

УДК 621.385.69

## УСТАНОВЛЕНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ В ЭЛЕКТРОННЫХ СВЧ ГЕНЕРАТОРАХ С ДИФРАКЦИОННЫМ ВЫВОДОМ ИЗЛУЧЕНИЯ

Н. С. Гинзбург, Н. А. Завольский, Г. С. Нусинович, А. С. Сергеев

Получены уравнения, описывающие переходные процессы в электронных СВЧ генераторах с дифракционным выводом излучения, работающих на частотах, близких к критическим (гиротрон, оротрон и др.). Выведено граничное условие излучения для уравнения параболического типа, описывающего эволюцию огибающей высокочастотного поля. Приведены предварительные результаты исследования нестационарных процессов в гиротроне.

Генераторы с дифракционным выводом излучения находят все более широкое применение в СВЧ электронике больших мощностей в силу возможности использования в приборах этого типа пространственно-развитых электродинамических систем. Впервые такой вывод был реализован в гиротронах [1]. Перспективна реализация дифракционного вывода СВЧ мощности и в генераторах, основанных на других механизмах индуцированного излучения, например, таких, как оротроны [2, 3] и убитроны [2, 4].

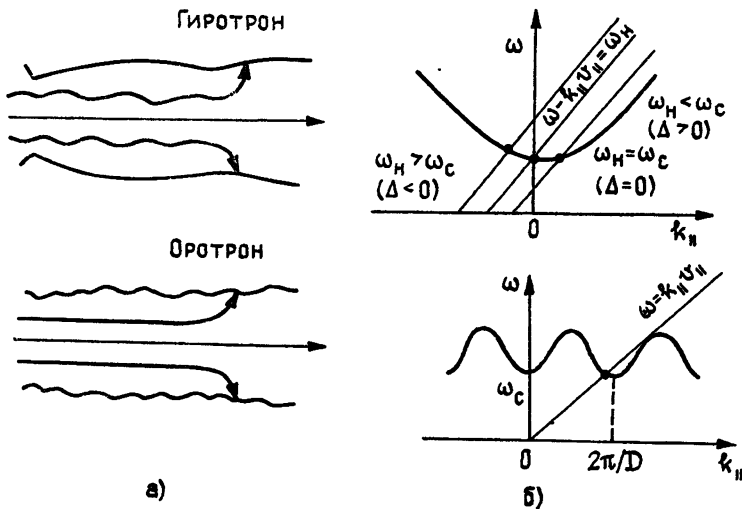


Рис. 1. а) Схематическое изображение электродинамической системы и электронного пучка в гиротроне и оротроне, б) дисперсионные кривые в этих приборах (случай  $\Delta < 0$  соответствует верхней прямой,  $\Delta = 0$  — средней,  $\Delta > 0$  — нижней прямой  $\omega - k_{\parallel} v_H = \omega_H$ ).

Электродинамическая система подобных генераторов обычно представляет собой участок слабонерегулярного волновода, возбуждаемый электронным пучком на близкой к критической частоте (рис. 1)\*. В выходном сечении такого открытого резонатора, как пра-

\* В генераторах, основанных на индуцированном черенковском излучении, — оротронах — необходимая для синхронизма с прямолинейным электронным пучком замедленная гармоника высокочастотного поля обеспечивается гофрировкой боковых стенок резонатора, см. рис. 1.

вило, отсутствуют закритические сужения, что снижает их дифракционную добротность до величины, близкой к минимальной [5, 6],

$$Q_{\text{диф}}^{\text{мин}} \simeq 4\pi (L/\lambda)^2$$

(здесь  $L$  — длина резонатора,  $\lambda$  — длина волны), и, соответственно, способствует реализации режима мощных СВЧ колебаний с высоким КПД (см., например, [6]). Продольная структура высокочастотного поля при этом из-за «открытости» выходного сечения становится нефиксированной, т. е. устанавливается самосогласованным образом под влиянием электронного пучка.

Стартовые условия в генераторах с дифракционным выводом излучения исследовались в [7, 2]. Режимы стационарной генерации на примере гиротрона анализировались в [6]. В настоящей работе развита теория нестационарных процессов в генераторах с дифракционным выводом излучения.

**Самосогласованная система уравнений.** Нестационарные процессы в электронных СВЧ генераторах с дифракционным выводом излучения могут быть описаны с помощью самосогласованной системы уравнений, состоящей из уравнений возбуждения электродинамической системы электронным пучком и уравнений движения электронов в высокочастотном поле. Для получения нестационарных уравнений возбуждения будем исходить из волнового уравнения

$$\Delta E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = - \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j}{\partial t}. \quad (1)$$

Решение (1) представим в виде разложения по модам «холодной» (незаполненной пучком) системы

$$E = \sum_s f_s(z, t) E_s(r_{\perp}),$$

где функции  $E_s(r_{\perp})$  удовлетворяют мембранному уравнению

$$\Delta_{\perp} E_s + k_{\perp s}^2 E_s = 0$$

с соответствующими граничными условиями. Учитывая ортогональность функций  $E_s$ , для  $f_s$  из (1) нетрудно получить уравнение

$$\frac{\partial^2 f_s}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f_s}{\partial t^2} - k_{\perp s}^2 f_s = - \frac{1}{c^2 N_s} \int_{S_{\perp}} \frac{\partial j}{\partial t} E_s^* ds_{\perp}, \quad (2)$$

где  $N_s = \frac{1}{4\pi} \int_{S_{\perp}} |E_s|^2 ds_{\perp}$  — норма волны. Заметим, что для волновода

с плавно меняющимся в масштабе длины волны профилем в геометрооптическом приближении [8] поперечное волновое число  $k_{\perp s}$  можно считать медленной функцией продольной координаты  $z$ .

Рассмотрим процессы вблизи частоты отсечки волновода  $\omega_c = k_{\perp} c$ . Предположим также, что в синхронизме с электронами находится только одна мода, и возбуждением остальных мод можно пренебречь. Представим поле рабочей моды в виде

$$f_s = \text{Re} [A(z, t) e^{i\bar{\omega}_c t}],$$

где  $A(z, t)$  — медленно меняющаяся амплитуда ( $|\partial A/\partial t| \ll \bar{\omega}_c |A|$ ),  $\bar{\omega}_c$  — несущая частота, в качестве которой выберем частоту отсечки в выходном сечении волновода. Подставляя это представление в (2) и проводя усреднение по быстрым осцилляциям, приходим к уравнению параболического типа

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - 2i \frac{\bar{\omega}_c}{c^2} \frac{\partial A}{\partial t} + \delta(z) A = - \frac{i \bar{\omega}_c}{c^2 N_s} \int_{S_{\perp}} j_{\omega} E_s^* ds_{\perp}, \quad (3)$$

где  $\delta(z) = 2 \frac{\bar{\omega}_c}{c^2} [\bar{\omega}_c - \omega_c(z)]$  — функция, характеризующая плавное изменение профиля резонатора,  $j_{\omega} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} j e^{-i\bar{\omega}_c t} d(\bar{\omega}_c t)$  — гармоника плотности тока на несущей частоте.

Уравнение (3) должно быть дополнено начальными и граничными условиями. Начальное условие имеет вид

$$A|_{t=0} = A_0(z).$$

Граничное условие во входном сечении в типичном случае, когда пространство взаимодействия ограничено с катодного конца закритическим сужением (рис. 1), может быть представлено в виде

$$A|_{z=0} = 0.$$

Несколько более сложным является определение граничного условия в выходном сечении  $z = z_k$ , где прекращается взаимодействие электронов с высокочастотным полем. Рассмотрим случай, когда электродинамическая система при  $z \gg z_k$  не имеет неоднородностей, приводящих к отражению волны. Тогда для фурье-гармоники высокочастотного поля

$$A_{\Omega} = \int_0^{\infty} A(z, t) e^{i\Omega t} dt$$

в качестве граничного условия можно использовать условие излучения

$$\left. \frac{dA_{\Omega}}{dz} \right|_{z=z_k} = -ik_{\parallel} A_{\Omega}, \quad (4)$$

известное в теории стационарной генерации подобных систем [6] и означающее, что справа от сечения  $z = z_k$  поле представляет собой совокуп-

ность уходящих в бесконечность волн. В (4)  $k_{\parallel} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\bar{\omega}_c^2}{c^2}} \equiv \equiv \frac{1}{c} \sqrt{(\bar{\omega}_c + \Omega)^2 - \bar{\omega}_c^2} \simeq \frac{\sqrt{2\bar{\omega}_c \Omega}}{c}$  — продольное волновое число, причем  $\Omega$

может быть как положительной, так и отрицательной величиной — последний случай соответствует учету затухающих волн:  $k_{\parallel} = -i|k_{\parallel}|$ .

С помощью обратного преобразования Фурье от условия (4) можно перейти к граничному условию непосредственно для амплитуды высокочастотного поля  $A$ . Домножая (4) на  $e^{i\Omega t}$ , интегрируя по  $\Omega$  от

$-\infty$  до  $\infty$  и учитывая, что  $A = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_{\Omega} e^{i\Omega t} d\Omega$ , имеем

$$A(z_k, t) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \chi(\Omega) e^{i\Omega t} \left\{ \int_0^{\infty} \left. \frac{\partial A}{\partial z} \right|_{z=z_k} e^{-i\Omega t'} dt' \right\} d\Omega = 0.$$

Здесь  $\chi(\Omega) = \frac{1}{ik_{\parallel}} = \frac{c}{i\sqrt{2\bar{\omega}_c \Omega}}$  для  $k_{\parallel}^2 > 0$  и  $\chi(\Omega) = \frac{c}{\sqrt{2\bar{\omega}_c |\Omega|}}$  для  $k_{\parallel}^2 < 0$ . Изменяя порядок интегрирования и вычисляя

$$\int_{-\infty}^{\infty} \chi(\Omega) e^{i\Omega(t-t')} d\Omega = c \sqrt{\frac{\pi}{\bar{\omega}_c |t-t'|}} (1-i) [1 + \text{sign}(t-t')],$$

$$[1 + \text{sign}(t-t')]$$

приходим к безотражательному граничному условию излучения для  $A(z_k, t)$ :

$$A(z_k, t) + \frac{c}{\sqrt{\pi i}} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{\bar{\omega}_c(t-t')}} \frac{\partial A(z, t')}{\partial z} \Big|_{z=z_k} dt' = 0. \quad (4a)$$

Условие синхронизма электронов с электромагнитным полем в генераторах, работающих на квазикритических частотах, может быть представлено в виде (см. рис. 16)

$$\omega \simeq \omega_c \simeq \Omega_{\text{осц}},$$

где для приборов с криволинейными пучками  $\Omega_{\text{осц}}$  — частота осцилляций электронов (в гиротроне  $\Omega_{\text{осц}} = eH_0/mc\gamma$  — гирочастота, в убитроне  $\Omega_{\text{осц}} = (2\pi/d)v_{\parallel}$  — баунс-частота; здесь  $H_0$  — напряженность однородного магнитного поля,  $\gamma$  — релятивистский масс-фактор,  $d$  — период ондулятора,  $v_{\parallel}$  — поступательная скорость электронов), для оротрона частота  $\Omega_{\text{осц}} = (2\pi/D)v_{\parallel}$  может быть интерпретирована как частота осцилляций диполя, образованного электроном и его отражением в металлической поверхности, гофрированной с периодом  $D$ .

Уравнения движения частиц в различных приборах в условиях, когда реализуется высокий электронный КПД, имеют различный вид (для гиротронов такие уравнения приведены в следующем разделе статьи). Однако в режимах с преобладающей инерционной группировкой электронов, когда относительное изменение энергии частиц под действием высокочастотного поля мало, а обусловленная этим изменением фазовая группировка частиц велика, во всех перечисленных выше типах приборов движение электронов может быть описано универсальным асимптотическим уравнением — уравнением физического маятника [9]

$$\frac{d^2\vartheta}{dz^2} = \left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_{\parallel 0}} \frac{\partial}{\partial t} \right)^2 \vartheta = \frac{\bar{\omega}_c^2}{c^2} \text{Re}(\mu\alpha e^{i\vartheta}) \quad (5)$$

с граничными условиями  $\vartheta|_{z=0} = \vartheta_0 \in [0; 2\pi)$ ,  $\left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_{\parallel 0}} \frac{\partial}{\partial t} \right) \vartheta \Big|_{z=0} = \Delta$ .

Здесь  $\vartheta = \bar{\omega}_c t - \int_0^t \Omega_{\text{осц}} dt'$  — фаза электрона относительно высокочастотного поля,  $\alpha = eA/mc\bar{\omega}_c\gamma_0$  — безразмерная амплитуда волны,  $\Delta = (\bar{\omega}_c - \Omega_{\text{осц}}^0)/v_{\parallel 0}$  — начальная расстройка синхронизма (индекс 0 характеризует начальные значения величин),  $\kappa$  — параметр связи электронов с волной,  $\mu$  — параметр инерционной группировки (значения параметров  $\kappa$  и  $\mu$  для приборов, основанных на различных механизмах индуцированного излучения электронов, приведены в [9]).

Уравнение возбуждения (3), переходя при вычислении фурье-гармоники тока к интегрированию по моментам влета электронов в систему и учитывая закон сохранения заряда ( $j_z dt = j_{z0} dt_0$ ), можно привести к виду

$$\frac{\partial^2 \alpha}{dz^2} - 2i \frac{\bar{\omega}_c}{c^2} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \delta(z) \alpha = \frac{eI_0}{mc^3} \frac{\kappa}{N_s \gamma_0} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\vartheta} d\vartheta_0, \quad (6)$$

где  $I_0$  — полный ток пучка.

Таким образом, уравнения (5), (6) образуют самосогласованную систему уравнений\*. С помощью замены переменных  $\hat{\alpha} = \frac{\kappa\mu}{\varepsilon} \alpha$ ,  $\hat{z} = \frac{\bar{\omega}_c}{c} \sqrt{\varepsilon} z$ ,  $\hat{t} = \varepsilon \bar{\omega}_c t$  (здесь величина  $\varepsilon = (eI_0 \kappa^2 \mu / mc^3 \bar{\omega}_c^2 N_s \gamma_0)^{1/2}$ , очевидно,

\* Аналогичная система уравнений для ЛБВ, работающей вблизи границы полосы пропускания, была получена в [10].

играет роль параметра Пирса) число независимых параметров в такой системе в случае регулярного волновода постоянного сечения ( $\delta=0$ ) может быть сокращено до трех:

$$\hat{z}_k = \frac{\omega_c}{c} \sqrt{\epsilon} z_k, \quad \hat{\Delta} = \frac{c}{\omega_c} \frac{\Delta}{\sqrt{\epsilon}}, \quad \nu = \frac{c}{v_{10}} \sqrt{\epsilon}.$$

Следует отметить, что в уравнениях (5), (6) фигурируют два характерных времени: время дифракционного «высвечивания» поля из резонатора  $T_{\text{диф}} \sim \frac{Q_{\text{диф}}}{\omega} \sim \frac{4\pi}{\omega} (L/\lambda)^2$  и время пролета электронов через резонатор  $T_{\text{пр}} = \frac{L}{v_{10}}$ . Отношение этих времен равно  $T_{\text{диф}}/T_{\text{пр}} \sim$

$\sim 2\beta_{\parallel} \frac{L}{\lambda} \sim \beta_{\parallel}^2 N$ , где  $\beta_{\parallel} = \frac{v_{10}}{c}$ ,  $N = \frac{\Omega_{\text{осц}}}{2\pi} T_{\text{пр}} = \frac{L}{\lambda\beta_{\parallel}} \gg 1$  — число осцилляций электронов в пространстве взаимодействия. Когда длина резонатора достаточно велика  $L \gg \lambda/2\beta_{\parallel}$  ( $N \gg \beta_{\parallel}^2$ ), время дифракционного высвечивания значительно превышает время пролета электронов, что позволяет считать в уравнениях движения частиц высокочастотное поле квазистационарным и полагать  $\frac{d}{dz} = \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_{10}} \frac{\partial}{\partial t} \approx \frac{\partial}{\partial z}$ , что в переменных  $\hat{z}, \hat{t}$  при  $z_k \sim 1$  соответствует  $\nu \rightarrow 0$ . Данные соображения, очевидно, справедливы и по отношению к уравнениям движения электронов, описывающим режимы с высоким КПД.

**Переходные процессы в гиротроне с нефиксированной продольной структурой поля.** В связи с тем, что из широкого класса генераторов с дифракционным выводом излучения в настоящее время гиротроны получили наибольшее распространение, мы ниже ограничимся исследованием переходных процессов именно в этих приборах. Для того, чтобы иметь возможность исследовать гиротрон при произвольной амплитуде поля резонатора, воспользуемся уравнением движения, справедливым при произвольном изменении энергии вращательного движения частиц под действием высокочастотного поля (см., например, [6]):

$$\frac{dp}{d\zeta} + ip(\Delta + |p|^2 - 1) = if. \quad (7)$$

Здесь декартовы компоненты поперечного импульса частиц  $p_x, p_y$  представлены в виде комбинации  $p_x + ip_y = p_{\perp} e^{i\theta}$  и введена величина  $p = \frac{p_{\perp}}{p_{10}} e^{i(\theta - \bar{\omega}_c t)}$ ,  $\Delta = \frac{2}{\beta_{10}^2} \frac{\omega_c - \omega_{H0}}{\bar{\omega}_c}$  — безразмерная расстройка между критической частотой волновода  $\omega_c$  и циклотронной частотой электронов на входе в систему  $\omega_{H0}$ ,  $\zeta = \pi \frac{\beta_{10}^2}{\beta_{\parallel}} \frac{z}{\lambda}$  — безразмерная продольная координата,  $f = \frac{eA}{mc\gamma_0} J_{m\pm 1} \left( 2\pi \frac{R_0}{\lambda} \right)$  — приведенная амплитуда поля волны, имеющей в поперечном сечении структуру моды  $TE_{m,p}$ ,  $R_0$  — радиальная координата центров циклотронного вращения электронов. Граничное условие для электронов на входе в пространство взаимодействия имеет вид  $p(\zeta=0) = e^{i\theta_0}$ , где  $\theta_0 = \theta_0 - \bar{\omega}_c t_0 \in [0; 2\pi)$ .

В переменных теории гиротрона уравнение возбуждения (6) имеет вид

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \zeta^2} - i \frac{\partial f}{\partial \tau} + \delta f = \frac{I_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} p d\theta_0, \quad (8)$$

где  $\tau = (\beta_{\perp 0}^4 / 8 \beta_{\parallel}^2) \bar{\omega}_c t$ , параметр тока  $I_0$  равен (ср. [6])

$$I_0 = 16 \frac{e |I|}{mc^3} \frac{\beta_{\parallel}}{\gamma_0 \beta_{\perp 0}^6} \frac{J_{m \pm 1}^2 (2\pi R_0 / \lambda)}{(v^2 - m^2) J_m^2(v)}$$

(здесь  $v = (\omega_c / c) R$  —  $p$ -й корень уравнения  $J_m'(v) = 0$  для моды  $TE_{m,p}$  в резонаторе радиуса  $R$ ). Поперечный КПД, определяющий долю вращательной энергии частиц, отданную высокочастотному полю, определяется выражением

$$\eta_{\perp} = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |p(\zeta_k)|^2 d\vartheta_0. \quad (9)$$

С помощью самосогласованной системы уравнений (7), (8) нетрудно получить закон сохранения мощности в системе «электронный пучок + высокочастотное поле», который, учитывая выражение для КПД (9), можно записать в виде

$$I_0 \eta_{\perp} = (dW/d\tau) + P_{\text{изл}}, \quad (10)$$

где  $W = \int_0^{\zeta_k} |f|^2 d\zeta$  — энергия высокочастотного поля, запасенная в пространстве взаимодействия,  $P_{\text{изл}} = 2\text{Im} (f \partial f^* / \partial \zeta)_{\zeta=\zeta_k}$  — поток мощности электромагнитного излучения через выходное сечение. Заметим, что для режима стационарной генерации аналогичное соотношение получено в [6] и отличается от (10) отсутствием первого слагаемого в правой части ( $d/d\tau = 0$ ). В этом режиме амплитуду поля можно представить в виде  $f = \bar{f}(\zeta) e^{i\Omega t}$ , что сводит уравнение (8) к полученному в [6]

$$\frac{d^2 f}{d\zeta^2} + \gamma^2 f = \frac{I_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} p d\vartheta_0$$

( $\gamma = \frac{2}{\beta_{\perp 0}^2} \frac{k_{\parallel} v_{\parallel}}{\omega_c}$  — безразмерное продольное волновое число) с граничными условиями  $f(\zeta=0) = 0$ ,  $(df/d\zeta)|_{\zeta=\zeta_k} = -i\gamma f(\zeta_k)$ .

Численное исследование системы уравнений (7), (8) с граничным условием типа (4а)\* было проведено при заданной начальной структуре поля резонатора  $f_0(z) = (0,01 \div 0,1) \sin \pi(z/z_k)$ . Число макрочастиц, соответствующих распределению электронов по фазам влета  $\vartheta_0$ , варьировалось от 16 до 64 для того, чтобы обеспечить требуемую точность вычислений. Шаг интегрирования по  $\zeta$  равнялся 0,1, по  $\tau$  — варьировался от 0,1 до 0,25.

На рис. 2 показана эволюция высокочастотного поля в «пустом» резонаторе — в отсутствие электронного пучка ( $I_0 = 0$ ). Приведенная длина пространства взаимодействия  $\zeta_k = 15$ . При этом значении  $\zeta_k$  характерному времени «высвечивания» поля из резонатора  $T_{\text{диф}} \sim Q_{\text{диф}} / \omega$  соответствует величина  $\tau_{\text{диф}} \simeq 36$ .

Рис. 3, 4 относятся к гиротрону, работающему в области больших отрицательных расстройек ( $\Delta = -0,6$ ). В данном режиме электроны находятся в условиях циклотронного резонанса со встречной волной (см. рис. 1а), которой, в основном, и передают свою энергию. Эта волна, отражаясь от закритического входного сужения, трансформируется в попутную волну. В результате интерференции двух бегущих

\* Преобразование (8), (4а) к виду, удобному для численного исследования, описано в Приложении.

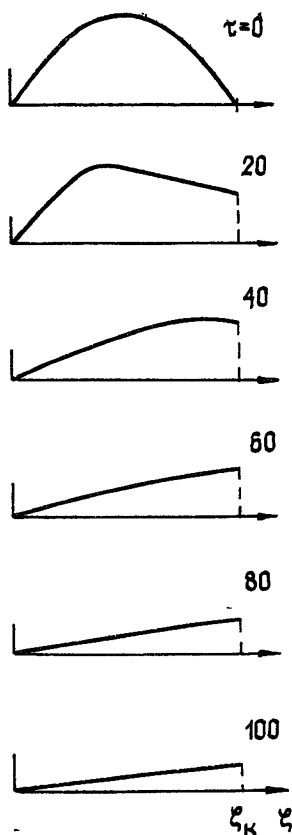


Рис. 2.

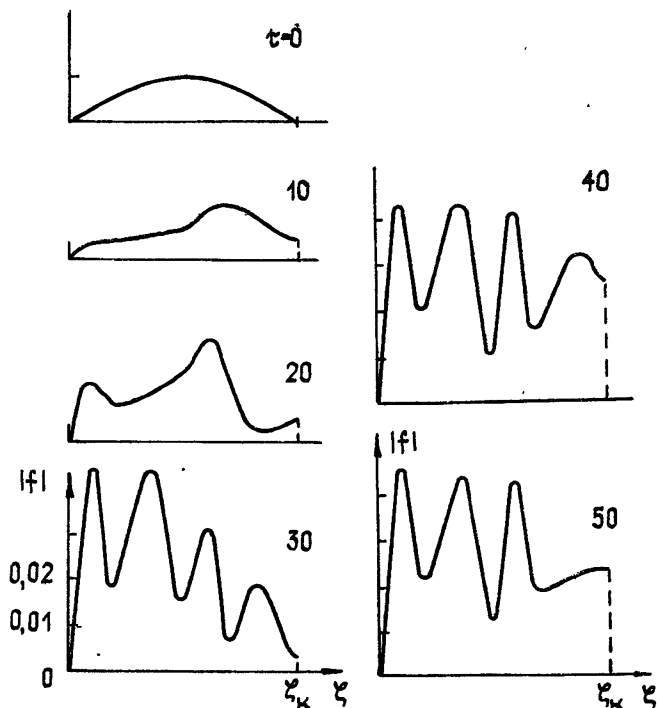


Рис. 3.

Рис. 3. Эволюция продольной структуры поля гиротрона в условиях циклотронного резонанса электронов со встречной волной ( $\zeta_k=15$ ,  $I_0=0,01$ ,  $\Delta=-0,6$ ).

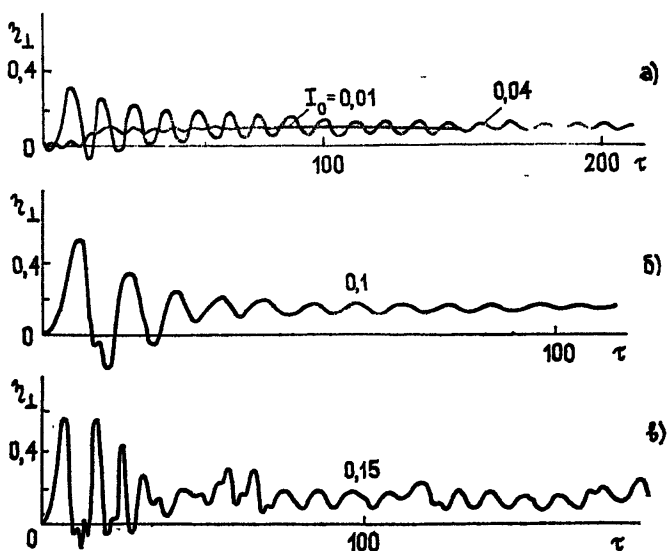


Рис. 4. Зависимость КПД гиротрона со встречной волной ( $\Delta=-0,6$ ) от времени при различных значениях тока пучка (а)  $I_0=0,01$  и  $0,04$ , б)  $I_0=0,1$ , в)  $I_0=0,15$ ).

Волн продольная структура высокочастотного поля имеет вид стоячей волны с несколькими максимумами (см. рис. 3). При малой величине тока в генераторе устанавливаются стационарные автоколебания с невысоким КПД (рис. 4а, б), причем по мере увеличения тока (от  $I_0=0,01$  до  $0,1$ ) длительность переходного процесса наряду с числом и амплитудой осцилляций КПД возрастает. Наконец, при достаточно большом токе (см. рис. 4в, где параметр тока  $I_0=0,15$ ) в генераторе возникают стохастические колебания (ср. [11]).

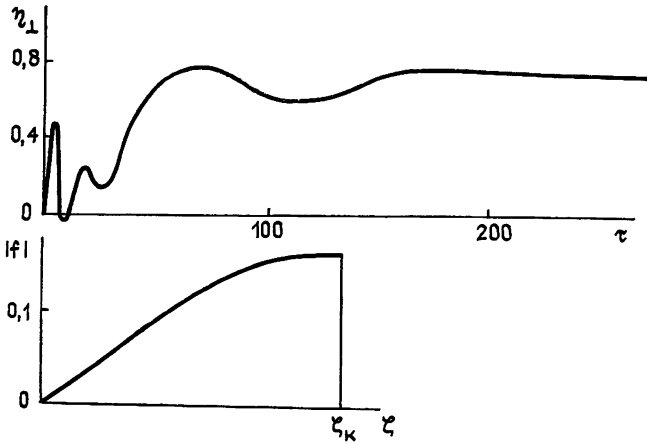


Рис. 5. Гиротрон с попутной волной в режиме высокого КПД: а) зависимость КПД от времени, б) установившаяся продольная структура модуля высокочастотного поля  $\Delta=0,6$ ,  $\xi_k=15$ ,  $I_0=0,008$ .

В условиях синхронизма электронов с попутной волной, как видно из рис. 5, где приведены результаты счета при близких к оптимальным по КПД (ср. [6]) значениям параметров  $\Delta=0,6$ ,  $\xi_k=15$ ,  $I_0=0,008$ , устанавливается режим стационарной генерации с благоприятной для получения высокого КПД продольной структурой высокочастотного поля с единственным максимумом вблизи выходного сечения. Исследования показали, что режим стационарной генерации остается устойчивым и при токах, превышающих оптимальное по КПД значение.

Авторы благодарны М. И. Петелину и А. Д. Юнаковскому за интерес к работе и полезные замечания.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

Для проведения вычислений удобно перейти к интегральному представлению решения уравнения возбуждения (8) через функцию Грина, используя преобразование Лапласа:

$$\tilde{f}(\zeta, s) = \int_0^{\infty} f(\zeta, \tau) e^{-s\tau} d\tau, \quad J(\zeta, s) = \int_0^{\infty} B(\zeta, \tau) e^{-s\tau} d\tau,$$

где  $B = \frac{I_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} p d\theta_0$ . В образах Лапласа уравнение (8) при  $\delta=0$  имеет вид

$$\frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial \zeta^2} - is\tilde{f} = J - if_0, \quad (\text{П.1})$$

где  $f_0$  определяется начальным условием  $f|_{\tau=0} = f_0(\xi)$ . Граничные условия к уравнению (П.1) в соответствии с граничными условиями к уравнению (8) имеют вид

$$\xi=0: \tilde{f}=0; \quad \xi=\xi_k: \tilde{f} + \frac{1}{\sqrt{is}} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \xi} = 0.$$



Решением уравнения (П.1) является функция

$$\tilde{f} = \frac{1}{2\sqrt{is}} \int_0^{\zeta^k} [J(x, s) - if_0(x)] \{e^{-\sqrt{is}(x+\zeta)} + e^{-\sqrt{is}|x-\zeta|}\} dx.$$

Отсюда, выполняя обратное преобразование Лапласа  $f(\zeta, \tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{r_0-i\infty}^{r_0+i\infty} \tilde{f}(\zeta, s) e^{s\tau} ds$ , нетрудно получить

$$f(\zeta, \tau) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{i}{\pi}} \int_0^{\zeta^k} f_0(x) G(x, \zeta, \tau) dx - \frac{1}{2\sqrt{\pi i}} \int_0^{\zeta^k} \left\{ \int_0^{\tau} B(x, \tau - \tau') G(x, \zeta, \tau') d\tau' \right\} dx,$$

где функция Грина для полубесконечного волновода определяется выражением

$$G(x, \zeta, \tau) = \frac{1}{\sqrt{\tau}} \left[ \exp \left\{ -i \frac{(x - \zeta)^2}{4\tau} \right\} - \exp \left\{ -i \frac{(x + \zeta)^2}{4\tau} \right\} \right],$$

в котором первое слагаемое описывает действие источника, а второе соответствует отражению источника от входного критического сужения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Сб. Гиротрон. — Горький: ИПФ АН СССР, 1981.
2. Ковалев Н. Ф., Петелин М. И. — В сб.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький. ИПФ АН СССР, 1981, с. 62.
3. Зайцев Н. И., Ковалев Н. Ф., Кольчугин Б. Д. — Письма в ЖТФ, 1982, 8, № 15, с. 911.
4. Ельчанинов А. С., Коровин С. Д., Месяц Г. А., Ростов В. В. — Письма в ЖТФ, 1984, 10, № 18, с. 1113.
5. Власов С. Н., Жислин Г. М., Орлова И. М., Петелин М. И., Рогачева Г. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1969, 12, № 8, с. 1236.
6. Братман В. Л., Моисеев М. А., Петелин М. И., Эрм Р. Э. — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, 16, № 4, с. 622.
7. Братман В. Л. — Изв. вузов — Радиофизика, 1974, 17, № 10, с. 1544.
8. Каценеленбаум Б. Э. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. — М.: АН СССР, 1961.
9. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Ковалев Н. Ф., Нусинович Г. С., Петелин М. И. — В сб.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький; ИПФ АН СССР, 1979, с. 249.
10. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П. Тезисы докладов X Всесоюзной конференции «Электроника СВЧ». — Минск: 1983, с. 288.
11. Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П., Федосеева Т. Н. — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 7, с. 1037.

Институт прикладной физики  
АН СССР

Поступила в редакцию  
4 сентября 1984 г.

#### ONSET OF AUTOOSCILLATIONS IN ELECTRON MICROWAVE GENERATORS WITH DIFFRACTION RADIATION OUTPUT

*N. S. Ginzburg, N. A. Zavolskij, G. S. Nusinovich, A. S. Sergeev*

Equations for transition processes in electron microwave generators with a diffraction output, that operate near the cut-off frequency (gyrotrons, orotrons), are obtained. The boundary condition is derived for a parabolic type equation that describes the evolution of the RF field envelope. Preliminary results of the study of nonstationary processes in the gyrotron are given.