

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ  
И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ**

УДК 538.57

**ЧАСТОТНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ  
СФОКУСИРОВАННЫХ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ**

*Е. Р. Милотин, Г. М. Самельсон, А. С. Файнберг*

Частотная корреляция флуктуаций параметров волн в турбулентной атмосфере исследовалась в ряде работ методом плавных возмущений (МПВ). Результаты этих работ были обобщены Фуком [1], который рассматривал частотную корреляцию флуктуаций амплитуд и фаз плоских и сферических волн. Исимару [2] вывел соответствующие формулы и для пространственно ограниченных пучков, однако анализ полученных выражений в [2] не проводился. Теоретическое исследование частотной корреляции при сильных флуктуациях интенсивности (когда МПВ оказывается неприменимым) было выполнено в [3, 4] для плоских волн, причем конечные результаты были получены в асимптотической форме. Изучению частотной корреляции флуктуаций интенсивности волн, распространяющихся в случайно-неоднородных средах, посвящены и некоторые другие работы (достаточно подробный обзор их можно найти в [3-5]), однако применить полученные там результаты для описания флуктуаций интенсивности лазерных пучков в турбулентной атмосфере не представляется возможным.

В настоящей работе определяется частотная корреляция пространственно ограниченных лазерных пучков при произвольных значениях интенсивности турбулентности на трассе распространения, величин частотных расстройек и дифракционных параметров пучков. Для решения задачи используется фазовое приближение метода Гюйгенса — Кирхгофа, обобщенного на случайно-неоднородные среды [6]. В рамках этого приближения двухчастотная функция когерентности четвертого порядка поля в точке  $R$  приемной плоскости  $x$  будет иметь вид

$$\Gamma_4^{1,2}(x, R) = \frac{k_1^2 k_2^2}{(2\pi L)^4} \int d^8 r_{1,2,3,4} \Gamma_4^{1,2}(x_0, r_{1,2,3,4}) F_4^{1,2}(r_{1,2,3,4}, R) \times \exp \left\{ \frac{ik_1}{2L} [r_1^2 - r_2^2 - 2R(r_1 - r_2)] + \frac{ik_2}{2L} [r_3^2 - r_4^2 - 2R(r_3 - r_4)] \right\}, \quad (1)$$

где  $\Gamma_4^{1,2}(x_0, r_{1,2,3,4})$  — функция когерентности источников в плоскости передачи,  $F_4^{1,2}(r_{1,2,3,4}, R)$  — функция когерентности фазовых флуктуаций сферических волн в турбулентной атмосфере,  $L = |x - x_0|$  — длина трассы,  $k_j = 2\pi/\lambda_j$  — волновое число ( $j=1, 2$ ). Используя свойства однородности и изотропности флуктуаций поля сферической волны в плоскости приема, а также предположение о нормальном распределении случайной фазы, можно выразить  $F_4^{1,2}(r_{1,2,3,4}, R)$  через вспомогательную функцию

$$P_s^i(r_n, l, R) = \langle [S_i(r_n, R) - S_i(r_l, R)] [S_j(r_n, R) - S_j(r_l, R)] \rangle, \quad (2)$$

которая по своему физическому смыслу представляет частотную корреляционную функцию флуктуаций разностей фаз, вычисленных на базе  $\rho = r_n - r_l$ . При  $i=j$  она переходит в пространственную структурную функцию одной сферической волны. С использованием стандартных преобразований для функции (2) в первом приближении МПВ получаем

$$P_s(\rho) = \pi^2 k^2 L (1 - \delta^2)^{-1} \int_0^1 dx \int_0^\infty dk \Phi_s(x) [1 - J_0(xk\rho)] \times \{ \cos[x(1-x)\delta Lk^2/k] + \cos[x(1-x)Lk^2/k] \}, \quad (3)$$

где  $k = 2k_1 k_2 / (k_1 + k_2)$  — «среднее» волновое число,  $\delta = (k_2 - k_1) / (k_2 + k_1)$  — относительная частотная расстройка,  $\Phi_s(x)$  — спектральная плотность флуктуаций диэлектрической проницаемости атмосферы,  $J_0(z)$  — функция Бесселя. Будем считать, что

$k_2 \gg k_1$  и, следовательно,  $0 < \delta < 1$ . Если фигурную скобку в (3) заменить на число 2, то полученное выражение будет описывать случай геометрической оптики (ГО), которая справедлива при малых значениях волнового параметра  $D = L\kappa_M^2/k$  ( $\kappa_M$  — волновое число, соответствующее внутреннему масштабу турбулентных неоднородностей  $l_0$ ), и не учитывает дифракционные эффекты. При изучении статистических характеристик одной волны приближение ГО для расчета флуктуаций случайных фаз в (1) представляется вполне оправданным и дает результаты, достаточно хорошо совпадающие как с экспериментальными данными, так и с результатами, полученными с использованием других методов, практически для любых значений волнового параметра  $D$ . В то же время, как видно из формулы (3), для двух частотно-разнесенных волн ( $\delta \neq 0$ ) ГО справедлива лишь при выполнении условия  $\delta D \ll 1$  или  $\delta < L_\pi/L$ , где  $L_\pi = l_0^2/\lambda$  — расстояние в среде, на котором начинают проявляться дифракционные эффекты. Очевидно, что это условие, при больших  $D$ , является более жестким ограничением, чем обычно используемое  $\delta \ll 1$ . Что же касается трасс, для которых  $\delta D$  превышает единицу, то применимость геометрикооптического подхода и, соответственно, неучет дифракционных эффектов при определении частотной корреляции волн еще требует специальных исследований.

Для функции  $P_s(\rho)$  будем использовать следующее представление:

$$P_s(\rho) = D_s(1)(1-\delta^2)^{-1} \varphi(\rho, \kappa_M^{-1}), \quad \varphi(\rho, z) = (\rho^2 + z^2)^{5/6} - z^{5/3}, \quad (4)$$

где  $D_s(z) = 0,27C_\epsilon^2 k^2 L z^{5/3}$  — обобщенный параметр, определяющий интенсивность турбулентности на трассе,  $C_\epsilon^2$  — структурная характеристика флуктуаций диэлектрической проницаемости,  $\kappa_M^{-1} \approx 1,6/l_0$ . Для статистически однородной трассы и приближения ГО такая аппроксимация дает относительную ошибку, не превышающую 3% [6]. Заметим, что теоретически  $C_\epsilon^2$  зависит от длины волны  $\lambda$ , однако, используя результаты работы [7], можно показать, что для диапазона волн 0,4—13 мкм различие в  $C_\epsilon^2$  не превышает 4% (если не учитывать комплексность показателя преломления воздуха).

Чтобы не усложнять дальнейший анализ, будем считать, что

1) рассматриваются статистически однородные горизонтальные трассы, допускающие приближение (4);

2) оптические оси пучков совмещены;

3) используются одномодовые гауссовы пучки с одинаковыми размерами излучающей апертуры и фокусировки.

Условие 1) позволяет не учитывать спектральную разницу в рефракции, а 2) и 3) — случайные смещения центров тяжести пучков, так как частотное разнесение, по-видимому, не приводит к заметной декорреляции случайных смещений [8]. Тогда, с учетом сделанных ограничений, имеем

$$\begin{aligned} \Gamma_4^{1,2}(x, R) = & \left(\frac{2}{\pi}\right)^3 \frac{\Omega^4}{(1-\delta^2)^2} \int d^6 t_{1,2,3} \exp \left\{ -2 \sum_{i=1}^3 t_i^2 - \frac{2\Omega^2}{(1-\delta^2)^2} \left(1 - \frac{L}{F}\right)^2 \times \right. \\ & \times \left. \left( t_3 - \frac{1}{2} \delta t_2 \right)^2 \right\} \cos \left\{ \frac{4\Omega}{1-\delta^2} \left(1 - \frac{L}{F}\right) \left[ t_1 t_2 - \frac{1}{2} \delta t_1 t_3 \right] - \frac{4\Omega}{1-\delta^2} \frac{R}{a} (t_3 - \delta t_2) \right\} \times \\ & \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{D_s(2a)}{1-\delta^2} \left[ \sum_{n=1}^2 \frac{1-(-1)^n \delta}{1+(-1)^n \delta} \varphi(t_3 + (-1)^n t_2, l_a) + \sum_{j=1}^2 \sum_{m=2}^3 (-1)^{m-1} \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \varphi(t_1 + (-1)^j t_m, l_a) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\Omega = ka^2/L$  — число Френеля излучающей апертуры,  $l_a = (2a\kappa_M)^{-1}$  — параметр, характеризующий соотношение между величиной внутреннего масштаба турбулентности и размером апертуры. Очевидно, что при  $\delta=0$  выражение (5) описывает одночастотную функцию когерентности.

Для сопоставления с теоретическими и экспериментальными результатами, полученными различными авторами, исследовались как корреляционная функция

$$\beta_{1,2}^2 = \Gamma_4^{1,2}(x, R) / [\Gamma_2^1(x, R) \Gamma_2^2(x, R)] - 1, \quad (6)$$

так и коэффициент частотной корреляции флуктуаций интенсивности

$$K = \beta_{1,2}^2 / [\beta_{1,1} \beta_{2,2}]. \quad (7)$$

Рассматривалась частотная корреляция на оси ( $R=0$ ) сфокусированных ( $L/F=1$ ) пучков, наиболее интересных для практических приложений. Анализ выражений (6) и (7) проводился численно с помощью ЭВМ. Для оценки многомерных интегралов в соотношениях для функций когерентности четвертого и второго порядков использовался метод Монте-Карло.

На рис. 1 изображена полученная таким образом зависимость  $\beta_{1,2}$  от параметра  $D_s(2a)$  при различных значениях  $\delta$  и  $l_a$  ( $1-\delta=0, l_a=0$ ;  $1'-\delta=0, l_a=0,3$ ,  $2-\delta=0,18, l_a=0$ ;  $2'-\delta=0,18, l_a=0,3$ ). Сравнение с экспериментальными данными [3, 9] показывает, что фокусировка излучения в плоскость приема не меняет общего вида зависимости корреляционной функции от интенсивности турбулентности на трассе. Видно также, что существенное воздействие на  $\beta_{1,2}$  для лазерных пучков может оказывать величина внутреннего масштаба. В табл. 1 приведены рассчитанные значения  $K$  (верхние числа соответствуют значению  $l_a=0$ , а нижние  $-l_a=0,3$ ).

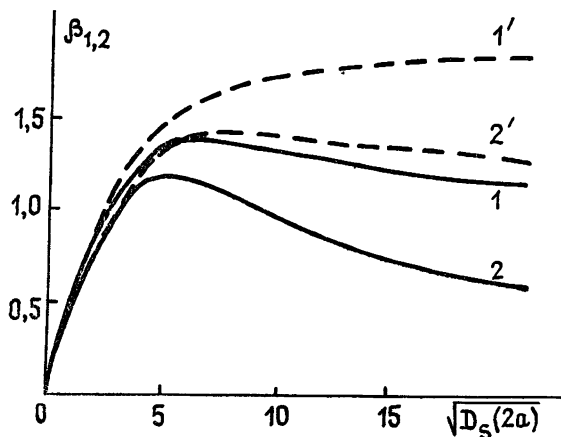


Рис. 1.

Таблица 1

$\delta$	$D_s(2a)$					
	9	25	49	100	225	400
0,1	0,95	0,91	0,85	0,75	0,60	0,47
	0,95	0,92	0,89	0,83	0,74	0,69
0,2	0,85	0,75	0,63	0,48	0,34	0,26
	0,86	0,80	0,72	0,62	0,52	0,47
0,3	0,71	0,57	0,44	0,32	0,23	0,18
	0,74	0,63	0,54	0,46	0,40	0,37
0,4	0,52	0,37	0,29	0,22	0,16	0,13
	0,55	0,42	0,35	0,30	0,27	0,25

При качественном рассмотрении исследуемого вопроса можно условно выделить два эффекта, влияющих на частотную декорреляцию:

- 1) рассеяние волн происходит на различные углы, зависящие от  $\lambda$  ( $\theta_p \sim \lambda/l$ );
- 2) в процесс рассеяния волн различных частот определяющий вклад вносят неоднородности с различными пространственными масштабами  $l$ . Увеличение интенсивности турбулентности приводит к тому, что повышается кратность рассеяния волн, что, в свою очередь, и обуславливает, в соответствии с первым эффектом, уменьшение  $K$  с ростом  $C_\epsilon^2$ . Анализ приведенных данных позволяет также заключить, что конечность величины внутреннего масштаба может оказывать заметное влияние не только на  $\beta_{1,2}$ , но и на  $K$ . Это обстоятельство необходимо учитывать при интерпретации результатов экспериментов. В частности, существование зависимости  $K(l_0)$  дает возможность объяснить отмеченное в работе [10] возрастание степени когерентности на высоких частотах с увеличением интенсивности турбулентности на трассе. Как известно, область пространственных масштабов неоднородностей, эффективно участвующих в процессе многократного рассеяния (что характерно для режима сильных флуктуаций), определяется порядком величины радиуса когерентности [6]

$$\rho_{k_j} = (0,37 C_\epsilon^2 k_j^2 L)^{-3,5}. \quad (8)$$

Когда  $l_0$  становится сравнимым с  $\rho_{k_j}$  и  $\rho_{k_s}$ , то сокращается область неоднородностей, участвующая в процессе рассеяния различных волн с различным «весом», определяемым видом спектральной фильтрующей функции, следовательно, сокращается и вклад второго эффекта в частотную декорреляцию. Высоким частотам соответствуют неоднородности с масштабами порядка  $\sim l_0$ , усиление интенсивности турбулентности определяет, согласно (8), уменьшение  $\rho_{k_{1,2}}$ , поэтому, в соответствии с рассмотренным

выше механизмом, при  $l_0 \neq 0$  происходит повышение корреляции именно в области высоких частот. Отметим в заключение, что увеличение частотного коэффициента корреляции с ростом  $l_0$  при  $\delta D \ll 1$  было получено [1] и в первом приближении МПВ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Фукс И. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1974, 17, № 11, с. 1665.
2. Jshimagu A. — IEEE Trans., 1972, AP-20, № 1, p. 10.
3. Заворотный В. У. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 5, с. 601.
4. Лукин И. П. Автореферат диссертации. — Томск: ИОА СО АН СССР, 1985.
5. Ерухимов Л. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1974, 17, № 1, с. 75.
6. Миронов В. Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. — Новосибирск: Наука, 1981.
7. Зельманович И. Л., Сербин А. И., Эйденкальдт В. А. — Труды ГГО, 1966, вып. 183, с. 56.
8. Милютин Е. Р., Фрезинский Б. Я., Самельсон Г. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1985, 28, № 5, с. 654.
9. Gurvich A. S., Kan V., Pokasov V. V. — Optica Acta, 1979, 26, № 5, p. 555.
10. Гурвич А. С., Покасов Вл. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 8, с. 999.

Ленинградский электротехнический институт связи

Поступила в редакцию 8 октября 1985 г.

УДК 538.566;621.371

## РАССЕЯНИЕ УЗКОГО ВОЛНОВОГО ПУЧКА НА СЛУЧАЙНО-НЕРОВНОЙ ЛОКАЛЬНО-ЛАМБЕРТОВСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ В АТМОСФЕРЕ

М. Л. Белов, В. М. Орлов

Средние энергетические характеристики излучения в плоскости изображения приемной линзы при рассеянии узкого волнового пучка в атмосфере на случайно-неровной локально-зеркальной поверхности рассматривались с учетом затенений одних элементов поверхности другими в работе [1]. Ниже с использованием математической модели, предложенной в [2], исследуются средние энергетические характеристики в плоскости изображения при рассеянии узкого волнового пучка в атмосфере на случайно-неровной локально-ламбертовской поверхности.

Запишем аналогично [3] выражение для яркости излучения  $I_0(m, R)$ , отраженного небольшим локально-плоским участком случайно-неровной поверхности в точке  $R$ :

$$\eta I_0(m, R) = 1/2\pi \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^1 \eta' d\eta' y(m, m', R) I_n(m', R) \theta(m', R), \quad (1)$$

где  $I_n(m, R)$  — яркость излучения светового пучка, падающего на элемент поверхности  $S$  в отсутствие затенений,  $\theta(m, R)$  — ступенчатая функция,  $\theta(m, R) = 1$ , если точка  $R$  поверхности  $S$  освещена падающим с направления  $m$  излучением,  $\theta(m, R) = 0$  — в противном случае,  $m$  — вектор в системе координат, связанной с плоскостью, касательной к поверхности  $S$  в точке  $R$ ,  $\theta = \text{arctg } \eta$ ,  $\varphi$  — угол относительно нормали и азимут в системе координат, связанной с плоскостью касательной к поверхности  $S$  в точке  $R$ ,  $y(m, m', R) \frac{d\omega}{2\pi}$  — вероятность того, что фотон, падающий с направления  $m'$ , отражается (от локально-плоского участка поверхности) в направлении  $m$  внутри телесного угла  $d\omega$ .

Для ламбертовской поверхности [3]

$$y(m, m', R) = 2A\eta, \quad (2)$$

$A$  — альbedo (локально-плоского участка поверхности).

По распределению  $I_0(m, R)$  на поверхности  $S$  можно определить яркость  $I(\tilde{m}, r)$  излучения, приходящего на приемник [4], и затем, используя теорему взаимности в рассеивающей среде [4] и результаты [5], получить следующее выражение для освещенности  $E(R_n)$  в плоскости изображения приемной линзы:

$$E(R_n) = A/\pi \int_S dRE(R) E_n(R, R_n), \quad (3)$$

где  $E(R_n) = \int d\Omega(m') \cos \theta_{Sn} I_n(m', R) \theta(m', R)$  — освещенность поверхности  $S$  в точке  $R$  (с учетом затенений),  $\theta_{Sn}$  — угол между нормалью к поверхности  $S$  в точке  $R$  и направлением на источник,  $E_n(R, R_n) = \int d\Omega(m) \cos \theta_{Sn} I_n(m, R, R_n) \tilde{\theta}(m, R)$  — освещенность