УДК 538.573

О РОЛИ ВОЛНОВОГО ЧИСЛА В ЗАДАЧАХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В СТОХАСТИЧЕСКИХ СРЕДАХ

И. О. Ярощук

В работах [1-3] была построена статистическая теория переноса излучения в слоистых случайно-неоднородных средах.

Рассматривалась задача о падении волны единичной амплитуды $\exp[-ik(x-H)]$ на слой неоднородной среды $H_0 \leqslant x \leqslant H$, где k — волновое число. Если $\varepsilon(x)$ — флуктуации диэлектрической проницаемости, а γ — поглощение в слое (вне слоя $\varepsilon=\gamma=0$), то внутри неоднородного слоя волновое поле $U(x)$ описывается уравнением

$$(d^2/dx^2)U(x)+k^2[1+\varepsilon(x)+i\gamma]U(x)=0 \tag{1}$$

при условии непрерывности поля и его производных на границах слоя. Будем далее предполагать, что $\varepsilon(x)$ — гауссов белый шум,

$$\langle\varepsilon(x)\rangle=0, \quad \langle\varepsilon(x)\varepsilon(x')\rangle=2\sigma_\varepsilon^2 l\delta(x-x'). \tag{2}$$

Уравнения погружения, полностью эквивалентные задаче (1), в переменных $h=HD$ и $\tilde{x}=xD$ (далее тильду у x не пишем; $D=k^2\sigma_\varepsilon^2 l/2$ — коэффициент диффузии) имеют вид [3]

$$(\partial/\partial h)U(x;h)=[i\alpha+(i\varepsilon_1(h)-\beta/2)U_h]U(x;h), \quad U(x;x)=U_x; \tag{3а}$$

$$(d/dh)U_h=2i\alpha(U_h-1)+(i\varepsilon_1(h)-\beta/2)U_h^2, \quad U_{h_0}=1. \tag{3б}$$

Здесь $\alpha=k/D$ — нормированное волновое число, $\langle\varepsilon_1(h)\varepsilon_1(h')\rangle=\delta(h-h')$, $\beta=k\gamma/D$ — параметр, определяющий роль флуктуаций в задаче (см. [3]).

В работах [1-3] на основе уравнений погружения (3) были получены соответствующие УЭФ (т. е. исследование проводилось в диффузионном приближении), изучены статистические характеристики коэффициента отражения $R_h=U_h-1$, интенсивности поля в среде $J=UU^*$ для бесконечно большого слоя, исследованы условия применимости феноменологической теории переноса излучения. Так, в работе [3] установлено, что феноменологическая теория справедлива при $\beta\gg1$; при $\beta\ll1$ становятся существенными эффекты корреляции между интенсивностями проходящей и отраженной волн.

Развитая статистическая теория существенно базировалась на возможности использования метода усреднения по быстрым осцилляциям для нахождения медленных (на масштабе длины волны) изменений статистических характеристик поля. Было установлено (см., например, [4]), что достаточным условием применимости метода усреднения по быстрым осцилляциям (а также диффузионного приближения) для модели ε — белый шум является неравенство

$$\sigma_\varepsilon^2 kl \ll 1 \quad \text{или} \quad \alpha\gg1, \tag{4}$$

в соответствии с чем развитая в [1-3] статистическая теория предполагала предельный случай достаточно больших α. По этой причине при выполненном численном моделировании, например, в [5] α было выбрано равным 25.

Представляет, однако, определенный интерес изучить статистические характеристики волны, когда α мало и нет оснований говорить о справедливости диффузионного приближения (см. [4]). Такая ситуация может возникнуть, например, при наклонном падении плоской волны под малым углом на слой слоистой среды.

Для коэффициента отражения волны от полупространства стохастической среды ($h_0\to-\infty$) и интенсивности поля на границе $J_h=U_hU_h^*$ результаты таких расчетов приведены в таблице для $\beta=1$ и $\beta=0{,}08$ (в соответствии с работами [5]). Серия выполненных расчетов позволяет установить, что статистические характеристики интенсивности поля подвержены более выраженным изменениям при уменьшении волнового числа α (для $\langle J_h\rangle$ различие с диффузионным приближением составляет примерно 50%), чем статистические характеристики коэффициента отражения (для $\langle|R_h|^2\rangle$ различие порядка 5%). Подобные результаты указывают, прежде всего, на возрастающую с уменьшением α роль корреляций проходящей и отраженной волн, вклад которых исчезающе мал в предельном случае $\alpha\gg1$; например, $\langle J_h\rangle=1+\langle|R_h|^2\rangle$ при больших α, ибо за счет осцилляций $\langle R_h+R_h^*\rangle\sim0$. Стандартным способом, отбрасывая высшие моменты по R_h, из уравнения (3б) (имея в виду, что $U_h=1+R_h$) можно получить приближенную формулу

$$\langle R_h+R_h^*\rangle=-(\beta+3)(\beta+2)[(3+\beta)^2+4\alpha^2]^{-1}. \tag{5}$$

Из (5) следует, что с увеличением α $\langle R_h+R_h^*\rangle\to0$, как $1/4\alpha^2$; при $\alpha=1$ и $\beta=1$ $\langle R_h+R_h^*\rangle\approx-0{,}60$, расчет с помощью таблицы дает значение $\langle R_h+R_h^*\rangle=-0{,}52$.

Влияние корреляции встречных волн более полно можно проследить при изучении статистических характеристик интенсивности волнового поля внутри слоя неоднородной среды. На рис. 1 и рис. 2 представлены результаты моделирования $\langle J(\xi)\rangle$ (для полупространства $\langle J\rangle$ зависит лишь от $\xi=h-x$) для $\beta=1$ (рис. 1) и $\beta=0{,}08$ (рис. 2); непрерывные кривые соответствуют диффузионному приближению [5], светлые кружки — $\alpha=25$, черные — $\alpha=1$. На рис. 3 для $\beta=0{,}08$ представлен второй момент интенсивности поля $\langle J^2(\xi)\rangle$, треугольники соответствуют моделированию при $\alpha=5$ (остальные графики аналогичны рис. 2). Все статистические характеристики были рассчитаны усреднением по одной реализации $L=100$ на основе свойства эргодичности (см. например, [5]):

$$\langle J^n(\xi)\rangle = 1/L\int_0^L dxJ^n(x;x+\xi)\quad (n=1,2), \tag{6}$$

где точка $x=0$ выбиралась достаточно далеко от левой границы $h_0<0$. Заметим также, что некоторое отличие расчета с $\alpha=25$ (рис. 3) от диффузионного приближения обусловлено недостаточностью реализации $L=100$ (в [5] использовались реализации $L\sim300\div400$), однако для $\alpha=1$ такая статистика, как показал численный эксперимент, вполне надежна.

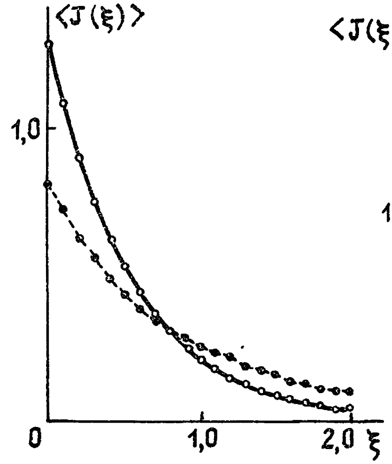

Рис. 1.

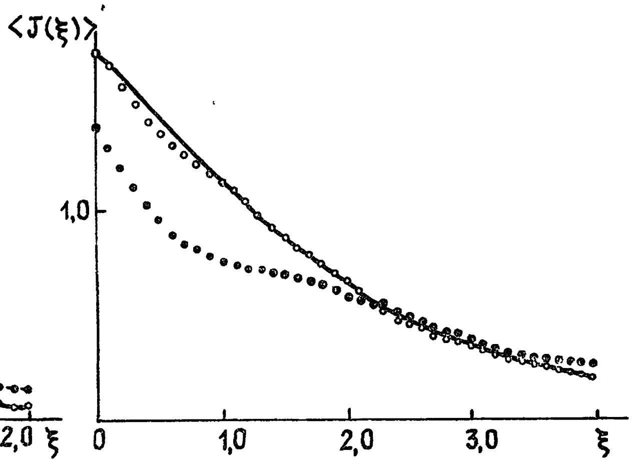

Рис. 2.

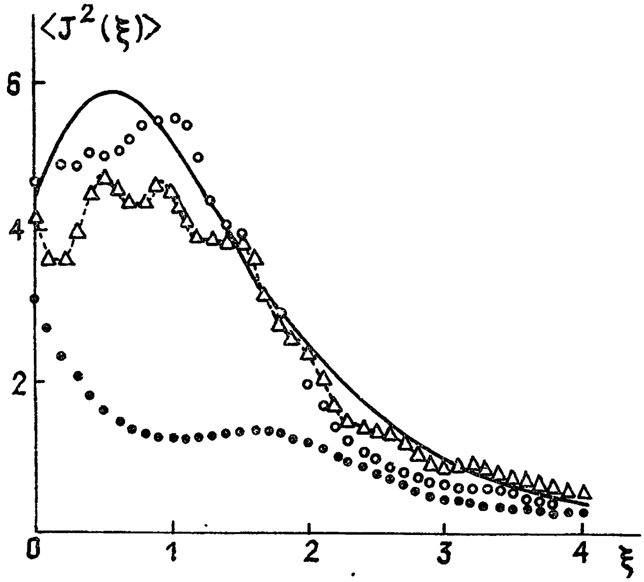

Рис. 3.

Характерная особенность поведения функций $\langle J(\xi)\rangle$ (а также $\langle J^2(\xi)\rangle$) при $\alpha=1$ — это значительное различие с диффузионным приближением. Графики первых моментов интенсивности располагаются значительно ниже теоретических кривых около границы ($\xi\sim0$), а затем с увеличением ξ спадают, как $\exp(-\lambda\xi)$, с небольшими осцилляциями, причем декремент затухания λ всегда меньше значения, которое имеет место в статистической теории [3].

Качественно эти результаты можно объяснить из интегрального соотношения, справедливого для достаточно большого слоя среды,

$$\beta \int_0^\infty d\xi \langle J(\xi)\rangle = 1 - \langle |R_\infty|^2\rangle. \tag{7}$$

Из приведенных в таблице результатов ясно, что интеграл в (7) при переходе от больших α к случаю $\alpha=1$ изменяется незначительно по сравнению с интенсивностью поля на границе $\langle J(0)\rangle$ и, следовательно, кривая $\langle J(\xi)\rangle$ при $\alpha=1$ должна спадать с меньшим λ.

Таблица

Статистические характеристики поля $\langle |R_h|^{2n}\rangle$ и $\langle J_h^n\rangle$ для полупространства случайно-неоднородной среды

β	α	$\langle \|R_h\|^2\rangle$	$\langle \|R_h\|^4\rangle$	$\langle J_h\rangle$	$\langle J_h^2\rangle$
1	Диффузионное приближение	0,28	0,11	1,28	2,20
	1	0,30	0,14	0,78	0,80
0,08	Диффузионное приближение	0,74	0,59	1,74	4,53
	1	0 71	0,56	1,31	2,80

Автор признателен В. И. Кляцкину за полезное обсуждение полученных в работе результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кляцкин В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 2, с. 180; № 5, с. 591.
2. Бабкин Г. И., Кляцкин В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 4, с. 432; № 10, с. 1185.
3. Бабкин Г. И., Кляцкин В. И., Козлов В. Ф., Ярощук Е. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 8, с. 952.
4. Кляцкин В. И. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. — М.: Наука, 1980.
5. Кляцкин В. И., Ярощук И. О. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 10, с. 1241; № 9, с. 1092.

Тихоокеанский океанологический институт
ДВНЦ АН СССР

Поступила в редакцию
23 декабря 1985 г.

УДК 621.372.09

К ВОПРОСУ О ВЛИЯНИИ ТОЛЩИНЫ ДВИЖУЩЕЙСЯ ГРАНИЦЫ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОТРАЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Ю. Н. Карабутов, А. Г. Нерух

Коэффициент умножения частоты электромагнитной волны при отражении от движущегося перепада параметров среды становится сколь угодно большой величиной при релятивистских значениях скорости движения. Однако, как показано в работах Столярова [1], в силу нерезкости переходного слоя коэффициент отражения при этом принимает экспоненциально малые значения, ограничивая тем самым эффективность умножения частоты.

Так как явление взаимодействия электромагнитных волн с движущейся границей представляет интерес в связи с проблемой усиления и генерирования микрорадиоволн и эффективность такого взаимодействия может быть весьма высокой при наличии направляющих систем [2–4], то важное значение приобретает исследование оптимальных условий взаимодействия. Представляет, например, интерес возможность использования нерелятивистских скоростей движения среды. То, что при этом коэффициент умножения частоты не намного превосходит единицу, может быть скомпенсировано многократным использованием данного явления. Поэтому, очевидно, следует считать умножение частоты эффективным, если коэффициент умножения частоты больше единицы при коэффициенте отражения порядка единицы. С этой точки зре-