σ^2, γ_0^2 — дисперсия высот и наклонов случайно-неровной поверхности S, $L_п$, $L_и$ — расстояния от центра сектора наблюдения (на поверхности S_0) до центра приемной и передающей апертур, $2\alpha_и$, $2\alpha_п$ — ширина диаграммы направленности источника и приемника, P_0 — мощность, излучаемая источником, $r_п$ — эффективный размер приемной апертуры, $\sigma(z)$ — коэффициент ослабления среды, $W_{n,m}(z)$ — функция Уиттекера.

При отсутствии затенений формула для $\overline{P}$ имеет вид

$$\overline{P} = A a_и a_п (C_и + C_п)^{-1/2} (C_и \sin^2\psi + C_п \sin^2\chi)^{-1/2} \frac{1}{L_и^2 L_п^2} \omega_1, \qquad (6)$$

где

$$\omega_1 = \frac{\sin\psi\sin\chi}{2\gamma_0^2}\left\{\sqrt{2\pi}\,\gamma_0 \exp\left(\frac{1}{2\gamma_0^2}\right)\left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{2}\,\gamma_0}\right)\right] + \frac{1}{2}\operatorname{ctg}\psi\operatorname{ctg}\chi\left(\frac{1}{2\gamma_0^2}\right)^{-2,5/2} \times \right.$$

$$\left. \times \exp\left((1/4)\gamma_0^2\right) W_{-1,5,2,\,1,5,2}\left((1/2)\gamma_0^2\right)\right\}(1 + X^{-2})^{-1/2}.$$

В предельном случае $\sigma, \gamma_0 \to 0$ формула (6) переходит в известное выражение для принимаемой мощности, полученное для плоской ламбертовской поверхности [5].

На приведенном рисунке показана зависимость отношения N (принимаемой мощности в условиях сильных затенений к принимаемой мощности от плоской ламбертовской поверхности) от параметра $\Lambda(\theta)$. Расчеты проводились по формулам (5), (6) для нормальной случайной поверхности при следующих значениях параметров: $\chi = 85°$, $\psi = 1°$, $C_и \gg C_п$, $L_и = 10^3$ м, $\sigma = 2$ м (кривая *3*), $\sigma = 1$ м (кривые *2*, *4*), $C_п = 0$ (кривые *1*, *2*), $C_п = 10^{-4}$ м$^{-2}$ (кривые *3*, *4*), $\sigma = 10$ м (кривая *1*).

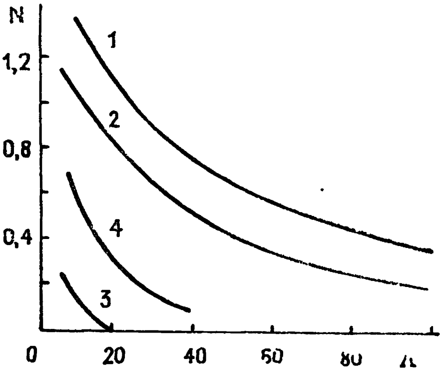

Рис. 1.

Характер изменения величины N для локально-ламбертовской поверхности сложным образом зависит от параметров источника и приемника (ширины их диаграмм направленности) и статистических характеристик случайно-неровной поверхности.

В целом характер зависимости N от Λ и σ тот же, что и для локально-зеркальной поверхности [1]. Однако N с ростом Λ уменьшается медленнее, чем аналогичная зависимость для локально-зеркальной поверхности, и сама величина N для локально-ламбертовской поверхности существенно больше. Интересно, что при широких диаграммах источника или приемника величина N может быть больше единицы (мощность, принимаемая в условиях затенений, больше мощности, принимаемой от плоской поверхности). Это связано с совместным действием двух факторов: уменьшением расстояния до неровностей, на которых происходит рассеяние, и увеличением (в области $\gamma_0 \ll 1$) среднего значения множителя $(\boldsymbol{n}\boldsymbol{m}_и)(\boldsymbol{n}\boldsymbol{m}_п)$ (см. (4)), определяющего долю энергии, приходящей с элементарной ламбертовской площадки на приемник.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белов М. Л., Орлов В. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, 27, № 3, с. 294.
2. Копилович Л. Е., Фукс И. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 14, № 7, с. 840.
3. Соболев В. В. Рассеяние света в атмосферах планет. — М.: Наука, 1972.
4. Кейз К., Цвайфель П. Линейная теория переноса. — М.: Мир, 1972.
5. Орлов В. М., Самохвалов И. В., Матвиенко Г. Г. и др. Элементы теории светорассеяния и оптическая локация. — Новосибирск.: Наука, 1982.
6. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М.: Наука, 1972.

Поступила в редакцию
8 октября 1985 г

УДК 550.388.2

О ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫБОРОЧНОГО КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ НИЗКОЧАСТОТНЫХ РАДИОШУМОВ

В. С. Бордюженко

Решение широкого класса радиотехнических задач требует определения энергетических характеристик электромагнитных шумов в (КНЧ-ОНЧ) диапазонах радио-волн. Так, определение корреляционной функции необходимо, например, при обнаружении сигналов на фоне помех с помощью корреляционного метода [1].

Предположим, что низкочастотный радиошум поступает на вход КНЧ-ОНЧ приемника. Независимо от естественного [2] или искусственного характера происхождения радиошума сигнал на выходе селективного фильтра приемника с шириной полосы пропускания до нескольких герц будет иметь практически нормальное центрированное распределение. Это объясняется не столько особенностями источников помех, сколько нормализующим воздействием [3] узкополосного фильтра.

Для определения на выходе приемника коэффициента корреляции $\rho=M\{\xi[t]\xi[t+\tau]\}/\sigma_\xi^2$ нормального центрированного стационарного случайного сигнала, который представлен своими выборочными значениями $\xi_m=\xi[t+m\Delta T]$ ($m=1,2,\dots,n$; $\Delta T=\mathrm{const}$ — период дискретизации), используем стандартную процедуру:

$$r=\frac{n-1}{n-j}\,\frac{\sum\limits_{i=1}^{n-j}(\xi_i-\bar{\xi})(\xi_{i+j}-\bar{\xi})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(\xi_i-\bar{\xi})}\,, \tag{1}$$

где r — выборочный коэффициент корреляции; n — объем выборки; $\bar{\xi}=\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\xi_i$ — выборочное среднее; $\tau=j\Delta T$ — временной сдвиг.

Распределение выборочного коэффициента корреляции не зависит от параметров закона распределения исследуемого нормального случайного процесса и при $n\gg 3$ на интервале $-1\leqslant r\leqslant 1$ определяется плотностью вероятности [4]:

$$P(r)=\frac{2^{n-3}}{\pi\Gamma(n-2)}(1-\rho^2)^{(n-1)/2}(1-r^2)^{(n-4)/2}\sum_{m=0}^{\infty}\left[\Gamma\left(\frac{m+n-1}{2}\right)\right]^2\frac{(2\rho r)^m}{m!}\,. \tag{2}$$

Для случайной величины r предложено нормализующее преобразование Фишера $z=\operatorname{arth}(r)$ [5], не зависящее ни от ρ, ни от n.

Нетрудно видеть, что преобразование Фишера по своей структуре полностью аналогично нормализующему преобразованию [6] S_B-распределения Джонсона (РД):

$$z=\gamma+\eta\ln\left(\frac{r-\varepsilon}{\lambda-r+\varepsilon}\right),\quad \varepsilon\leqslant r\leqslant\varepsilon+\lambda\,. \tag{3}$$

Ввиду сложности и неудобства для дальнейших расчетов выражения (2) распределение выборочного коэффициента корреляции с учетом структуры (3) целесообразно аппроксимировать S_B РД:

$$W(r)=\frac{\eta}{\sqrt{2\pi}}\,\frac{\lambda}{(r-\varepsilon)(\lambda-r+\varepsilon)}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\gamma+\eta\ln\left(\frac{r-\varepsilon}{\lambda-r+\varepsilon}\right)\right]^2\right\}\,. \tag{4}$$

Оценку параметров (4) можно получить двумя методами.

1. Учитывая, что $-1\leqslant r\leqslant +1$, можно положить $\varepsilon=-1$, $\lambda=2$. Нетрудно видеть, что в этом случае

$$\gamma=-V_1/V_2,\quad \eta=1/2V_2, \tag{5}$$

где

$$V_1=\frac{1}{2}\ln\frac{1+\rho}{1-\rho}+\frac{\rho}{2(n-3)}\left[1-\frac{3-\rho^2}{4(n-3)}+\cdots\right],$$

$$V_2=\frac{1}{n-3}\left[1-\frac{\rho^2}{2(n-3)}-\frac{2-6\rho^2+3\rho^4}{6(n-3)^2}+\cdots\right].$$

2. Положив, что γ и η находятся согласно (5), определять ε и λ по методу квантилей, приравнивая два квантиля распределения выборочного коэффициента корреляции двум соответствующим квантилям нормированного нормального распределения. В результате получаем

$$\varepsilon=\frac{x_2+x_1A_1}{1-A_1},\quad \lambda=(x_1-\varepsilon)\frac{T_1+1}{T_1},$$

$$A_1=\frac{(T_1+1)T_2}{(T_2+1)T_1},\quad T_1=\exp\left(\frac{z_1-\gamma}{\eta}\right),\quad T_2=\exp\left(\frac{z_2-\gamma}{\eta}\right), \tag{6}$$

где z_1, z_2 — квантили нормированного распределения; x_1, x_2 — квантили распределения выборочного коэффициента корреляции.

Использование S_B РД удобно для аппроксимации многомерного $W(r_1,r_2,\dots,r_N)$ распределения выборочных коэффициентов корреляции нормальных многомерных случайных величин. Для этого, распространяя методику, предложенную Джонсоном, на многомерный случай, нетрудно получить многомерное S_B-распределение, которое при $N=2$, например, имеет вид

$$W(r_1, r_2) = \frac{\eta_1 \eta_2}{2\pi \sqrt{1-R^2}\,(\varepsilon+\lambda-r_1)(r_1-\varepsilon)} \, \frac{\lambda^2}{(\varepsilon+\lambda-r_2)(r_2-\varepsilon)} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-R^2)} \times \right.$$

$$\times \left[\left\{\gamma_1+\eta_1 \ln\left(\frac{r_1-\varepsilon}{\varepsilon+\lambda-r_1}\right)\right\}^2 - 2R\left\{\gamma_1+\eta_1 \ln\left(\frac{r_1-\varepsilon}{\varepsilon+\lambda-r_1}\right)\right\} \times \right. \qquad (7)$$

$$\left.\left. \times \left\{\gamma_2+\eta_2 \ln\left(\frac{r_2-\varepsilon}{\varepsilon+\lambda-r_2}\right)\right\} + \left\{\gamma_2+\eta_2 \ln\left(\frac{r_2-\varepsilon}{\varepsilon+\lambda-r_2}\right)\right\}^2\right]\right\}.$$

Для определения качества аппроксимации распределения выборочного коэффициента корреляции $P(r)$ одномерным S_B РД $W(r)$ с помощью ЭВМ ЕС 1022 был проведен расчет максимальной абсолютной погрешности $A=\max|P(r)-W(r)|$ при $r_1 \leqslant r \leqslant r_2$, где r_1 и r_2 соответственно —2,5%- и 97,5%-процентили распределения.

На рис. 1 представлена плотность распределения $P(r)$ (*1*) и аппроксимирующая ее S_B-кривая Джонсона (*2*), параметры которой получены по методу квантилей.

Результаты расчетов показали следующее.

1) С удовлетворительной для инженерных расчетов точностью распределение Джонсона аппроксимирует распределение выборочного коэффициента корреляции, сложного по своей структуре и требующего для расчета значительных затрат машинного времени ввиду низкой скорости сходимости ряда (особенно при $|\rho| \geqslant 0{,}8$).

2) Независимо от выбора любого из вышеописанных методов определения параметров S_B РД при $|\rho| \leqslant 0{,}5$ с увеличением n погрешность аппроксимации падает (см. рис. 2а). Причем увеличение n (более 12—15) приводит лишь к незначительному уменьшению A.

3) При фиксированном объеме выборки n с ростом $|\rho|$ независимо от того, как определены параметры S_B РД, абсолютная погрешность аппроксимации монотонно увеличивается (см. рис. 2б).

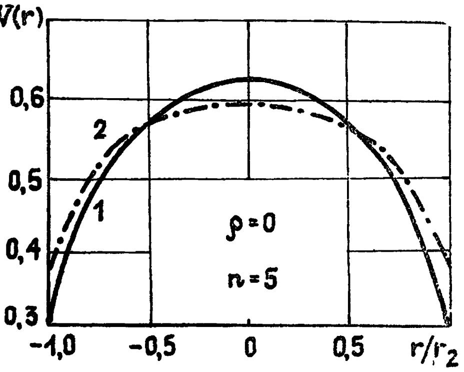

Рис. 1.

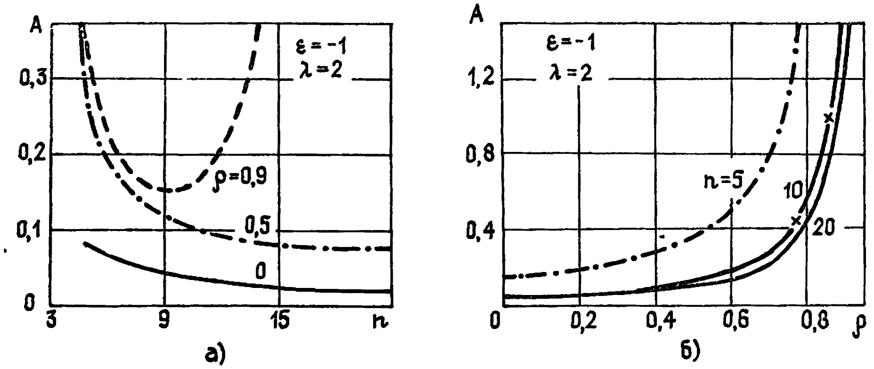

Рис. 2.

4) В зависимости от уровня $|\rho|$, с точки зрения минимальной погрешности аппроксимации, для определения параметров S_B РД при $|\rho| \geqslant 0{,}75 \div 0{,}8$ лучше использовать метод квантилей. В противном случае, когда $|\rho| \leqslant 0{,}75 \div 0{,}8$, более целесообразно положить $\varepsilon = -1$, $\lambda = 2$, а параметры η и γ определять согласно (5).

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. — М.: Радио и связь, 1983.
2. Николаенко А. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 1, с. 34.
3. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Сов. радио, 1966.
4. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. — М.: Наука, 1983.
5. Крамер Г. Математические методы статистики. / Пер. с англ. / Под ред. А. Н. Колмогорова. — М.: Мир, 1975.
6. Кендалл М., Стьюарт А. Теория распределений. — М.: Наука, 1966.

Винницкий политехнический
институт

Поступила в редакцию
4 сентября 1985 г.