ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIX, № 11 РАДИОФИЗИКА 1986

УДК 538.57

НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ЗАТУХАНИЕ ЛЕНГМЮРОВСКИХ ИМПУЛЬСОВ В ПЛАЗМЕ

Д. В. Красовицкий

Рассмотрено бесстолкновительное затухание коротких ленгмюровских импульсов в плазме, когда время пролета резонансного электрона через импульс мало по сравнению со временем затухания волны (обратным затуханием Ландау). Показано, что информация об импульсе, записанная в фазовой памяти ускоренных электронов в системе отсчета фазовой скорости волны, позволяет восстановить форму импульса в системе отсчета плазмы. Затухание становится нелинейным, когда приращение скорости электрона в поле импульса сравнимо (или превосходит) с групповой скоростью волны. Импульс с площадью, равной нулю, распространяется в плазме без затухания.

Известно [1, 2], что энергия монохроматической ленгмюровской волны в плазме преобразуется в энергию резонансных электронов за время порядка γ^{-1} (γ — затухание Ландау). При этом задача является пространственно однородной и амплитуда поля экспоненциально убывает со временем равномерно по всей длине плазмы. Однако представление ленгмюровских возмущений в виде плоской волны с зависящей от времени амплитудой возможно лишь для достаточно широких волновых пакетов, когда время пролета резонансного электрона через импульс $\Delta t=\Lambda/|v_{\text{гр}}-v_{\text{ф}}|$ (Λ — ширина импульса, $v_{\text{гр}}$ и $v_{\text{ф}}$ — групповая и фазовая скорости) достаточно велико: $\Delta t\gg\gamma^{-1}$ и амплитуда поля вдоль траектории резонансного электрона не успевает измениться из-за конвективного сноса колебаний.

При нарушении этого неравенства электрон за время γ^{-1} успевает значительно сместиться вдоль волнового пакета и возникает необходимость учета формы импульса. Последний эффект становится особенно существенным в рассматриваемом ниже случае

$$\Delta t \ll \gamma^{-1}, \tag{1}$$

когда за время столкновения с электроном изменение энергии поля мало и затухание такого короткого импульса определяется последовательным взаимодействием с большим числом пролетающих через него резонансных электронов. При этом в системе отсчета фазовой скорости волны, в которой резонансные электроны покоятся, реализуется ситуация, аналогичная возникающей при распространении короткого оптического импульса в резонансной среде [3], причем роль активных атомов играют резонансные электроны. При $t\gg\Delta t$ импульс уходит из каждой фиксированной точки пространства, однако информация о нем остается в пространственном распределении электронов, ускоренных в поле импульса. Поэтому, восстанавливая функцию распределения по траекториям отдельных электронов, можно определить изменение плотности резонансных частиц после прохождения импульса. Такой подход приводит к дифференциальному уравнению для интегральной характеристики импульса $S(x)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}E(t,x)\,dt$ (площади импульса [3]), которое в общем случае является нелинейным. Обратная длина релаксации функции $S(x)$ является пространственным масштабом затухания импульса в системе отсчета фазовой скорости волны.

Согласно работам [4–6] затухание Ландау становится нелинейным при $t \gtrsim \tau_ф = (m/eEk)^{1/2}$ из-за возникновения нелинейных осцилляций резонансных электронов в поле плоской монохроматической волны. Но в рассматриваемом нами случае пространственно ограниченного импульса появляется дополнительный временной параметр Δt и при выполнении неравенства

$$\Delta t \ll \tau_ф \tag{2}$$

эффекты фазовых колебаний не успевают проявиться за время пролета электрона через импульс.

Однако линейность траекторий электронов еще не является критерием линейности декремента. Действительно, обычно используемое разложение в ряд [6]

$$f(v_ф - V_{NL}) = f(v_ф) - f'(v_ф) V_{NL} \tag{3}$$

учитывает нелинейность функции распределения, обусловленную нелинейным характером движения электрона в поле волны. Для максвелловской функции условием применимости (3) является неравенство

$$v_ф V_{NL}/v_T^2 \ll 1\,. \tag{4}$$

Ясно, что в области малых тепловых скоростей v_T это условие нарушается и функция распределения $f(v_ф - V_L)$ является нелинейной даже при линейной добавке V_L к начальной скорости резонансных электронов. Именно этот случай, когда в силу неравенства (2) нелинейные фазовые колебания не возникают, а декремент является нелинейным из-за значительного искажения функции распределения в поле короткого ленгмюровского импульса, рассмотрен в настоящей работе.

Предположим, что фазовая скорость волны значительно превосходит тепловую скорость электронов плазмы $v_ф \gg v_T$ и только небольшая группа резонансных частиц с плотностью $n_R \ll n_p$ требует кинетического рассмотрения. Основная часть электронов может быть описана системой уравнений гидродинамики и уравнением Пуассона:

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial x}(\hat{q} + \omega_p^2)\,\mathscr{E}(t, x) = 4\pi e \hat{q} n_R(t, x)\,,\\ \hat{q} = \left(\frac{\partial}{\partial t} - v_ф \frac{\partial}{\partial x}\right)^2 - \frac{3}{2} v_T^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\end{gathered} \tag{5}$$

($\omega_p^2 = 4\pi e^2 n_p/m$, n_p — плотность плазмы). Будем искать решение (5) в виде импульса огибающей вида

$$\mathscr{E}(t, x) = \operatorname{Re} E(t, x) \exp(ikx)\,, \tag{6}$$

$$\omega^2 = k^2 v_ф^2 = \omega_p^2 + (3/2) k^2 v_T^2, \quad E_t' \ll \omega E, \quad E_x' \ll kE,$$

где ω и k — несущие частота и волновое число. Из (5) и (6) следует уравнение для медленно изменяющейся со временем и координатой амплитуды поля:

$$\begin{gathered}\left[\frac{\partial}{\partial t} + (v_{гр} - v_ф)\frac{\partial}{\partial x}\right] E(t, x) = -2e\omega_p \int_0^\lambda \exp(-ikx)\, n_R(t, x)\, dx\,,\\ v_{гр} = ((3/2)\varepsilon)^{1/2} v_T, \quad \varepsilon = 1 - (\omega_p^2/\omega^2), \quad v_{гр} v_ф = (3/2) v_T^2, \quad \lambda = 2\pi/k.\end{gathered} \tag{7}$$

Плотность резонансных частиц определяется методом интегрирования кинетического уравнения по траекториям [6]

$$n_R(t, x) = \int f[v_0(t, x, v)]\, dv\,, \tag{8}$$

где интегрирование проводится по области $|v - v_ф| \leqslant (k\Delta t)^{-1}$, а $\bar{v}_0$ — интеграл движения электрона в самосогласованном поле:

$$\ddot{x}(\tau) = (e/m) E[\tau, x(\tau)] \cos[kx(\tau)]. \qquad (9)$$

Для коротких импульсов, удовлетворяющих условию (2), траектория остается линейной и имеет вид

$$x(\tau) = x_0 + v_0(\tau - t_0), \quad v(\tau) = v_0 + V(\tau),$$
$$V(\tau) = (e/m)\int_{t_0}^{\tau} E[\tau', x(\tau')] \cos kx(\tau') d\tau'. \qquad (10)$$

Из формул (7), (8) и (10) следует соотношение

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (v_{гр} - v_ф)\frac{\partial}{\partial x}\right] E(t, x) =$$
$$= -\frac{2e\omega_p}{k}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\Delta v} dv \exp[-i(\varphi + kvt)] f[v - V(t, x, \varphi, v)], \qquad (11)$$
$$V(t, x, \varphi, v) = (e/m)\int_{t_0}^{t} E[\tau, x + v(\tau - t)] \cos(\varphi + kv\tau) d\tau.$$

Следуя работе [3], исключим зависимость от времени, интегрируя обе части (11) в пределах от t_0 до $t \to \infty$. Тогда, учитывая, что при $t > \Delta t$ резонансный электрон слабо взаимодействует с прошедшим мимо него импульсом, заменим $t \to \infty$ в формуле для $V(t, x, \varphi, v)$ и вынесем $f(t \to \infty)$ за знак интеграла по времени. После этого интеграл по скоростям вычисляется с помощью дельта-функции:

$$\pi\delta(kv) = \lim_{t\to\infty}\int_{t_0}^{t} \exp[-ikv(t - t_0)] dt.$$

Далее, учитывая произвольный характер параметра t_0, положим $t_0 = -\infty$ и в левой части равенства опустим слагаемое $E(\pm\infty, x) = 0$. После этих преобразований из соотношения (11) следует дифференциальное уравнение

$$V'(x) = \frac{\omega_p^3}{2k^2 n_p (v_ф - v_{гр})}\int_0^{2\pi} f[v_ф - V(x)\cos\varphi] \cos\varphi d\varphi,$$
$$V(x) = (e/m)\int_{-\infty}^{\infty} E(t, x) dt, \qquad (12)$$

описывающее пространственную релаксацию площади импульса $S(x) = (m/e) V(x)$. Таким образом, вычисляя приращение скорости резонансных электронов в системе фазовой скорости волны, мы получаем информацию об ушедшем импульсе, записанную в фазовой памяти ускоренных частиц. Отметим, что формула (12) является аналогом теоремы площадей в оптике [3].

Конкретизируем общую формулу (12), считая функцию распределения максвелловской:

$$\theta'(x) = \frac{\alpha_0}{2\pi q}\int_0^{2\pi} \exp(q\theta\cos\varphi - \theta^2\cos^2\varphi)\cos\varphi d\varphi,$$
$$\theta = V/v_T, \quad \alpha_0 = \gamma/(v_ф - v_{гр}), \quad q = v_ф/v_T \gg 1, \qquad (13)$$

где $\gamma=\pi^{1/2}\omega_p q^3 \exp(-q^2)$ — затухание Ландау [1,2]. Как уже отмечено выше, если параметр $q\theta\sim 1$ и приращение скорости электрона V сравнимо с групповой скоростью $v_{\text{гр}}$, то экспонента в (13) не может быть разложена в ряд и пространственное распределение поля оказывается нелинейным. Представляя экспоненту в виде ряда по модифицированным функциям Бесселя [7] и выполняя интегрирование, определим пространственный декремент следующим образом:

$$\alpha(\theta) = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{\alpha_0}{q\theta} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2}\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n I_n\left(-\frac{\theta^2}{2}\right) I_{2n-1}(2q\theta). \qquad (14)$$

Уравнение (14) имеет тривиальное решение $\theta'=\theta=0$, и, следовательно, ленгмюровский импульс с площадью, равной нулю, распространяется в плазме без изменения площади, так как энергия пролетающего через него электрона не изменяется.

Если $\theta^2 \ll 1$, то в сумме (14) можно удержать только одно слагаемое $n=0$:

$$\alpha(\theta) = \alpha_0(I_1(2q\theta)/q\theta). \qquad (15)$$

Отсюда следует, что декремент является линейным, $\alpha(\theta)\sim\alpha_0$, только при $2q\theta\ll 1$, т. е. в размерных переменных $V\ll v_{\text{гр}}$. При больших амплитудах поля ($q\theta\gg 1$) функции $I_{2n-1}(2q\theta)$ можно заменить асимптотиками и вынести за знак суммы. Суммирование оставшегося ряда приводит к следующей асимптотической формуле:

$$\alpha(\theta) = (\alpha_0/(4\pi q^3\theta^3)^{1/2}) \exp(2q\theta-\theta^2). \qquad (16)$$

Заметим, что декремент, по определению, положителен и возмущение, возникающее в точке $x=0$, затухает в области $x<0$, где импульс распространяется со скоростью $v_{\text{гр}}-v_{\text{ф}}<0$.

Можно конкретизировать форму импульса, представляя амплитуду поля в виде

$$E(t,x) = \mathscr{E}(x) F\left[(x+(v_{\text{ф}}-v_{\text{гр}})t)/\Lambda\right],$$
$$S(x) = \mathscr{E}(x)\Delta t \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi)\,d\xi, \quad \Delta t=\Lambda/(v_{\text{ф}}-v_{\text{гр}}). \qquad (17)$$

В отсутствие резонансных частиц $n_R=0$ и вторых производных от амплитуды, учитывающих дисперсионное расплывание импульса и опущенных при переходе от (5) к (7), форм-фактор F является произвольным, а функция $\mathscr{E}(x)$ задается уравнением (14). Очевидно, что такое представление волны имеет физический смысл при выполнении неравенства (1), так как в противном случае импульс затухнет раньше, чем успеет сформироваться. В системе отсчета плазмы $x'=x+v_{\text{ф}}t$, где импульс движется со скоростью $v_{\text{гр}}$ вдоль оси x', затухание волны является пространственно-временным.

В заключение работы отметим следующее:

Изменение амплитуды короткого ленгмюровского импульса в каждой точке пространства обусловлено конвективным сносом колебаний и бесстолкновительным затуханием Ландау. Затухание становится нелинейным, если приращение скорости электрона в поле импульса сравнивается с групповой скоростью волны. Импульс с площадью, равной нулю, не затухает, так как пролетающий через него электрон не изменяет своей энергии.

Развитая выше теория может найти применение в экспериментах в постановке работы [8], когда ленгмюровский импульс создается при подаче на возбуждающую сетку короткого электрического импульса, а распространение волнового пакета фиксируется системой зондов, расположенных вдоль плазменного волновода.

В астрофизических условиях короткие ленгмюровские импульсы огибающей в плазме солнечного ветра наблюдались в магнитосфере Юпитера во время пролета ракет «Вояджер» [9].

Автор благодарен В. Б. Красовицкому за детальное обсуждение работы и В. Д. Шапиро за полезное замечание.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д. — ЖЭТФ, 1946, 16, с. 574.
2. J. Dawson — Phys. Fluids, 1961, 4, № 7, p. 869.
3. MacCall S. L., Hahn E. L. — Phys. Rev. Lett., 1967, 18, № 21, p. 908.
4. O'Neil Th. — Phys. Fluids, 1965, 8, № 12, p. 2255.
5. Мазитов Р. К. — ПМТФ, 1965, 1, с. 27.
6. Шапиро В. Д., Шевченко В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 5—6, с. 691.
7. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. — М.: Наука, 1979, с. 197.
8. Криворучко С. М., Файнберг Я. Б., Шапиро В. Д., Шевченко В. И.— ЖЭТФ, 1974, 67, вып. 6(12), с. 2092.
9. Gurnett D. A. at. el. — J. Geophys. Res., 1981, 86 A, p. 8833.

Ростовский государственный
университет

Поступила в редакцию
26 ноября 1984 г.,
после переработки
9 декабря 1985 г.

NONLINEAR SPATIAL DAMPING OF LANGMUIR PULSES IN PLASMA

D. V. Krasovitskij

Accelerated electron current space distribution induced by short longitudinal pulse is found. The spatial damping length determined by the analogy with time Landau damping is obtained. If the velocity increase of resonant electron is quite comparable with and is close to the group velocity of plasma the spatial damping coefficient becomes non-linear.