

УДК 621.371.537.86

## РАССЕЯНИЕ СНЧ РАДИОВОЛН НА ГЛОБАЛЬНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ ПОЛОСТИ ЗЕМЛЯ — ИОНОСФЕРА

А. П. Николаенко

В рамках борновского приближения в уравнении Стрэттона—Чу получено решение для вертикальной электрической компоненты СНЧ радиоволны в промежутке Земля—ионосфера с неоднородностями типа день—ночь и полярная. Численный счет выполнен на частоте 62 Гц в рамках трех моделей неоднородности резонатора для различных ориентаций трассы распространения относительно неоднородности. Получены относительные возмущения поля и суточные вариации наблюдаемого СНЧ поля в резонаторе с неоднородностью.

Исследованию влияния горизонтальных неоднородностей нижней ионосферы на параметры СНЧ радиоволн посвящена значительная литература [1-9]. В работах [1-4] рассматривалась связь глобальных неоднородностей ионосферы со спектром собственных частот СНЧ диапазона. В работах [5, 6] рассмотрено влияние геомагнитного поля на пространственное распределение резонансных колебаний. Исследования [7-9] посвящены изучению изменений величины принимаемого поля в диапазоне десятков герц при наличии локальных неоднородностей. Однако расчет влияния глобальных неоднородностей сферического изотропного промежутка Земля—ионосфера, таких, как неоднородность день—ночь или полярная, на регистрируемое электромагнитное поле проведен не был. В настоящей работе мы рассмотрим электродинамическую задачу о распространении радиоволн СНЧ диапазона в изотропном неоднородном резонаторе Земля—ионосфера.

При решении задачи воспользуемся интегральным уравнением Стрэттона—Чу [10], эквивалентным уравнениям Максвелла:

$$\begin{aligned}
 4\pi E(\mathbf{R}) \int_V [-i\omega\mu \mathbf{j}(\mathbf{R}') G(\mathbf{R} - \mathbf{R}') + (\rho_s/\epsilon) \text{grad } G(\mathbf{R} - \mathbf{R}')] d\mathbf{R}' - \\
 - \oint_S \{i\omega\mu [n\mathbf{H}(\mathbf{r})] G(\mathbf{R} - \mathbf{r}) + [n\mathbf{E}(\mathbf{r})] \text{grad } G(\mathbf{R} - \mathbf{r}) + \\
 + (n\mathbf{E}(\mathbf{r})) \text{grad } G(\mathbf{R} - \mathbf{r})\} d\mathbf{r}.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Здесь  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{E}$  — компоненты поля,  $\mathbf{j}(\mathbf{R}')$  — объемная плотность стороннего электрического тока,  $\mu$  и  $\epsilon$  — магнитная и диэлектрическая постоянные вакуума,  $G$  — функция Грина,  $\rho_s$  — объемная плотность сторонних зарядов,  $\mathbf{n} = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$ ,  $\mathbf{R}$  — радиус-вектор точки наблюдения,  $\mathbf{R}'$  — радиус-вектор источника,  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор рассеивателя; предполагаемая зависимость от времени — вида  $e^{i\omega t}$ .

В дальнейшем мы будем предполагать, что резонатор Земля—ионосфера с идеально проводящей нижней границей возбуждается точечным электрическим вертикальным диполем с токовым моментом  $Jds(\omega)$ . Полярную ось сферической системы координат направим на диполь, т. е.  $\mathbf{R}' = \{a, 0, 0\}$  (см. рис. 1). Решение уравнения (1) будем искать в борновском приближении. Тогда вертикальная электрическая компонента поля представима в виде суммы

$$E_z = E_1 + E_2,
 \tag{2}$$

где  $E_1$  — поле, приходящее в точку наблюдения  $R = (a, \theta_n, \varphi_0)$  в однородном резонаторе и равное объемному интегралу в (1),  $E_2$  — «рассеянное» на неоднородностях поле, описываемое поверхностным интегралом. Неоднородность резонатора, связанную с зависимостью граничных условий от угловых координат, будем учитывать с помощью возмущений постоянной распространения  $\nu = \nu_0 + \Delta\nu(\theta, \varphi)$ \*. Здесь  $\nu_0$  — постоянная распространения однородного резонатора, а  $\Delta\nu(\theta, \varphi)$  описывает неоднородность ионосферы. При решении уравнения (1) мы будем поступать точно так же, как и в работе [9], т. е. при получении явного выражения для рассеянного поля  $E_2$  под интеграл в правой части (1) подставим функцию Грина и поля однородного резонатора, а неоднородность учтем с помощью граничных условий (борновское приближение теории возмущений). Тогда для рассеянного поля получим (ср. с (8) в [9])

$$E_2 = \frac{iJds}{64a^2 h\omega\epsilon} \oint S \Delta\nu(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (3)$$

Здесь  $a$  — радиус Земли,  $h$  — высота ионосферы,  $\omega$  — круговая частота,

$$S = FQ; \quad (4)$$

$$Q = \nu(\nu + 1) P_\nu[\cos(\pi - \theta)] P_\nu[\cos(\pi - \gamma)] - \quad (5)$$

$$- (\partial\gamma/\partial\theta) P_\nu^1[\cos(\pi - \theta)] P_\nu^1[\cos(\pi - \gamma)];$$

$$F = \frac{\nu(\nu + 1)}{\sin \pi\nu} (2\nu + 1) \frac{1}{k^2 a^2}, \quad (6)$$

$k = \omega/c$  — волновое число в свободном пространстве,  $P_\nu[\cos(\pi - \theta)]$  — функция Лежандра,  $P_\nu^1[\cos(\pi - \theta)] = -(\partial/\partial\theta)P_\nu[\cos(\pi - \theta)]$ ,  $\theta$  и  $\varphi$  — координаты текущей точки,  $\gamma$  — угловое расстояние от текущей точки до наблюдателя (см. рис. 1),

$$\cos \gamma = \cos \theta \cos \theta_n + \sin \theta \sin \theta_n \cos(\varphi - \varphi_0). \quad (7)$$

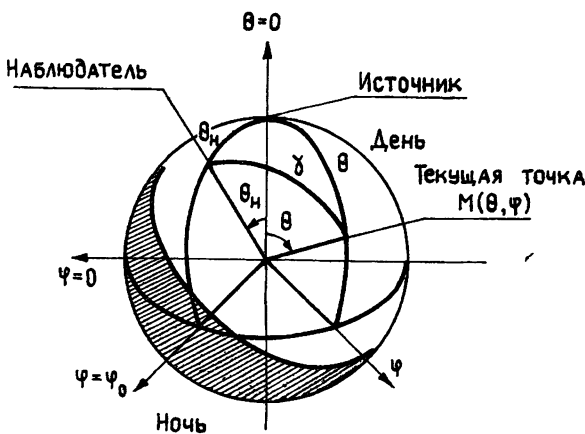


Рис. 1.

Поле однородного резонатора составляет

$$E_1 = \frac{iJds(\omega)}{4a^2 \omega h \epsilon} \nu(\nu + 1) \frac{P_\nu[\cos(\pi - \theta_n)]}{\sin \pi\nu}, \quad (8)$$

где  $\theta_n$  — угловое расстояние источник — наблюдатель\*.

\* Мы пользуемся связью постоянной распространения  $\nu$  с поверхностным импедансом  $z$  и высотой  $h$  нижней ионосферы в виде  $\nu(\nu + 1) = k^2 a^2 (1 - iz/kh)$ . Любой из параметров граничных условий  $z$  или  $h$  может зависеть от  $\theta$  и  $\varphi$ , что приведет к соответствующей зависимости  $\Delta\nu(\theta, \varphi)$ .

\*\* Индекс «0» из  $\nu_0$  мы в дальнейшем будем опускать.

На частотах выше 30 Гц удобно использовать асимптотические представления, дающие хорошую точность при  $\theta \in (1/|\nu|, \pi - 1/|\nu|)$  [11]:

$$P_\nu[\cos(\pi - \theta)] = \sqrt{2[\pi(\nu + 1/2) \sin \theta]^{-1}} \cos[(\pi - \theta)(\nu + 1/2) - \pi/4]; \quad (9)$$

$$(\partial/\partial\theta)P_\nu[\cos(\pi - \theta)] = (\nu + 1/2)P_\nu[\cos(\pi - \theta)]T(\nu, \theta); \quad (10)$$

$$T(\nu, \theta) = \text{tg}[(\pi - \theta)(\nu + 1/2) - \pi/4]. \quad (11)$$

Однако эти формулы не позволяют проводить интегрирование по всей сфере.

Ниже мы используем асимптотические представления в областях, далеких от источника, приемника и их антиподов, а в четырех перечисленных областях, представляющих собой окружности радиуса  $1/|\nu|$ , интеграл (3) вычислим, пользуясь представлениями функций Лежандра вблизи особых точек [11]:

$$\lim_{x \rightarrow -1} P_\nu(x) = \frac{\sin \pi\nu}{\pi} \left[ \ln \frac{1+x}{2} + \bar{\gamma} + 2\psi(\nu+1) + \pi \text{ctg} \pi\nu \right], \quad (12)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} P_\nu(x) = 1.$$

Здесь  $\bar{\gamma} = 0,57722\dots$  — постоянная Эйлера,  $\psi(z) = (d/dz)[\ln \Gamma(z)]$ .

Тогда относительное возмущение поля состоит из двух слагаемых:

$$B_0 = E_2/E_1 = B_0 + B_c, \quad (13)$$

где

$$B_0 = -\frac{\nu(\nu+1)(2\nu+1)}{8|\nu|^2 k^2 a^2} \left\{ \sin \pi\nu \left( \ln \frac{\nu+1}{2|\nu|} - \frac{1}{2} + \frac{\bar{\gamma}}{2} + \frac{\pi}{2} \text{ctg} \pi\nu \right) \times \right. \quad (14)$$

$$\left. \times [\Delta\nu(0,0) + \Delta\nu(\theta_n, \varphi_0)] + \frac{\pi}{2} \frac{C(\nu, \pi - \theta_n)}{C(\nu, \theta_n)} [\Delta\nu(\pi, 0) + \Delta\nu(\pi - \theta_n, \varphi_0 + \pi)] \right\};$$

$$B_c = -\frac{\nu(\nu+1)}{4\pi k^2 a^2} \int \sin \theta d\theta d\varphi \Delta\nu(\theta, \varphi) \Phi(\theta, \gamma); \quad (15)$$

$$\Phi(\theta, \gamma) = \frac{C(\nu, \theta)C(\nu, \gamma)}{\sqrt{\sin \theta \sin \gamma}} \left[ 1 - \frac{\partial T}{\partial \theta} T(\nu, \theta) T(\nu, \gamma) \right]; \quad (16)$$

$$C(\nu, x) = \cos[(\pi - x)(\nu + 1/2) - \pi/4]. \quad (17)$$

Интегрирование в (15) проводится по  $\theta$  и  $\varphi$ , за исключением окрестности следующих особых точек:  $(0, 0)$  — источник,  $(\theta_n, \varphi_0)$  — наблюдатель,  $(\pi, 0)$  — антипод источника,  $(\pi - \theta_n, \varphi_0 + \pi)$  — антипод наблюдателя.

Вклад особых точек в  $B_0$  зависит не столько от углового расстояния  $\theta_n$ , сколько от величины возмущений  $\Delta\nu$  в этих точках. Поэтому  $|B_0|$  зависит существенно от симметрии расположения трассы распространения относительно возмущения, например, при  $\Delta\nu(0, 0) = -\Delta\nu(\theta_n, \varphi_0)$  и  $\Delta\nu(\pi, 0) = -\Delta\nu(\pi - \theta_n, \varphi_0 + \pi)$ ,  $B_0 = 0$ . Такая ситуация возможна, когда линия терминатора пересекает дугу большого круга источник — наблюдатель посередине. Наоборот, при  $\Delta\nu(0, 0) = \Delta\nu(\theta_n, \varphi_0)$  и  $\Delta\nu(\pi, 0) = \Delta\nu(\pi - \theta_n, \varphi_0 + \pi)$  влияние окрестности особых точек на рассеяние максимально. Такая ситуация реализуется, если источник и наблюдатель одновременно находятся на дневной или ночной стороне или симметрично расположены относительно полярной неоднородности. Величина интегрального члена  $B_c$  при фиксированных условиях зависит от углового расстояния источник — приемник (эта зависимость входит в (15) через  $\gamma$ ).

В принципе, возможна ситуация «резонансного» усиления рассеяния. Действительно, если в однородном резонаторе  $\theta_n$  соответствует

узлу (минимуму) поля  $E_1$ , то в неоднородном резонаторе возмущение  $|B|$  на этом расстоянии будет максимально. Перемещение наблюдателя относительно источника на расстояние  $\sim \lambda/4$  существенным образом способно изменить величину  $E_1$ , а следовательно, и  $|B|$ .

Строго говоря, рассеянное поле  $E_2$  при фиксированной дальности  $\theta_n$  немонотонным образом зависит от частоты. Особенно ярко эта особенность проявляется в области низких частот, где затухание радиоволн невелико и наблюдаются резонансы.

Ниже нами будут рассмотрены три модели глобальных неоднородностей резонатора Земля — ионосфера;  $\theta_n = 45^\circ$ . В модели плавного терминатора

$$\Delta v = \Delta v_0 \cos \theta' = \Delta v_0 (\cos \theta_0 \cos \theta - \sin \theta \sin \theta_0 \cos \varphi). \quad (18)$$

Здесь  $\Delta v_0$  — максимальное возмущение,  $\theta_0$  — угловое расстояние от центра дневной полусферы до источника. В модели резкого терминатора

$$\Delta v = \Delta v_0 \text{sign} (\cos \theta_0 \cos \theta - \sin \theta \sin \theta_0 \cos \varphi), \quad (19)$$

в модели полярной неоднородности —

$$\Delta v = \Delta v_0 (\cos \theta_0 \cos \theta - \sin \theta \sin \theta_0 \cos \varphi)^2. \quad (20)$$

Во всех расчетах мы будем полагать  $\Delta v_0 = 1$ , что позволяет легко переходить к любым другим возмущениям путем модификации модуля и аргумента  $B$ . Как и в [9], вычисления будут проводиться на частоте  $62 \text{ Гц}$ , что позволяет для  $v$  использовать выражение  $v = 10 - 0,62 i$ .

Рассматриваются три возможные ориентации трассы распространения (дуги большого круга источник — приемник) относительно терминатора:

— «перпендикулярная трасса», когда дуга источник — приемник образует с линией терминатора прямой угол,

— «параллельная трасса», когда расстояние от источника и приемника до терминатора равны друг другу,

— «наклонная», которая может быть получена из предыдущей поворотом относительно середины трассы на  $45^\circ$ .

Положение каждой из трасс распространения задается угловым расстоянием  $t$  от середины трассы до центра дневной полусферы.

Результаты расчетов для всех использованных моделей глобальных неоднородностей показаны на рис. 2 и 3. Здесь по горизонтальной оси отложен угол  $t^\circ$ , а вдоль вертикальной оси отложены модуль и аргумент относительного возмущения поля.

Расчет показал, что для всех трех моделей глобальных неоднородностей графики модуля возмущения поля  $|B(t)|$  симметричны относительно осей  $t=0$  и  $t=90^\circ$ , поэтому по горизонтальной оси нами отложен интервал  $t \in [0, 100^\circ]$ . В модели полярной неоднородности теми же свойствами симметрии обладает и  $\arg B(t)$ , а в моделях неоднородности день — ночь на симметричный ход зависимости  $\arg B(t)$  при переходе через  $t=90^\circ$  накладывается скачок аргумента на  $\pi$ . Последнее обстоятельство неудивительно, поскольку оно следует из симметрии поставленных задач.

В модели плавного терминатора изменения  $B(t)$  носят монотонный характер, причем для всех типов трасс  $|B(t)|$  практически совпадают и близки к  $\cos t$ . Эффекты рассеяния полностью отсутствуют, если терминатор делит трассу распространения пополам.

В модели резкого терминатора характер зависимости  $B(t)$  изменяется. Для нее характерны осцилляции, связанные с интегральным членом  $B_c$ . Период осцилляций и их глубина связаны с ориентацией терминатора относительно зон Френеля (ср. с результатами [9]). Ширина ступенчатого скачка, связанного с  $B_0$ , также зависит от ориентации трассы. Так, на перпендикулярной трассе при фиксированном  $\theta_n$  источник и приемник оказываются по разные стороны терминатора

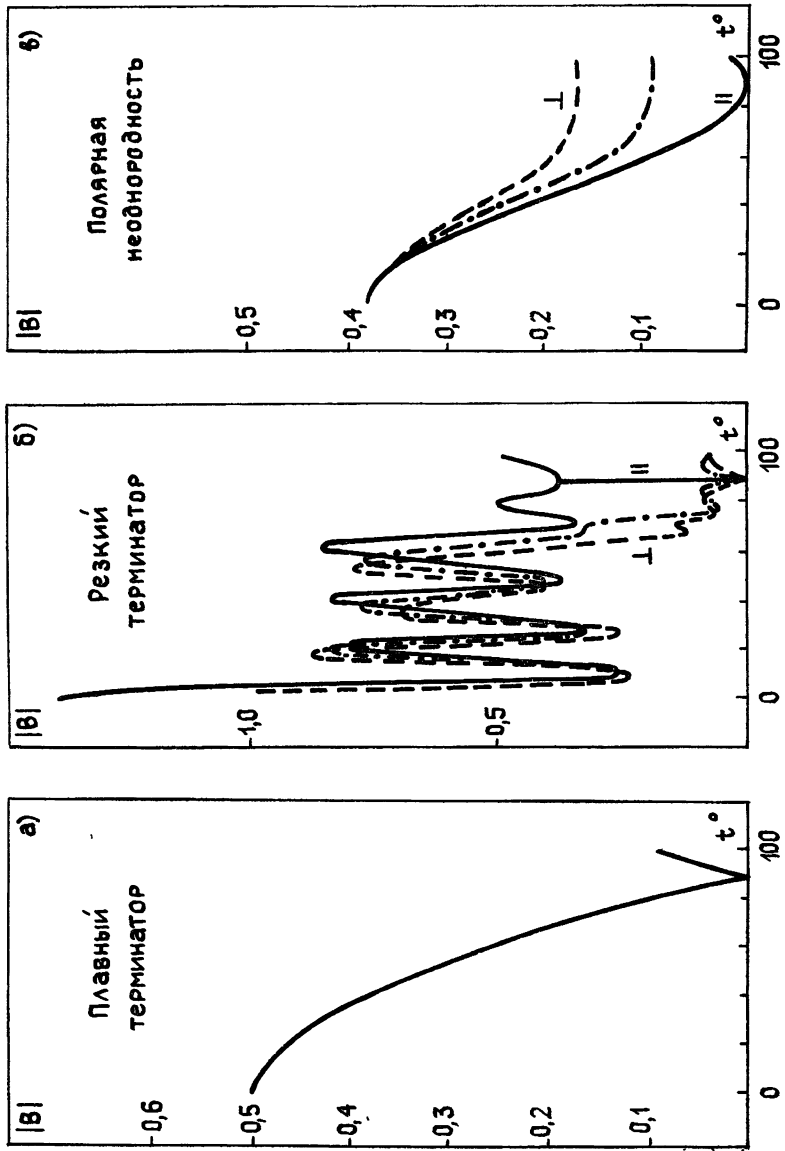


Рис. 2.

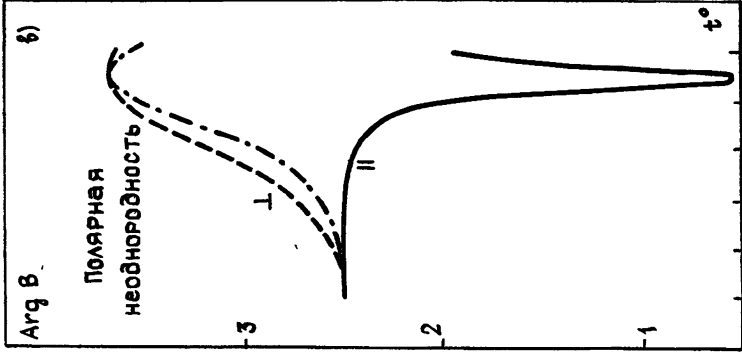
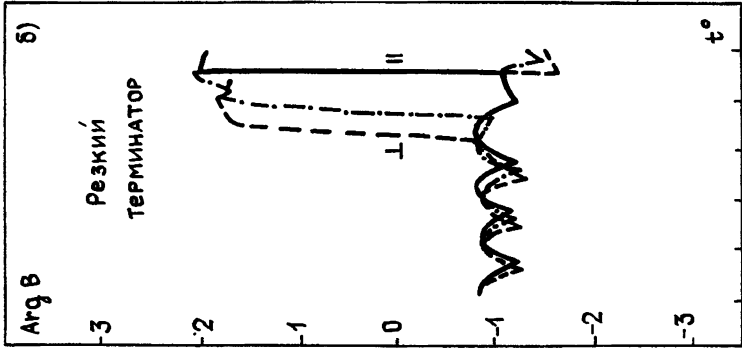
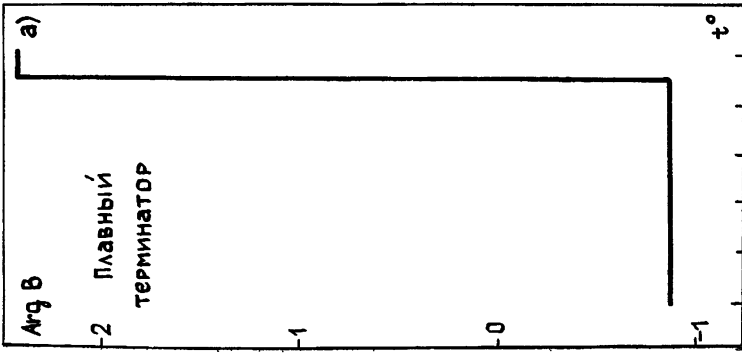


Рис. 3.

раньше, чем на других трассах (при этом  $B_0$  обращается в нуль), поэтому ширина провала становится максимальной.

Приведенные вариации отличаются от результатов работы [7], где определялся коэффициент отражения плоских волн от плоского терминатора при различных углах падения. Как видно из формул (13)—(17) и графиков, в сферическом промежутке для точечного источника появляются новые свойства симметрии решения. Например, относительное возмущение поля не изменяется по модулю, если одна из трасс находится на дневной, а вторая расположена симметричным образом на ночной стороне Земли. Отличия заключаются только в  $\arg B$ , поэтому отражения на дневной и ночной сторонах Земли по величине одинаковы, а результирующее поле в точке наблюдения будет разным из-за разной фазировки отраженных волн.

Следует отметить, что при изменении  $\theta_H$  структура зон Френеля изменится, поэтому конкретные характеристики зависимости  $B(t)$ , например период и глубина осцилляций, также изменятся. Так, при  $\theta_H = \pi$   $|B| \equiv 0$ , т. е. для источника и наблюдателя, расположенных в антиподах, в борновском приближении терминатор не оказывает влияния на СНЧ поле.

Графики рис. 2в, где показаны зависимости  $|B(t)|$  для полярной неоднородности, носят плавный характер. Величина рассеяния примерно та же, что и для плавного терминатора, но она зависит от ориентации трассы. Для параллельной трассы она близка к  $\cos^2 t$ . К сожалению, рис. 2в имеет чисто «академический интерес», так как в реальных условиях трудно представить себе ситуацию, когда трасса источник—приемник постоянной длины двигалась бы относительно полярной неоднородности как целое.

Прежде чем вычислить временные вариации принимаемого СНЧ поля, необходимо задать величину возмущения из работы [7], где на частоте 45 Гц использовалось  $\Delta v_0 = 0,313 \exp(-0,29i)$ .

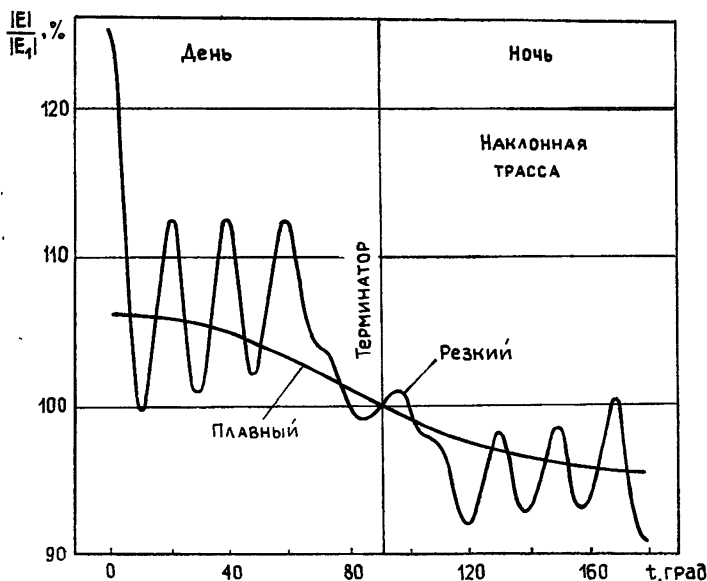


Рис. 4.

На рис. 4 показаны изменения амплитуды полного поля относительно невозмущенного значения, принимаемого на наклонной трассе в модели плавного и резкого терминатора. Из графиков видно, что эффекты рассеяния невелики. Максимальная добавка к полю регистрируется при  $t=0$  и составляет 6 и 25% для плавного и резкого терми-

натора соответственно. В модели резкого терминатора на плавный суточный ход амплитуды накладываются более быстрые периодические изменения, соответствующие передвижению терминатора на половину длины волны СНЧ колебаний. В выбранной нами модели на конкретной частоте 62 Гц и при  $\theta_n = 45^\circ$  амплитуда полного поля днем больше, чем ночью, в то время как ночное затухание СНЧ радиоволн ночью меньше, чем днем. Вблизи центра дневной полусферы отмечается узкий всплеск поля, связанный с фокусировкой в этой точке.

В рамках модели полярной неоднородности  $B(t)$  изменяется таким образом, что временные вариации результирующего поля практически отсутствуют.

Проведенное рассмотрение показывает, что поля СНЧ диапазона, в принципе, рассеиваются на глобальных неоднородностях ионосферы. Эффекты рассеяния невелики, что оправдывает использование борновского приближения теории возмущений. Из-за малости эффектов для экспериментального обнаружения рассеяния необходимо прежде всего использовать прецизионную аппаратуру. Кроме того, даже с такой аппаратурой эффекты рассеяния из-за их малости можно будет наблюдать далеко не всегда, а только в условиях их возрастания, например, когда в силу тех или иных возмущений терминатор из плавного превращается в резкий.

Автор считает своей приятной обязанностью поблагодарить М. П. Базарову за ряд полезных замечаний, послуживших улучшению настоящей работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Блиох П. В., Николаенко А. П., Филиппов Ю. Ф. — Геомагнетизм и аэрномия, 1968, 8, № 2, с. 250.
2. Блиох П. В., Бормотов В. Н., Конторович В. М. и др. Препринт ИРЭ АН УССР № 10. — Харьков, 1971.
3. Блиох П. В., Николаенко А. П., Филиппов Ю. Ф. Глобальные электромагнитные резонансы в полости Земли — ионосфера. — Киев: Наукова думка, 1977.
4. Базарова М. П., Рыбачек С. Т. В кн.: Распространение радиоволн над земной поверхностью и в ионосфере. — Л.: Гос. ун-т, 1981, с. 44.
5. Николаенко А. П., Рабинович Л. М. Препринт ИРЭ АН УССР, № 36. — Харьков, 1974.
6. Рабинович Л. М. Препринт ИРЭ АН УССР № 141. — Харьков, 1979.
7. Field E. C., Joiner R. G. — Rad. Sci., 1979, 14, № 6, p. 1057.
8. Parpert R. A. — J. Atm. Terr. Phys., 1981, 42, № 3, p. 417.
9. Николаенко А. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, 27, № 10, с. 1227.
10. Страттон Дж. А. Теория электромагнетизма. — М.: — Л.: Гостехиздат, 1948.
11. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция, функция Лежандра. — М.: Наука, 1965.
12. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Физматгиз, 1963.

Институт радиофизики и электроники  
АН УССР

Поступила в редакцию  
25 июня 1984 г.

#### THE ELF RADIOWAVE SCATTERING BY THE GLOBAL INHOMOGENEITIES OF THE EARTH — IONOSPHERE CAVITY

*A. P. Nickolaenko*

In the framework of Born approximation of perturbation theory method the solution of Stratton—Chu integral equation is obtained for the vertical electric component of ELF radiowave in the Earth—ionosphere waveguide with the day—night and polar inhomogeneities. The calculations were carried out on the frequency of 62 Hz for three models of inhomogeneities with the different positions and orientations of the propagation path. Normalized field disturbances and diurnal variations of ELF field strength in the non-uniform cavity have been obtained.