_r^{(2)*}(\omega_\alpha)\frac{1}{r}\frac{\partial H_\alpha}{\partial\varphi} - \frac{1-\varepsilon(\omega_\alpha)}{\varepsilon(\omega_\alpha)}\times\right. \quad (13)$$

$$\left.\times\left[j_\varphi^{(2)}(\omega_\alpha)\frac{\partial H_\alpha^*}{\partial r} + j_r^{(2)}(\omega_\alpha)\frac{1}{r}\frac{\partial H_\alpha^*}{\partial\varphi}\right]\right\}.$$

Учитывая явные выражения (1) — (3) для структуры магнитного поля и квадратичной плотности тока в плазме [1], получим следующие соотношения для каждого из трех слагаемых в (13):

$$\frac{\partial\mathscr{E}_3}{\partial t} \simeq 0, \quad \frac{\partial\mathscr{E}_{1,2}}{\partial t} \simeq -\frac{c}{8\pi}(1\mp\sqrt{2})\,C_3|W_q(a)|^2|a_1a_2a_3|,$$

$$\frac{\partial\mathscr{E}}{\partial t} \simeq -\frac{c}{4\pi}C_3|W_q(a)|^2|a_1a_2a_3|. \quad (14)$$

Сопоставление равенств (12) и (14) дает искомый закон сохранения $\partial\mathscr{E}/\partial t+\Delta S=0$, поясняющий физическую природу обсуждаемой взрывной неустойчивости.

Таким образом, в настоящей работе показано, что нелинейное взаимодействие трех волн положительной энергии на криволинейной границе плазмы может носить взрывной характер. При этом одновременный рост всех амплитуд на границе обусловлен потоком энергии электромагнитного поля из объема плазмы через ее границу, т. е. связан с перераспределением электромагнитной энергии в пространстве (ср. [6]).

Оценим время взрыва t_0 электромагнитного поля на поверхности металлического резонатора радиуса $a\sim10$ *см* при использовании в качестве источника волны накачки ультрафиолетового излучения лазера с энергией ~ 1 *Дж* в импульсе длительностью $\sim 10^{-4}$ *с* (при энергии кванта до 10 *эВ*). Размер области локализации моды шепчущей галереи по радиусу $d\sim a\,(a\omega_L/c)^{-2/3}\sim 10$ *мкм* дает минимальную площадь пятна фокусировки $\sim\pi d^2$, так что поток Q_3 не превышает 10^{10} *Вт/см²*. Исходя из десятикратного повышения порогового значения потока $\sim 10^8$ *Вт/см²*, определяемого частотой диссипации, получим в этих условиях искомую величину $t_0\sim10^{-9}$ *с*.

Вывод о взрыве амплитуд высокочастотных электромагнитных полей на стенке цилиндрического плазменного резонатора получен для наиболее интересного, на наш взгляд, распадного взаимодействия чисто азимутальных волн (1), (2), т. е. для волн, распространяющихся вдоль плазменной границы строго по нормали к оси резонатора. Именно азимутальный характер распространения позволяет «запереть» высокочастотную ($\omega>\omega_L$) электромагнитную моду шепчущей галереи в ограниченной области пространства. Более общий случай неодномерного нелинейного взаимодействия волн смешанной поляризации с отличными от нуля (аксиальными) компонентами волновых векторов вдоль оси цилиндрической полости требует отдельного рассмотрения. Отметим, однако, что при этом по-прежнему будут выполнены законы распадного взаимодействия (условия синхронизма), и можно надеяться, что выявленная выше картина взрывного нарастания поля на границе сохранится, по крайней мере, при малых значениях аксиальных волновых чисел.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ковалев В. Ф., Пустовалов В. В., Савченко М. А. Препринт ФИАН СССР № 246. — М., 1984.
2. Басов Н. Г., Данилычев В. А., Попов Ю. М. — Письма в ЖЭТФ, 1970, 12, № 10, с. 473.
3. Rhodes C. K. — IEEE Journ. Quantum Electronics, 1974, QE-10, № 2, p. 153.
4. Власов С. Н., Загрядская Л. И., Петелин М. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, 16, № 11, с. 1743.
5. Бабич В. М., Булдырев В. С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. — М: Наука, 1972.
6. Рабинович М. И., Фабрикант А. Л. — Изв вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 5—6, с. 721.

Московский институт радиотехники, электроники и автоматики

Поступила в редакцию 17 июля 1984 г.

EXPLOSIVE GROWTH OF ELECTROMAGNETIC FIELD AT PLASMA BOUNDARY IN THE PROCESS OF NONLINEAR INTERACTION OF SURFACE WAVES WITH WHISPERING GALLERY MODES

V. F. Kovalev, V. V. Pustovalov, M. A. Savchenko

The nonlinear (decay) interaction of three positive energy waves namely a long-wave whispering gallery mode and two shortwave surface modes is shown to have a form of electromagnetic field explosion at the steep plasma boundary. Explosive growth of amplitudes for the three waves is due to electromagnetic energy concentration at the curved plasma boundary during the redistribution of energy in space.

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ, т. XXV, № 4, 1985 г.

Гайлит Т. А., Гусев В. Д., Овчинникова Н. П. Связь индикатрисы углового рассеяния радиоволн с параметрами модельных неоднородностей ионосферы.

Рассматривается влияние модели неоднородностей ионосферы на параметры индикатрисы углового рассеяния отраженного радиосигнала Показано, что зависимость ориентации индикатрисы от частоты полностью определяется законом изменения угла наклона анизотропных неоднородностей с высотой.

Щекотов А. Ю., Молчанов О. А. КНЧ-излучение вечерней ионосферы по наблюдениям на поверхности Земли в субавроральных широтах.

По наблюдениям на поверхности Земли в субавроральных широтах в диапазоне 70—500 *Гц* обнаружено излучение. Частота максимума излучения монотонно увеличивается со скоростью 0,5—2 *Гц/мин* от 70—100 до 200—500 *Гц*.

Беляев П. П., Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. Особенности генерации волн в несимметричном альвеновском мазере.

Теоретически исследовано влияние пространственной несимметрии альвеновского мазера на возбуждение сложных динамических режимов геомагнитных пульсаций диапазона *Pc* 1. Основным типом колебаний является антисимметричная мода, соответствующая формированию одиночного пакета альвеновских волн Условия возбуждения этой моды практически не зависят от деталей функции распределения и соотношения параметров сопряженных ионосфер
