

УДК 621.385.69

О ДИА- И ПАРАМАГНИТНЫХ ЭФФЕКТАХ В ЛАЗЕРАХ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ, ОСНОВАННЫХ НА ИНДУЦИРОВАННОМ ОНДУЛЯТОРНОМ ИЗЛУЧЕНИИ

Н. С. Гинзбург

Исследовано влияние сильнооточных релятивистских электронных пучков (РЭП) на напряженность ондуляторного поля в ЛСЭ-убитронах. Выделено два механизма возбуждения РЭП собственных периодических магнитостатических полей: 1) статический механизм, реализующийся при стационарном движении РЭП в поле ондулятора, 2) динамический механизм, реализующийся в процессе усиления сигнальной волны. Собственные магнитостатические поля РЭП могут быть сфазированы со сторонним ондуляторным полем различным образом и приводить как к ослаблению, так и увеличению амплитуды суммарного ондуляторного поля, а также к сдвигу фазы этого поля. В результате последнего эффекта, наиболее существенного в случае плотных пучков, возникает нелинейная расстройка синхронизма, ограничивающая рост сигнальной волны.

При использовании в релятивистских убитронах (лазерах на свободных электронах, основанных на вынужденном ондуляторном излучении) сильнооточных электронных пучков весьма существенны эффекты, связанные с собственными электрическими и магнитными полями таких пучков. В настоящий момент наиболее полно рассмотрено влияние на работу убитронов кулоновского расталкивания электронных сгустков, образующихся в процессе группировки частиц в поле синхронной с ними комбинационной волны (см. обзоры [1-3]). Это влияние оказывается аналогичным имеющему место в обычных черенковских приборах типа «0» [4]. Однако наряду с такими универсальными эффектами убитронам присущ и ряд специфических особенностей, к числу которых можно отнести возбуждение релятивистским электронным пучком (РЭП) собственных периодических магнитостатических полей.

Выделим два механизма возбуждения РЭП периодических магнитостатических полей: 1) статический (линейный), 2) динамический (нелинейный).

Первый механизм реализуется при стационарном движении электронного пучка в поле ондулятора. Возникающая при таком движении поперечная статическая компонента электронного тока приводит (в отсутствие продольного магнитного поля) к уменьшению напряженности суммарного ондуляторного поля, действующего на электрон в объеме пучка — диамагнитный эффект.

Второй механизм реализуется в процессе усиления сигнальной электромагнитной волны, когда развивается модуляция плотности пучка и возникает дополнительная комбинационная компонента периодического поперечного тока, пропорциональная амплитуде сигнальной волны. Эта компонента в случае относительно разреженных электронных пучков может приводить к увеличению напряженности ондуляторного поля (парамагнитный эффект), что в свою очередь приводит к увеличению связи электронов с сигнальной волной и повышению электронного КПД. В случае пучков большой плотности наиболее существен эффект сдвига фазы ондуляторного поля, приводящий к неизвестному ранее механизму насыщения усиления ЛСЭ-убитронов, обусловленному нелинейной расстройкой синхронизма.

1. Статический механизм возбуждения РЭП периодических магнитных полей. Рассмотрим простейшую — безграничную однородную в поперечном направлении — модель убитрона*, предполагая, что стороннее магнитное поле (поле ондулятора) создается распределенным в пространстве током

$$J_{ct} = \text{Re} [(x_0 + iy_0) j_{ct} e^{i\bar{h}z}], \quad (1)$$

где $\bar{h} = 2\pi/d$, d — период модуляции тока. Магнитное поле будем описывать вектор-потенциалом A ($H = \text{rot } A$), который может быть найден из уравнения [5]:

$$\Delta A = - (4\pi/c) J. \quad (2)$$

Для поля стороннего тока (1) из (2) имеем

$$A_{ct} = \text{Re} [(x_0 + iy_0) a_{ct} e^{i\bar{h}z}], \quad (3)$$

где $a_{ct} = (4\pi/c^2\bar{h}) j_{ct}$ — амплитуда модуляции стороннего магнитного поля.

Амплитуда периодического магнитного поля, действующего на электрон в объеме электронного пучка в отсутствие сигнальной волны (индекс «0»),

$$a_{д0} = a_{ct} + a_{эл}, \quad (4)$$

представляет собой сумму амплитуд стороннего поля a_{ct} и поля $a_{эл}$, инициируемого поперечной компонентой электронного тока:

$$J = - e\rho_0 v_{\perp}. \quad (5)$$

Здесь ρ_0 — невозмущенная плотность электронного пучка, v_{\perp} — поперечная составляющая скорости электронов. Эта скорость может быть определена из решения уравнений движения электронов, при записи которых будем считать, что наряду с полем (4) на электроны действует продольное однородное магнитное поле $H_0 = H_0 z_0$,

$$\frac{dv_x}{dt} + \omega_H v_y = \frac{ev_{\parallel} \bar{h}}{m\gamma_0 c} a_{д0} \cos \bar{h}z, \quad (6)$$

$$\frac{dv_y}{dt} - \omega_H v_x = \frac{ev_{\parallel} \bar{h}}{m\gamma_0 c} a_{д0} \sin \bar{h}z,$$

где $\omega_H = eH_0/mc\gamma_0$ — гирочастота, v_{\parallel} — поступательная скорость, e — заряд электрона, m — масса покоя, γ — релятивистский масс-фактор. Считая, что поперечные отклонения не слишком велики, решая уравнения (6) в линейном приближении ($v_{\parallel} = v_{\parallel 0}$), для поперечной скорости электронов получим

$$v_{\perp} = \text{Re} \left[(x_0 + iy_0) \frac{ea_{д0}}{mc\gamma_0} G e^{i\bar{h}z} \right], \quad (7)$$

где $G = \Omega / (\Omega - \omega_H)$, $\Omega = \bar{h}v_{\parallel 0}$ — баунс-частота. Подставляя (5), (7) в уравнение (2), для амплитуды собственного магнитного поля электронного пучка получим

$$a_{эл} = - (\omega_{b\perp}^2 / \bar{h}^2 c^2) G a_{д0}, \quad (8)$$

где $\omega_{b\perp} = \sqrt{4\pi e^2 \rho_0 / m\gamma_0}$ — поперечная плазменная частота. В результате из соотношений (4), (8) для амплитуды действующего на электрон периодического магнитного поля имеем

* Диамагнитный эффект с учетом поперечной неоднородности ондуляторных полей рассмотрен в Приложении.

$$a_{до} = a_{ст} [1 + (G\omega_{b\perp}^2 / \hbar^2 c^2)]^{-1}. \quad (9)$$

Соответственно из (7) для амплитуды поперечной составляющей скорости электронов имеем

$$|v_{\perp}| = \frac{ea_{ст}}{mc\gamma_0} \frac{\Omega}{\Omega(1 + \omega_{b\perp}^2 / \hbar^2 c^2) - \omega_H}. \quad (10)$$

Проанализируем сначала выражения (9), (10) в отсутствие продольного магнитного поля ($\omega_H=0, G=1$). В этом случае по мере увеличения плотности пучка амплитуда действующего поля падает. Например, для ондулятора с периодом $d=3$ см при энергии электронов 0,5 МэВ ($\gamma_0=2$) амплитуда действующего поля становится вдвое ниже амплитуды приложенного поля, когда плотность тока достигает 10^4 А/см².

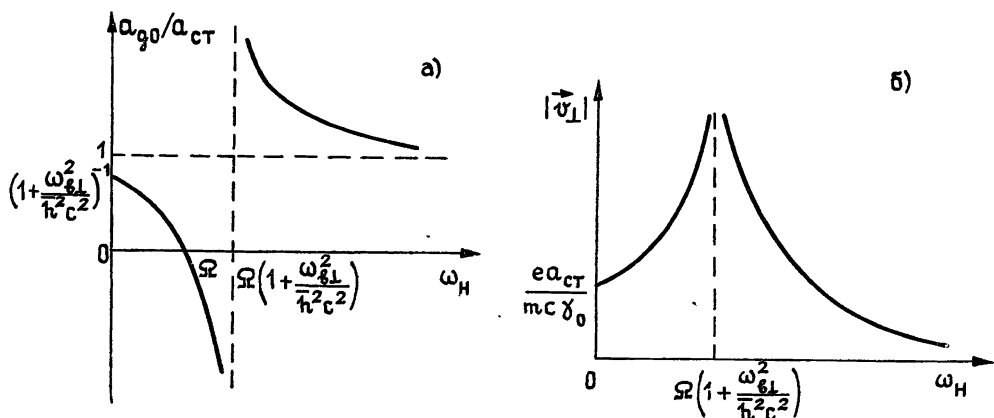


Рис. 1. Отношение амплитуд действующего и стороннего ондуляторных полей (а) и амплитуда поперечной осцилляторной скорости, приобретаемой электроном в поле ондулятора (б), в зависимости от величины продольного магнитного поля.

При наложении продольного магнитного поля ситуация усложняется (см. рис. 1). Сначала диамагнитное ослабление амплитуды действующего поля увеличивается и при $\omega_H = \Omega$ амплитуда действующего поля становится равной нулю. Далее при $\omega_H > \Omega$ происходит смена направления действующего поля (в каждой точке пространства вектор действующего магнитного поля противоположен вектору стороннего поля), а амплитуда действующего поля начинает расти, стремясь к бесконечности, когда

$$\omega_H = \Omega(1 + \omega_{b\perp}^2 / \hbar^2 c^2). \quad (11)$$

При таком значении гирочастоты становится бесконечно большой и амплитуда поперечной скорости. Таким образом, можно считать, что учет влияния электронного пучка на амплитуду магнитного поля приводит к сдвигу точки циклотронного резонанса. При $\omega_H > \Omega(1 + \omega_{b\perp}^2 / \hbar^2 c^2)$ происходит еще одна смена направления действующего поля, в результате которого векторы действующего и приложенного полей становятся опять параллельными, однако амплитуда действующего поля превосходит амплитуду приложенного поля, т. е. возникает парамагнитный эффект. При $\omega_H \gg \Omega$ продольное магнитное поле подавляет поперечные осцилляции электронов и $a_{до}/a_{ст} \rightarrow 1$.

2. Динамический механизм возбуждения РЭП периодических магнитных полей. Рассмотрим теперь влияние электронного пучка на напряженность статического магнитного поля в процессе усиления высокочастотной сигнальной волны, которую будем описывать вектор-потенциалом

$$A_s = \text{Re} \{ (x_0 + iy_0) \dot{a}_s \exp [i (\omega_s t - h_s z)] \}, \quad (12)$$

где $a_s(z)$ — медленно меняющаяся амплитуда волны.

При взаимодействии с полями (4), (12) при выполнении условий комбинационного синхронизма,

$$\omega_s - h_s v_{\parallel} = \bar{h} v_{\parallel}, \quad (13)$$

плотность электронного пучка оказывается промодулированной в продольном направлении и может быть представлена в виде ряда Фурье (см., например, [1]):

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n e^{in\theta} \right), \quad (14)$$

где $\rho_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-in\theta} d\theta$, $\theta = \omega_s t - (h_s + \bar{h})z$ — фаза электрона относи-

тельно комбинационной волны, $\theta_0 = \theta|_{z=0}$. Соответственно поперечные комбинационные (нелинейные) компоненты тока пучка $J_c = -e\rho v_{\perp}$ на частотах $\omega = \omega_s$ и $\omega = 0$ с учетом соотношений (7), (14) равны

$$J_{\omega=\omega_s} = -\frac{e^2 \rho_0}{2m\gamma_0 c} \text{Re} \{ (x_0 + iy_0) G a_{\perp} \rho_1 \exp [i (\omega_s t - h_s z)] \}; \quad (15)$$

$$J_{\omega=0} = -\frac{e^2 \rho_0}{2m\gamma_0 c} \text{Re} \{ (x_0 + iy_0) G a_s \rho_1^* e^{i\bar{h}z} \}, \quad (16)$$

где $a_{\perp} = a_{\perp 0} + a_{\perp}^{\text{днн}}$ — полная амплитуда статического магнитного поля, $a_{\perp}^{\text{днн}}$ — добавок к амплитуде, обусловленный взаимодействием электронов с сигнальной волной. Этот добавок определяется из уравнения (2) с правой частью, задаваемой соотношением (16), и равен [6]

$$a_{\perp}^{\text{днн}} = -(\omega_{b\perp}^2 / 2\bar{h}^2 c^2) G a_s \rho_1^*. \quad (17)$$

Для амплитуды сигнальной волны из волнового уравнения

$$\Delta A - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} J_{\omega=\omega_s} \quad (18)$$

после усреднения имеем

$$\frac{da_s}{dz} = \frac{i\omega_{b\perp}^2}{4h_s c^2} G a_{\perp} \rho_1. \quad (19)$$

Отметим, что возбуждение периодического статического магнитного поля и электромагнитной волны описывается существенно отличающимися уравнениями (ср. (2) с (18) и (17) с (19)). Дело в том, что электромагнитная волна является собственной волной среды, и если частота и волновое число возбуждающего тока удовлетворяют дисперсионному уравнению ($h_s^2 = \omega_s^2/c^2$), то возникает резонанс, в результате которого амплитуда волны растет с длиной по линейному закону. В вакууме периодическое магнитное поле не является собственной волной, вследствие чего при его возбуждении эффекты резонанса и накопления возмущений отсутствуют*. Поэтому, даже при одинаковых амплитудах токов (15) и (16), амплитуда магнитного поля будет в $\bar{h}L$ раз ниже (L — длина пространства взаимодействия), чем амплитуда электромагнитной волны.

Выше для удобства сравнения (17) с (19) не учитывалось, что дисперсионные свойства сигнальной волны в присутствии электронного

* Это обстоятельство не учитывалось в работе [7], что привело к ошибочному выводу о возможности взрывной неустойчивости в убитронах.

пучка будут отличаться от имеющих место в вакууме. С учетом линейной части диэлектрической проницаемости электронного пучка дисперсионное уравнение для сигнальной волны принимает вид

$$D(\omega_s, h_s) \equiv \omega_s^2 - c^2 h_s^2 + \frac{\omega_{b\perp}^2 (\omega_s - h_s v_{10})}{\omega_s - h_s v_{10} - \omega_H} = 0.$$

Соответствующая дисперсионная кривая изображена на рис. 2. Интересно отметить, что для ветви 1 фазовая скорость сигнальной волны меньше скорости света. При $\Omega < \omega_H$, когда точка, для которой выполнено условие синхронизма (13), лежит на этой ветви, влияние электронного пучка может приводить к увеличению коэффициента преобразования частоты по сравнению с вакуумом: $\omega_s/\Omega > 2\gamma_0^2$.

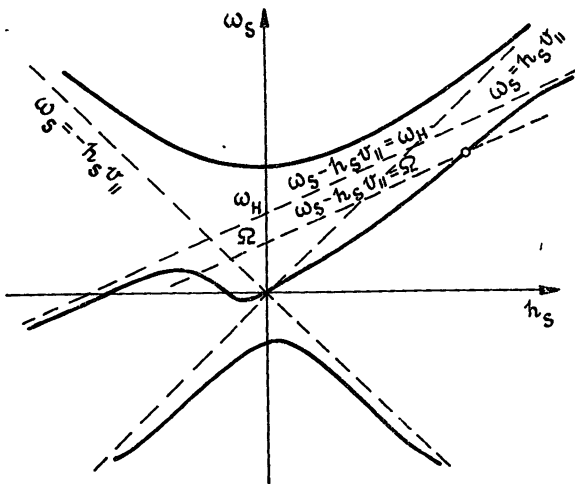


Рис. 2. Дисперсионная диаграмма электромагнитной волны с учетом дисперсии, вносимой замагниченным электронным пучком.

В диспергирующей среде уравнение возбуждения сигнальной волны нелинейным комбинационным током (15) может быть представлено в виде (ср. с [8])

$$\frac{da_s}{dz} = \frac{i\omega_{b\perp}^2}{2D'_{hs} c^2} G a_n \rho_1. \quad (19')$$

Для получения самоогласованной системы уравнений уравнения возбуждения (17), (19) необходимо дополнить усредненными уравнениями движения электронов.

Принимая во внимание, что на электроны действуют две синхронные продольные силы, усредненная пондеромоторная сила [1]

$$F_z^{\text{понт}} = (e^2/\mathcal{E}) \operatorname{Re} [iG (h_s + \bar{h}) a_s a_n^* e^{i\theta}] \quad (20)$$

(\mathcal{E} — энергия электронов) и сила кулоновского расталкивания электронных сгустков

$$F_z^{\text{кул}} = 4\pi e^2 \rho_0 \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i\rho_n}{n(h_s + \bar{h})} e^{in\theta} \right], \quad (21)$$

в предположении, что относительные потери энергии частиц невелики ($(\mathcal{E}_0 - \mathcal{E})/\mathcal{E}_0 \ll 1$), представим усредненные уравнения движения электронов в виде

$$\frac{d^2 \theta}{dZ^2} = \operatorname{Im} \left[\mu G a_s a_n^* e^{i\theta} + \frac{\omega_{b\parallel}^2}{\omega_s^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_n}{n} e^{in\theta} \right], \quad (22)$$

$$\theta|_{Z=0} = \theta_0, \quad 0 < \theta_0 \leq 2\pi, \quad \left. \frac{d\theta}{dZ} \right|_{Z=0} = -\delta.$$

Здесь $Z = \omega_s z/c$ — безразмерная продольная координата, $\mu = \gamma_0^{-2} \beta_{\parallel 0}^{-3}$ — параметр группировки, $\omega_{b\parallel} = \omega_{b\perp}/\gamma_0$ — «продольная» плазменная частота, $\delta = (h_s + \bar{h})c/\omega_s - c/v_{\parallel 0}$ — начальная расстройка комбинационного синхронизма,

$$\dot{\alpha}_\perp = \alpha_{\perp 0} - (\omega_{b\perp}^3 / \hbar^2 c^2) G \alpha_s \rho_1^* \quad (23)$$

$$\alpha_{\perp 0} = \frac{ea_{\perp 0}}{mc^2 \rho_0 \beta_{\parallel 0}^{1/2}}, \quad \alpha_s = \frac{ea_s}{mc^2 \gamma_0 \beta_{\parallel 0}^{1/2}} \text{ — безразмерные амплитуды полей,}$$

$$\beta_{\parallel} = v_{\parallel} / c.$$

Систему уравнений (19), (22), (23) с помощью замены переменных $\xi = ZC$, $\Delta = \delta C^{-1}$, $F_s = \mu \alpha_s \alpha_{\perp 0} C^{-2}$ удобно привести к виду, содержащему минимальное число независимых параметров:

$$\frac{d^2 \theta}{d\zeta^2} = \text{Im} \left[F_s (1 - \varepsilon F_s^* \rho_1) e^{i\theta} + q^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_n}{n} e^{in\theta} \right]; \quad (24)$$

$$\frac{dF_s}{d\zeta} = i\rho_1 (1 - \varepsilon F_s \rho_1^*). \quad (25)$$

Здесь $C = \left(\frac{\mu \omega_{b\perp}^2 G \alpha_{\perp 0}^2}{2D'_{hs} \omega_s c} \right)^{1/3}$ — параметр усиления, $q = \frac{\omega_{b\parallel}}{\beta_{\parallel 0} \omega_s} C^{-1}$ — параметр пространственного заряда, $\varepsilon = \frac{\omega_{b\perp}^2 C^2}{2\hbar^2 c^2 \alpha_{\perp 0}^2 \mu}$ — параметр, харак-

теризующий степень влияния электронного пучка на амплитуду магнитного поля. В случае $\varepsilon \ll 1$, когда это влияние пренебрежимо мало, уравнения (19), (20) редуцируются к известному виду [1].

Установить, в какую сторону меняется амплитуда статического магнитного поля в процессе усиления сигнальной волны, можно уже в рамках теории малого сигнала. Представляя фазу электрона в виде $\theta = \theta_0 - \Delta \zeta + \tilde{\theta}$, где $|\tilde{\theta}| \ll 1$, и линеаризуя уравнения (24), (25), получим

$$\frac{d^2 \tilde{\rho}}{d\zeta^2} + q^2 \tilde{\rho} = -\tilde{F}_s, \quad \frac{d\tilde{F}_s}{d\zeta} + i\Delta \tilde{F}_s = \tilde{\rho}; \quad (26)$$

$$\tilde{\rho}|_{\zeta=0} = 0, \quad \left. \frac{d\tilde{\rho}}{d\zeta} \right|_{\zeta=0} = 0, \quad \tilde{F}_s|_{\zeta=0} = F_{s0}, \quad (27)$$

где $\tilde{\rho} = -\frac{i}{\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{\theta} e^{-i\theta_0} d\theta_0$, $\tilde{F}_s = F_s e^{-i\Delta \zeta}$. Решение (21) следует искать в

виде $\tilde{\rho}, \tilde{F}_s \sim e^{-i\Gamma \zeta}$. Тогда для постоянных распространения нормальных волн Γ получим дисперсионное уравнение

$$(\Gamma - \Delta)(\Gamma^2 - q^2) + 1 = 0. \quad (28)$$

Рассмотрим сначала случай малого пространственного заряда $q \ll 1$ и точного синхронизма $\Delta = 0$, когда корни уравнения (28) равны

$$\Gamma_{1,2} = \frac{1}{2} \pm i \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \Gamma_3 = -1. \text{ Запишем для простоты решение уравнений}$$

(21) с граничными условиями (22) при достаточно большой длине $\xi \gg 1$, когда из трех нормальных волн существенна только одна нарастающая волна:

$$\tilde{F}_s = \frac{F_{s0}}{3} e^{-i\Gamma_1 \zeta}, \quad \tilde{\rho} = \frac{F_{s0}}{3\Gamma_1^2} e^{-i\Gamma_1 \zeta}. \quad (29)$$

Тогда для амплитуды периодического магнитного поля имеем

$$\alpha_\perp = \alpha_{\perp 0} (1 - \varepsilon F_s \rho_1^*) = \alpha_{\perp 0} \left[1 + \frac{\varepsilon |F_{s0}|^2}{18} (1 - i\sqrt{3}) e^{\sqrt{3}\zeta} \right]. \quad (30)$$

В случае большого пространственного заряда ($q \gg 1$) при резонансе электромагнитной волны с медленной волной пространственного заряда пучка ($\Delta = q$) взаимодействием с быстрой волной ($\Gamma_3 = -q$) можно пренебречь. Постоянные распространения нормальных волн в этом случае, согласно (23), равны $\Gamma_{1,2} = q \pm i/\sqrt{2q}$, что позволяет представить продольное распределение амплитуды сигнальной волны и плотности пучка в виде

$$\tilde{F}_s = F_{s0} \operatorname{ch} \frac{\zeta}{\sqrt{2q}}, \quad \tilde{\rho} = -\frac{iF_{s0}}{\sqrt{2q}} \operatorname{sh} \frac{\zeta}{\sqrt{2q}}. \quad (31)$$

Соответственно

$$\alpha_d = \alpha_{d0} \left[1 + \frac{i|F_{s0}|^2}{2\sqrt{2q}} \operatorname{sh} \frac{2\zeta}{\sqrt{2q}} \right]. \quad (32)$$

Как видно из выражений (25), (27) в процессе усиления сигнальной волны происходит увеличение амплитуды периодического поля, одновременно возникает сдвиг фазы этого поля.

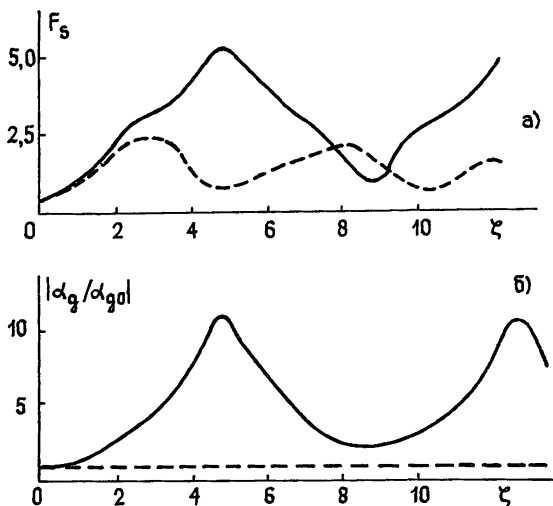


Рис. 3. Зависимость амплитуд сигнальной волны (а) и действующего ондуляторного поля (б) с учетом (сплошная линия, $\varepsilon = 1$) и без учета (пунктир, $\varepsilon = 0$) динамического механизма возбуждения РЭП собственных магнитостатических полей: $q = 0$, $\Delta = 0$.

Эти выводы подтверждаются и интегрированием на ЭВМ нелинейной системы уравнений (24), (25) в режиме большого сигнала. При малом влиянии кулоновского расталкивания электронов ($q \ll 1$) наиболее существен эффект роста амплитуды суммарного ондуляторного поля — парамагнитный эффект*. Как видно из рис. 3, при $\varepsilon = 1$ и $q = 0$ происходит более чем десятикратное возрастание амплитуды ондуляторного поля. Вследствие увеличения связи электронов с сигнальной волной одновременно возрастает максимальная амплитуда сигнальной волны (по сравнению со случаем $\varepsilon = 0$ в два раза). Соответственно возрастает и электронный кпд (примерно в четыре раза).

Отмеченный выше сдвиг фазы суммарного ондуляторного поля в процессе усиления сигнальной волны может приводить к неизвестному ранее механизму насыщения усиления в убитронах, который обусловлен возникновением нелинейной расстройки синхронизма. В чистом виде этот механизм насыщения должен проявляться при малой амплитуде сигнальной волны, когда захват электронов комбинационной волной несуществен и движение электронов может быть описано линейным приближением ($F_s \ll 1$). Исследуем здесь новый механизм насыщения для случая плотных пучков $q \gg 1$, предполагая, что имеет место синхронизм с медленной волной пространственного заряда:

* Следует отметить, что значения параметров ε и q могут выбираться независимо друг от друга, поскольку существует возможность уменьшения влияния кулоновского расталкивания электронных сгустков путем приближения электронного пучка к металлической стенке.

$\Delta = q$. Представляя в уравнениях (27) амплитуду сигнальной волны и первую гармонику плотности пучка в виде $\tilde{F}_s = \bar{F}_s e^{-iq\zeta}$, $\tilde{\rho} = -iF_p e^{-iq\zeta}$, где $F_p(\zeta)$ — амплитуда медленной волны пространственного заряда, и одновременно учитывая влияние пучка на амплитуду магнитного поля из (26), (23), получаем

$$\frac{d\bar{F}_p}{d\bar{\zeta}} = \bar{F}_s (1 - i\bar{\varepsilon} \bar{F}_s \bar{F}_p^*), \quad \frac{d\bar{F}_s}{d\bar{\zeta}} = \bar{F}_p (1 + i\bar{\varepsilon} \bar{F}_s^* \bar{F}_p), \quad (33)$$

где $\bar{F}_p = \sqrt{2q} F_p$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon / \sqrt{2q}$, $\bar{\zeta} = \zeta / \sqrt{2q}$.

Далее, представляя комплексные амплитуды в виде $\bar{F}_p = f_p e^{i\varphi_p}$, $\bar{F}_s = f_s e^{i\varphi_s}$, удобно перейти к уравнениям для амплитуд волн $f_{s,p}$ и разностной фазы $\varphi = \varphi_s - \varphi_p$:

$$\begin{aligned} \frac{df_s}{d\bar{\zeta}} &= f_p \cos \varphi, & \frac{df_p}{d\bar{\zeta}} &= f_s \cos \varphi, \\ \frac{d\varphi}{d\bar{\zeta}} &= - \left(\frac{f_p}{f_s} + \frac{f_s}{f_p} \right) \sin \varphi + \bar{\varepsilon} (f_s^2 + f_p^2), \end{aligned} \quad (34)$$

$$f_s|_{\bar{\zeta}=0} = f_{s0}, \quad f_p|_{\bar{\zeta}=0} = 0, \quad \varphi|_{\bar{\zeta}=0} = 0.$$

Как следует из уравнений (33), (34), при $\bar{\varepsilon} = 0$ происходит безграничный рост амплитуд волн, ограничение роста амплитуд имеет место при $\bar{\varepsilon} \neq 0$ и связано с нелинейной расстройкой синхронизма. Определить максимальный уровень амплитуд волн можно, используя интегралы уравнений (34):

$$f_s^2 - f_p^2 = f_{s0}^2; \quad (35)$$

$$\sin \varphi = \frac{\bar{\varepsilon} f_s \sqrt{f_s^2 - f_{s0}^2}}{2}. \quad (36)$$

Максимальный уровень амплитуд волн достигается, когда фаза φ обращается в $\pi/2$

$$(f_s/f_{s0})_{\max} = \sqrt{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{f_{s0}^2 \bar{\varepsilon}^2}}}. \quad (37)$$

С учетом соотношения (36) для модуля амплитуды магнитного поля имеем

$$|\alpha_d| = \alpha_{d0} \sqrt{1 + \bar{\varepsilon}^2 f_s^2 f_p^2 - 2\bar{\varepsilon} f_s f_p \sin \varphi} = \alpha_{d0}, \quad (38)$$

т. е. в рассматриваемом режиме модуль амплитуды магнитного поля сохраняется, сдвигается лишь фаза этого поля. Этот результат согласуется с результатами численного решения уравнений (24), (25) при $\varepsilon \gg 1$, $q \gg 1$. Максимальные значения амплитуды сигнальной волны совпадают с определяемыми из формулы (37).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим здесь диамагнитный эффект с учетом поперечной неоднородности магнитного поля, которая неизбежна, если сторонние источники локализованы вне электронного пучка. Начнем с модели убитрона с плоским ондулятором, поле которого может быть задано в виде

$$A_{ст} = \text{Re} (y_0 a_{ст} \text{ch } \bar{h} x e^{i\bar{h} z}), \quad (\text{П.1})$$

Предположим, что электронный пучок представляет собой слой, имеющий толщину $2b$ по координате x и безграничный по координате y .

Для амплитуды инициируемого электронным пучком магнитного поля из уравнения (2) с учетом соотношений (4)–(6) имеем

$$\frac{d^2 a_{эл}}{dX^2} - a_{эл} = \begin{cases} p^2 (a_{ст} \operatorname{ch} X + a_{эл}) & X \in [-B, B] \\ 0 & X \notin [-B, B] \end{cases}, \quad (\text{П.2})$$

где $X = \bar{h}x$, $B = \bar{h}b$, $p = \omega_{b\perp} / \bar{h}c$. Решение (П.2) может быть представлено в виде

$$a_{эл} = \begin{cases} g \operatorname{ch} \sqrt{1+p^2} X - a_{ст} \operatorname{ch} X & -B < X < B \\ s e^{-X} & X > B \\ s e^X & X < -B \end{cases}. \quad (\text{П.3})$$

Сшивая при $X = \pm B$ нормальные и тангенциальные компоненты магнитного поля, найдем произвольные постоянные в соотношениях (П.3):

$$g = a_{ст} e^B (\operatorname{ch} \sqrt{1+p^2} B + \sqrt{1+p^2} \operatorname{sh} \sqrt{1+p^2} B)^{-1}, \quad (\text{П.4})$$

$$s = a_{ст} [e^{2B} \operatorname{ch} \sqrt{1+p^2} B (\operatorname{ch} \sqrt{1+p^2} B + \sqrt{1+p^2} \operatorname{sh} \sqrt{1+p^2} B)^{-1} - e^B \operatorname{ch} B].$$

В результате для амплитуды магнитного поля, действующего в объеме электронного пучка, имеем

$$a_d = a_{ст} \operatorname{ch} X + a_{эл} = g \operatorname{ch} (\sqrt{1+p^2} X). \quad (\text{П.5})$$

Согласно (П. 5) скорость спадания амплитуды магнитного поля от периферии к оси электронного пучка возрастает с увеличением плотности пучка.

Аналогичные результаты получаются и для убитрона с ондулятором, обладающим круговой симметрией, когда

$$A_{ст} = \operatorname{Re} [\varphi_0 a_{ст} I_1(\bar{h}z) e^{i\bar{h}z}] \quad (\text{П.6})$$

(r, φ — полярные координаты). Для амплитуды магнитного поля, действующего в объеме цилиндрического электронного пучка радиуса b , имеем

$$a_d = g I_1(\sqrt{1+p^2} R), \quad (\text{П.7})$$

где

$$g = a_{ст} \frac{I_1'(B) K_1(B) - I_1(B) K_1'(B)}{I_1(\sqrt{1+p^2} B) K_1'(B) + \sqrt{1+p^2} I_1'(\sqrt{1+p^2} B) K_1(B)}.$$

Здесь I_1, K_1, I_1', K_1' — модифицированные функции Бесселя и Ганкеля и их производные, $R = \bar{h}r$, $B = \bar{h}b$.

Автор признателен В. Л. Братману и М. И. Петелину за полезные обсуждения и А. С. Сергееву за помощь в проведении численных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И., Сморгонский А. В. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР, 1979, с. 217.
2. Карбушев Н. И., Рухадзе А. А., Федотов А. В., Шаткус А. Д., Шкварунец А. Г. Препринт ФИАН № 84, М., 1982.
3. Гинзбург Н. С. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР, 1983, вып. 3, с. 26.
4. Ковалев Н. Ф. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР, 1984, вып. 4, с. 5.
5. Джексон Дж. Классическая электродинамика. — М.: Мир, 1965.
6. Гинзбург Н. С. — ЖТФ, 1985, 55, № 1, с. 55.
7. Кулиш В. В., Милюков В. В. — Укр. физ. журн., 1984, 29, № 2, с. 300.
8. Гапонов А. В., Островский Л. А., Рабинович М. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1970, 13, № 2, с. 164.

DIAMAGNETIC AND PARAMAGNETIC EFFECTS IN FREE-ELECTRON LASERS BASED ON INDUCED UNDULATORY RADIATION

N. S. Ginzburg

Influence of high-current relativistic electron beams (REB) on the undulatory field intensity in FEL ubitrons is investigated. There are two mechanisms by which REB induces periodic magnetostatic eigenfields: (1) a static mechanism taking place during stationary motion of REB in the undulatory field and (2) a dynamic mechanism taking place at amplification of the signal electromagnetic wave. Magnetostatic eigenfields of REB can be phased with external undulatory field thereby decreasing or increasing the sum undulator field amplitude or leading to the phase shift of the undulator field. This last effect, essential for high-density beams, gives rise to a nonlinear mismatch of synchronism which restricts the signal wave growth.

ВНИМАНИЮ АВТОРОВ!

Всесоюзное агентство по авторским правам (ВААП) сообщает, что журнал «Радиофизика», изданный в СССР в 1980—82 гг., перепечатан за рубежом. Гонорар, поступивший за право его перепечатки, выплачивается по желанию авторов в рублях или чеках Внешпосылторга.

Для получения гонорара авторам необходимо оформить справку-заявление и направить ее на расчет по адресу:

103670, Москва, ул. Б. Бронная, 6-а, Валютное управление ВААП.

Агентство также извещает авторов о следующем:

— 1 сентября 1986 г. прекращается прием справок-заявлений на выплату гонорара за статьи, опубликованные в журнале в 1980 г.;

— 1 декабря 1986 г. прекращается прием справок-заявлений на выплату гонорара за статьи, опубликованные в 1981 г.;

— 1 января 1987 г. прекращается прием справок-заявлений на выплату гонорара за перепечатку за рубежом статей, опубликованных в журнале в 1982 г.
