

где  $J_1(x)$  — функция Бесселя первого порядка,  $a, b, c$  и  $d$  — постоянные, причем

$$a^2 = \frac{v}{u(u+1)}, \quad d = \frac{1}{u+1} - \frac{b^2}{v}, \quad v = \frac{gL}{v^{*2}}, \quad c = -\frac{a^2 u r_0}{b^2 J_1(br_0)}. \quad (5)$$

При  $r > r_0$  возмущение концентрации экспоненциально спадает. Входящий в (4) параметр  $b$  определяется из дисперсионного уравнения

$$\frac{k_2(ar_0)}{k_1(ar_0)} = -\frac{a}{b} \frac{J_2(br_0)}{J_1(br_0)}. \quad (6)$$

Здесь  $J_2(x)$  — функция Бесселя второго порядка,  $k_1(x)$ ,  $k_2(x)$  — функции Макдональда первого и второго рода соответственно. Для фиксированных значений  $a$  и  $r_0$  уравнение (6) имеет бесконечное множество корней  $b$ . Наименьший из них при  $ar_0 > 1$  является вторым корнем уравнения  $J_2(br_0) = 0$ , т. е.  $br_0 = 5$ .

Для характерных значений параметров ионосферы  $v_{Ti} \sim 10^5 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $\Omega_H \approx 2 \cdot 10^2 \text{ с}^{-1}$  и  $L \sim 10^5 \text{ см}$  [4] имеем  $v^* \sim 5 \cdot 10^2 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $v \sim 4 \cdot 10^3 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $\lambda^* \sim 5 \cdot 10^3 \text{ см}$ . Согласно (4) — (6) амплитуда возмущения зависит от размера вихря  $r_0$  и его скорости  $u$ . Естественно положить  $w \sim v^*$ . Максимальный размер вихря не превышает характерный масштаб изменения концентрации плазмы  $L$ , т. е.  $r_0 \sim 1$ . Интенсивные вариации концентрации плазмы вблизи стенок пузьря приводят к быстрому изменению с высотой величины  $L$ , ограничивая таким образом область локализации вихря. Из (4) следует, что амплитуда возмущений концентрации распределена внутри вихря случайным образом.

Таким образом, изложенная выше теория объясняет появление интенсивных неоднородностей концентрации плазмы с масштабами от нескольких сотен метров до нескольких километров. К сожалению, имеющиеся экспериментальные данные не позволяют определить, являются ли наблюдаемые неоднородности периодическими по  $y$  и уединенными по  $x$ , как предположено в [6, 7], или уединенными по обеим координатам в поперечной к магнитному полю плоскости. Отметим также, что, хотя каждый вихрь в отдельности является когерентной структурой, набор большого числа вихрей приводит к турбулизации среды.

Выражаю благодарность В. И. Петвиашвили за обсуждение работы и полезные замечания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гершман Б. Н., Казимиrowский Э. С., Кокоуров В. Д., Чернобровкина Н. А. Явление  $F$ -рассеяния в ионосфере. — М.: Наука, 1984. — 142 с.
2. Benson R. F., Brinton H. C. — J. Geophys. Res., 1983, 88, p. 6243.
3. Mildew D. B. — J. Geophys. Res., 1980, 85, p. 2115.
4. Pongratz M. B., Jeffries R. A. — Eos Trans. AGU, 1977, 58, p. 310.
5. Павленко В. П., Петвиашвили В. И. — Физика плазмы, 1983, 9, с. 1034.
6. Chaturvedi P. K., Kaw P. K. — Geophys. Res. Lett., 1975, 2, p. 381.
7. Hudson M. K. — J. Geophys. Res., 1978, 83, p. 3189.

Межведомственный геофизический комитет  
АИ СССР

Поступила в редакцию  
26 ноября 1985 г.

УДК 621.391

## К ТЕОРИИ КВАНТОВОГО СЧЕТЧИКА КАК ИЗМЕРИТЕЛЯ ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ

A. C. Mazmashvili

Для ряда приложений представляет интерес задача о распределении временных интервалов достижения заданного уровня процессом на выходе оптического детектора [1]. В настоящей работе рассмотрена задача о статистической структуре времени пребывания между двумя заданными уровнями. Случайный характер времени пребывания внутри амплитуд дискриминации  $N$  и  $M$  обусловлен пуассоновской статистической фотоотсчетов, если поглощаемое фотодетектором поле излучения находится в когерентном состоянии [2, 3]. Плотность распределения вероятностей  $P_{NM}(\tau)$  времени пребывания  $\tau$  можно записать [1] в виде

$$P_{NM}(\tau) = \int_0^\infty dt \frac{d}{dt} \sum_{n=0}^N p_n(0; t) \frac{d}{d\tau} \sum_{m=0}^{M-N} p_m(t; t+\tau), \quad (1)$$

где  $t$  — момент достижения нижнего  $N$ -уровня;  $t+\tau$  — момент достижения верхнего  $M$ -уровня. Вероятность  $n$  отсчетов

$$p_n(t_1; t_2) = \frac{1}{n!} \Omega^n(t_1; t_2) e^{-\Omega(t_1; t_2)} \quad (2)$$

выражается в терминах процесса, формируемого на выходе фотодетектора,

$$\Omega(t_1; t_2) = \int_{t_1}^{t_2} d\theta |z(\theta)|^2, \quad (3)$$

регистрирующего поле излучения с комплексной амплитудой  $z(\theta)$  [3, 4]. Флуктуации комплексной амплитуды  $z(\theta)$  приводят поле излучения в частично когерентное состояние [2], поэтому для нахождения безусловной вероятности  $P_{NM}(\tau)$  необходимо в (1) усреднить подынтегральное выражение по всем реализациям случайного процесса  $z(\theta)$  в интервале  $0 < \theta < t + \tau$ :

$$P_{NM}(\tau) = \int_0^\infty dt \langle |z(t)|^2 p_N(0; t) |z(t+\tau)|^2 p_{M-N}(t; t+\tau) \rangle. \quad (4)$$

В настоящей работе будут определены характеристики вероятности  $P_{NM}(\tau)$  для случая, когда поле состоит из когерентного амплитудно-стабилизированного монохроматического излучения, на которое аддитивно наложена помеха — нормальный марковский процесс [5] с лоренцевым спектральным контуром линий, центральная частота которого совпадает с частотой когерентного излучения.

Для нахождения  $P_{NM}(\tau)$  запишем выражение (4) в форме интегралов Коши:

$$P_{NM}(\tau) = \int_0^\infty dt \oint \frac{du_1}{2\pi i} \frac{(-1)^N}{(u_1 - 1)^{N+1}} \oint \frac{du_2}{2\pi i} \frac{(-1)^L}{(u_2 - 1)^{L+1}} \int d^2 z_0 w(z_0) \times \\ \times \int d^2 z_1 |z_1|^2 \Psi(u_1; z_1, t; z_0, 0) \int d^2 z_2 |z_2|^2 \Psi(u_2; z_2, t+\tau; z_1, t), \quad (5)$$

где  $L=M-N$  — расстояние между уровнями дискриминации; контур интегрирования в  $u_1$ - и  $u_2$ -плоскостях должен охватывать полюс в единице;  $w(z_0)$  — плотность распределения комплексной амплитуды  $z(\theta)$  в исходный момент  $\theta=0$ . Введенная  $\Psi$ -функция является математическим ожиданием

$$\Psi(u; z', t'; z'', t'') = \left\langle \exp \left\{ -u \int_{t''}^{t'} d\theta \cdot |z(\theta)|^2 \right\} \right\rangle \quad (6)$$

при условии, что  $z' = z(t')$  и  $z'' = z(t'')$  на границах временного интервала в (6). В [6] показано, что для полей рассматриваемого типа  $\Psi$  зависит от разности  $t' - t''$ . Поэтому после интегрирования по  $u_1$  и  $z_1$  получим

$$P_L(\tau) = \oint \frac{du}{2\pi i} \frac{(-1)^L}{(u - 1)^{L+1}} \left\langle |z(\tau)|^2 e^{-u \Omega(0; \tau)} \right\rangle. \quad (7)$$

Из (4) и (7) следует, что задача о времени пребывания между двумя уровнями может быть сведена к задаче о времени достижения процессом  $\Omega(0; \tau)$  вида (3) заданного уровня  $L$ , отсчитываемого от нулевого. Пользуясь далее [6], найдем окончательно для искомой вероятности

$$P_L(\tau) = \frac{d}{d\tau} \sum_{l=0}^L \frac{(-1)^l}{l!} \frac{d^l}{d\lambda^l} \frac{4r\sqrt{g}e^{v\tau}}{r_1^2 - r_2^2 g^2} \exp(-\lambda \sigma_\beta \tau) \times \\ \times \exp \left\{ \frac{\lambda^2 \sigma_\alpha \sigma_\beta v \tau - 3}{r_1^2 - r_2^2 g^2} [4v^2 g - r_1(2v - rr_1\tau) + r_2 g^2(2v - rr_2\tau)] \right\} \Big|_{\lambda=1}, \quad (8)$$

где  $\sigma_\alpha$  и  $\sigma_\beta$  — интенсивности шумовой и когерентной компоненты излучения соответственно;  $r = (v^2 + 2\lambda v \sigma_\alpha)^{1/2}$ ;  $r_1 = r + v$ ;  $r_2 = r - v$ ;  $g = \exp(-r\tau)$ ;  $v$  — ширина спектрального контура шума.

Из (8) следует, что вклад помехи приводит к уширению распределения вероятностей  $P_L(\tau)$  (при неизменной полной интенсивности  $\sigma = \sigma_\alpha + \sigma_\beta$ ). Уменьшение ширины линии  $v$  также влечет за собой затягивание распределения  $P_L(\tau)$  — относительное увеличение вероятности достичь заданного уровня  $L$  за большее время (см. рис. 1)  $\tau$ . Вместе с тем уменьшение  $v$  приводит к увеличению как среднего времени достижения  $\langle \tau \rangle$  (см. рис. 2), так и дисперсии ( $\langle \tau^2 \rangle - \langle \tau \rangle^2$ )<sup>1/2</sup> (см. рис. 3). Приведенные зависимости получены численным интегрированием на основе (8). Если помеха широкополосна, то с увеличением  $v$  эти величины асимптотически стремятся к значениям, отвечающим регистрации когерентного амплитудно-стабилизированного сигнала;

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \langle \tau \rangle = \frac{L+1}{\sigma}, \quad \lim_{v \rightarrow \infty} (\langle \tau^2 \rangle - \langle \tau \rangle^2)^{1/2} = \frac{(L+1)^{1/2}}{\sigma}, \quad (9)$$

на рис. 2 и рис. 3 эти асимптоты для  $L=5$  указаны пунктирной линией.

В случае, когда интенсивность помехи мала,  $\sigma_\alpha \ll \sigma_\beta$ , выражение (8) допускает простую асимптотику. Для ее нахождения запишем приближенно (8) в виде

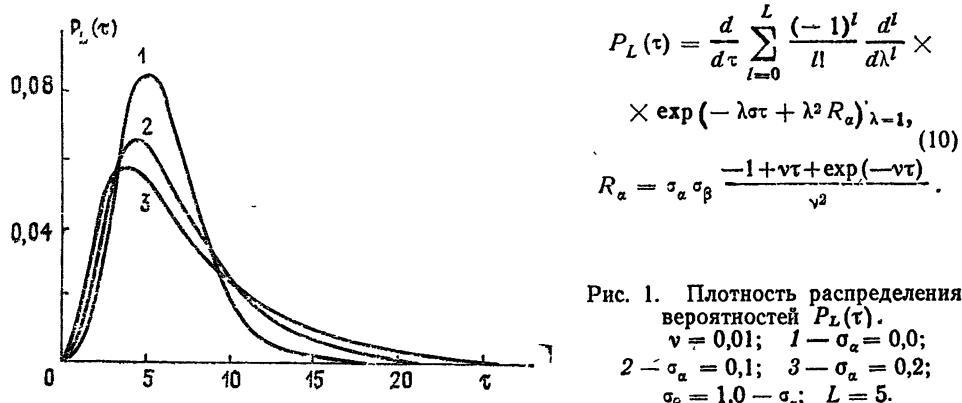


Рис. 1. Плотность распределения вероятностей  $P_L(\tau)$ .  
 $v = 0,01$ ; 1 —  $\sigma_\alpha = 0,0$ ;  
2 —  $\sigma_\alpha = 0,1$ ; 3 —  $\sigma_\alpha = 0,2$ ;  
 $\sigma_\beta = 1,0 - \sigma_\alpha$ ;  $L = 5$ .

При  $v\tau \gg 1$  из (10) следует (9), а при  $v\tau \ll 1$  моменты плотности  $P_L(\tau)$  также не зависят от  $v$ . Представляя (10) в виде ряда по полиномам Эрмита, удерживая в каждом из них член, старший по  $R_\alpha^{-1/2}$ , найдем

$$P_L(\tau) = \left( \sigma_\alpha + \sigma_\beta - 2\sigma_\alpha\sigma_\beta \frac{1 - e^{-v\tau}}{v} \right) \frac{(\sigma_\alpha\tau + \sigma_\beta\tau - 2R_\alpha)^L}{L!} \exp(-\sigma_\alpha\tau - \sigma_\beta\tau + 2R_\alpha). \quad (11)$$

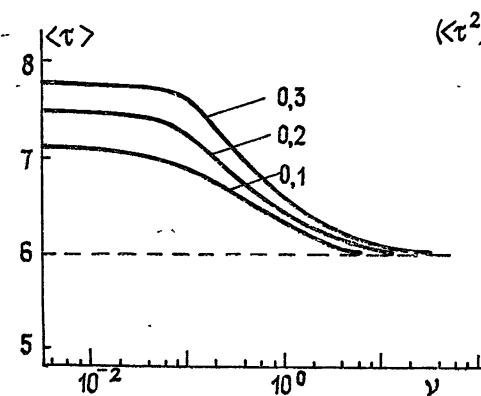


Рис. 2.

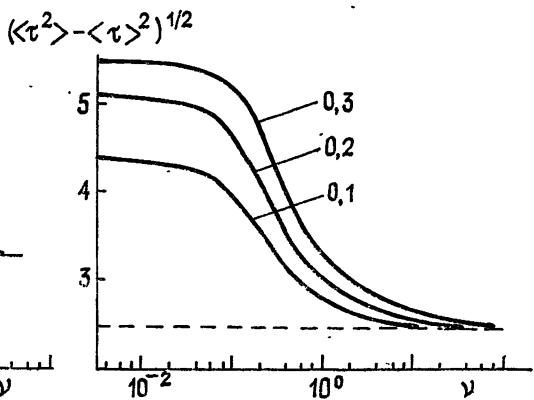


Рис. 3.

Рис. 2. Зависимость среднего времени достижения  $\langle \tau \rangle$  от ширины линии  $v$  нормального марковского шума. Цифрами у кривых указаны  $\sigma_\alpha$ ;  $\sigma_\beta = 1,0 - \sigma_\alpha$ ;  $L = 5$ .

Рис. 3. Зависимость дисперсии времени достижения  $(\langle \tau^2 \rangle - \langle \tau \rangle^2)^{1/2}$  от ширины линии шума  $v$ . Цифрами у кривых указаны  $\sigma_\alpha$ ;  $\sigma_\beta = 1,0 - \sigma_\alpha$ ;  $L = 5$ .

Асимптотику решения задачи о распределении времени достижения для когерентного излучения с произвольной зависимостью интенсивности  $\sigma_\beta(t)$  от текущего времени можно получить из (11), если в этом выражении заменить  $\sigma_\beta\tau$  на  $\int_0^\tau dt \sigma_\beta(t)$ .

Благодарю В. И. Татарского за обсуждение результатов работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Сов. радио, 1961. — 750 с.
- Глаубер Р. В кн.: Квантовая оптика и квантовая радиофизика. — М.: Мир, 1966, с. 91.
- Шереметьев А. Г. Статистическая теория лазерной связи. — М.: Связь, 1971. — 264 с.

4. Гальядри Р. М., Карп Ш. Оптическая связь. — М.: Связь, 1978. — 424 с.  
 5. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. — М.: Сов. радио, 1977. — 488 с.  
 6. Ласкин Н. В., Мазманишвили А. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1985, 28, № 4, с. 440.

Харьковский политехнический  
институт

Поступила в редакцию  
19 ноября 1985 г.

УДК 621.371.24

## ОБ ЭФФЕКТЕ ДАЛЬНИХ КОРРЕЛЯЦИЙ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ РАЗМЕРАХ ИСТОЧНИКА И ПРИЕМНИКА

B. A. Банах

В работах [1-3] установлено, что эффект усиления средней интенсивности отраженной волны в условиях сильных ( $\beta_0^2 \gg 1$ ) флуктуаций в турбулентной атмосфере максимален, когда дифракционная расходимость облучающего отражатель пучка превышает его турбулентное уширение ( $\Omega \ll \beta_0^{-12/5}$ ), этот эффект практически отсутствует, когда  $\Omega \gg \beta_0^{-12/5}$ . Здесь  $\beta_0^2 = 1,23 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}$  — параметр, характеризующий интенсивность турбулентности на трассе,  $\Omega = ka^2/L$  — число Френеля передающей апертуры радиуса  $a$ ,  $C_n^2$  — структурная характеристика турбулентных пульсаций показателя преломления,  $k$  — волновое число,  $L$  — расстояние между источником и отражателем.

С другой стороны, в фокальной плоскости приемного телескопа в случае полного перехвата отраженного излучения ( $\Omega_t = ka_t^2/L \gg \beta_0^{12/5}$ ,  $a_t$  — радиус объектива) усиление средней интенсивности происходит, когда размытие пучка за счет турбулентности превосходит его дифракционное уширение ( $\Omega \gg \beta_0^{12/5}$ ) [4, 5], и отсутствует при выполнении соотношения  $\Omega \ll \beta_0^{-12/5}$  [6, 7].

Эффект усиления обратного рассеяния в фокусе линзы при  $\Omega_t$ ,  $\Omega \gg \beta_0^{12/5}$  детально исследовался в [4, 5], где было установлено, что он является следствием так называемых «дальных корреляций» отраженного поля. Представляет интерес исследование этого эффекта в общем случае произвольных значений дифракционных параметров  $\Omega$  и  $\Omega_t$ . В данном сообщении рассмотрение этого вопроса проведено на примере отражения от ламбертовской поверхности.

1. Представим среднюю интенсивность отраженного излучения  $\langle I^R(l, R) \rangle$  на расстоянии  $l$  от входной плоскости телескопа в виде

$$\langle I^R(l, R) \rangle = \langle I^{(1)}(l, R) \rangle + \langle I^{(2)}(l, R) \rangle, \quad (1)$$

где  $\langle I^{(1)}(l, R) \rangle$  соответствует распространению в прямом направлении на трассе длиной  $2L$  с учетом изменения поля на отражателе за счет дифракции,  $\langle I^{(2)}(l, R) \rangle$  определяется корреляцией прямой и обратной волн. Входная плоскость телескопа  $l=0$  совмещена с плоскостью источника  $x' = x_0$ , отражение происходит в плоскости  $x' = x$ ,  $L = x - x_0$ .

Согласно [8] в случае отражения частично когерентного пучка света от ламбертовской поверхности при  $\beta_0^2 \gg 1$  имеем:

$$\langle I^{(1)}(l, R) \rangle = \frac{\Omega^2 \Omega_t^2 \Omega_r L}{kl^2 (1+4\Omega_t V + \Omega_t^2 L^2 Q^2) (g_{ii}^2 + \Omega \Omega_r + 4\Omega / (3q))} \times \quad (2)$$

$$\times \exp \left( - \frac{\Omega_t L^2 R_f^2}{l^2 (1+4\Omega_t V + \Omega_t^2 L^2 Q^2)} \right) + O(\beta_0^{-4/5});$$

$$\langle I^{(2)}(l, R) \rangle = \frac{\Omega^2 \Omega_t^2 \Omega_r L}{kl^2 M ((1+4\Omega_t V_1) (1+\Omega_t V_2) + \Omega_t^2 (V_3 - 1 + LQ)^2)} \times \quad (3)$$

$$\times \exp \left( - \frac{\Omega_t (1+\Omega_t V_2) L^2 R_f^2}{l^2 ((1+4\Omega_t V_1) (1+\Omega_t V_2) + \Omega_t^2 (V_3 - 1 + LQ)^2)} \right) + O(\beta_0^{-4/5}).$$

В (2), (3)  $\Omega_r = ka_r^2/L$ ,  $2a_r$  — эффективный размер отражателя,

$$M = g_{ii}^2 + \frac{2q}{q} (1 + k_{ii}^2) + \Omega \Omega_r + 2\Omega^2 \Omega_r / (3q) + 4\Omega^2 / (9q^2),$$