

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ
И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ**

УДК 550 338.2

**О ВОЗБУЖДЕНИИ ПОПЕРЕЧНЫХ РЕЗОНАНСОВ ПОЛОСТИ
ЗЕМЛЯ — ИОНОСФЕРА ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ТОКОМ**

В. А. Рафальский

В работе [1] решена задача о собственных колебаниях полости Земля — ионосфера. Кроме известного набора резонансных частот в диапазоне единиц и десятков герц (шумановские резонансы) в ней были получены собственные колебания с частотой в единицы килогерц, названные поперечными резонансами. Задача о возбуждении таких резонансов вертикальным грозovým разрядом рассматривалась в [2]. Поскольку преобладающая часть молний происходит в направлениях, близких к горизонтальному (около 75%, см. [3]), естественное внимание привлекает случай возбуждения промежутка между Землей и ионосферой горизонтальным разрядом. Несмотря на это, в обширной литературе, посвященной распространению атмосфериков, горизонтальные источники практически не рассматриваются.

Пусть имеется горизонтальный электрический диполь, расположенный на высоте $z=z_0$ над идеально проводящей поверхностью Земли в плоскости $\varphi=0$ цилиндрической системы координат. Ионосфера, нижняя граница которой лежит на высоте $z=h$, представляет собой изотропную среду с параметрами $\sigma=\sigma(z)$, ϵ_0 , μ_0 . Поля в рассматриваемом диэлектрическом промежутке могут быть найдены с использованием известных представлений полей вертикальных электрического и магнитного диполей [4, 5] при помощи теоремы взаимности (подобно тому, как это сделано в [6]). Поместим в точку наблюдения с координатами ρ , φ , z вспомогательные электрический, а затем магнитный диполи с единичными дипольными моментами. Применяя теорему взаимности, получим для искоемых полей

$$E_z = -i\eta_0 d \cos \varphi \sum_{p=0}^{\infty} \delta_p C_p S_p \sin(kC_p z_0) \cos(kC_p z) H_1^{(1)}(kS_p \rho), \tag{1}$$

$$H_z = d \sin \varphi \sum_{p=0}^{\infty} \tilde{\delta}_p \tilde{S}_p \sin(k\tilde{C}_p z_0) \sin(k\tilde{C}_p z) H_1^{(1)}(k\tilde{S}_p \rho),$$

где η_0 — волновое сопротивление вакуума, $d = J ds ik/2h$, $J ds$ — токовый момент источника, C_p , \tilde{C}_p — поперечные собственные числа рассматриваемого волновода соответственно для волн электрического (ТМ) и магнитного (ТЕ) типа,

$$S_p^2 = 1 - C_p^2, \quad \tilde{S}_p^2 = 1 - \tilde{C}_p^2,$$

$$\delta_p = \left[1 - \frac{i}{2khR(c)} \frac{dR}{dc} \right]^{-1} \Big|_{C=C_p}, \quad \tilde{\delta}_p = \left[1 - \frac{i}{2kh\tilde{R}(c)} \frac{d\tilde{R}}{dC} \right]^{-1} \Big|_{C=\tilde{C}_p},$$

$R(c)$, $\tilde{R}(c)$ — коэффициенты отражения плоской волны от ионосферы соответственно для вертикально и горизонтально поляризованных волн, C имеет смысл косинуса угла падения, $H_1^{(1)}(x)$ — функция Ханкеля первого рода*.

От выражений (1) можно перейти к вертикальным компонентам электрического и магнитного векторов Герца, через которые выражаются остальные компоненты полей \mathbf{E} и \mathbf{H} . В дальнейшем нас будут интересовать поля на идеально проводящей нижней поверхности, где ненулевыми остаются, кроме E_z , лишь компоненты H_φ и H_ρ . Для них при $z=0$ можно получить

$$H_\varphi = d \cos \varphi \sum [\delta_p C_p \sin(kC_p z_0) H_0^{(1)}(kS_p \rho) - G_p], \tag{2}$$

$$H_\rho = d \sin \varphi \sum [\tilde{\delta}_p C_p \sin(k\tilde{C}_p z_0) H_0^{(1)}(k\tilde{S}_p \rho) + G_p],$$

* Зависимость от времени принята в виде $e^{-i\omega t}$.

где

$$G_p = \frac{1}{k\rho} \left[\delta_p \frac{C_p}{S_p} \sin(kC_p z_0) H_1^{(1)}(kS_p \rho) - \tilde{\delta}_p \frac{\tilde{C}_p}{\tilde{S}_p} \sin(k\tilde{C}_p z_0) H_1^{(1)}(k\tilde{S}_p \rho) \right].$$

Величины $\delta_p, \tilde{\delta}_p$ при высокой проводимости ионосферы оказываются близкими к единице за исключением $\delta_0 \approx 1/2$ (см., например, [5]). Можно также показать, что величины G_p в первом порядке разложения по малому импедансу ионосферы равны нулю и поэтому в расчетах учитываться не будут.

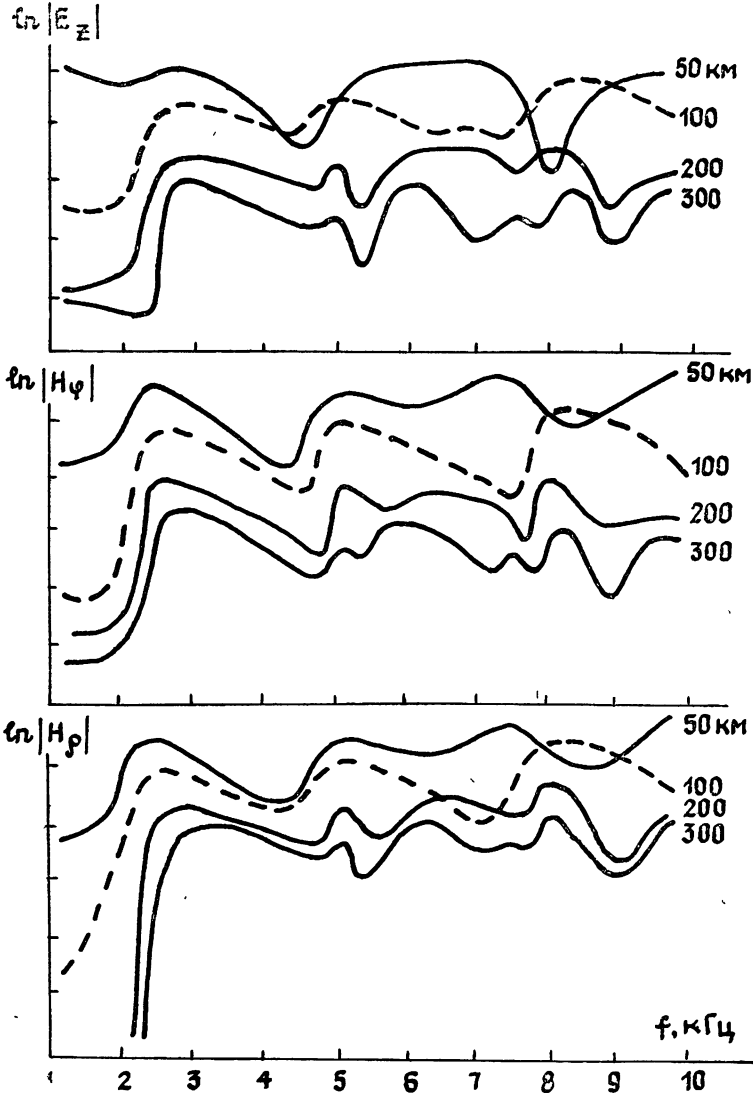


Рис. 1.

В настоящей работе использовалась модель ионосферы с экспоненциальным профилем проводимости.

$$\sigma(z) = \begin{cases} \sigma_0 e^{\beta(z-h)} & \text{при } z \geq h \\ 0 & \text{при } z < h \end{cases}$$

При такой зависимости проводимости от высоты собственные значения C_p и \tilde{C}_p можно выразить через цилиндрические функции [5, 7]. Параметры модели в расчетах полагались равными $\sigma_0 = 10^{-6}$ См/м, $\beta^{-1} = 3,25$ км, $h = 60$ км, что соответствует дневному состоянию ионосферы. Спектр излучения источника (зависимость $d(\omega)$ в формулах (1), (2)) будем считать равномерным. Расчет полей на поверхности Земли проводился для расстояний между источником и наблюдателем от 50 до 300 км. В рядах нормальных волн (1) и (2) учитывались все члены, дающие вклад в суммарное

поле, больший 1%. В качестве источника рассматривался грозовой разряд, расположенный на высоте $z_0=5$ км и ориентированный под произвольным углом φ к плоскости $z\rho$. На рис 1 приведены спектры полей E_z , H_φ , H_ρ в диапазоне частот от 1 до 10 кГц для расстояний источник — наблюдатель 50, 100, 200, 300 км и угла $\varphi=45^\circ$. Одно деление вертикальной шкалы графиков рис. 1, а также рис. 2, обсуждаемого ниже, соответствует изменению поля в e раз.

Сложный вид спектров рис. 1 связан с тем, что по мере увеличения частоты становятся распространяющимися волны более высокого индекса p . Так, на частотах около 2,5; 5,0; 7,5 кГц возрастает вклад волн соответственно первого, второго и третьего типа. Фаза каждой нормальной волны вблизи ее критической частоты изменяется быстро, а в сумме с уже имеющимся набором распространяющихся волн (фаза которого растет сравнительно медленно) получается спектр, который может иметь осциллирующий характер (см. подробней [2]). Поля H_φ и H_ρ входящие соответственно в волны ТМ- и ТЕ-типа, изменяются с частотой сходным образом. В то же время, волны ТМ-типа затухают с расстоянием быстрее, чем волны ТЕ-типа. Это соответствует данным других авторов (например, [8])

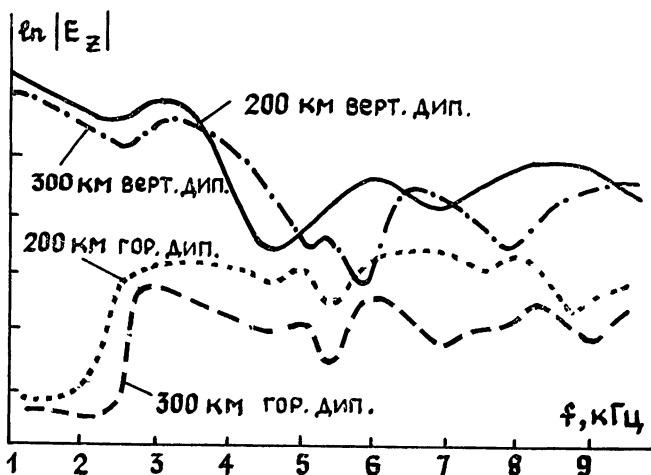


Рис. 2.

На рис 2 приведены спектры поля E_z , возбуждаемого вертикальным (сплошная и штрихпунктирная линии) и горизонтальным (штриховая и точечная линии) источниками с равными дипольными моментами, расположенными на высоте $z_0=5$ км на расстояниях 200 и 300 км. Горизонтальный диполь ориентирован в сторону наблюдателя ($\varphi=0$). Как видно из рис. 2, спектры полей рассматриваемых источников существенно различны. На частотах ниже первого поперечного резонанса распространяющейся является лишь нулевая волна. Горизонтальным источником она возбуждается слабо, а в предельном случае — при идеально проводящих границах — данная волна вообще возбуждаться не будет. Кривые для вертикального диполя лежат выше соответствующих кривых для горизонтального источника. Другими словами, вертикальный диполь возбуждает промежуток между Землей и ионосферой более эффективно (на частотах выше первого резонанса примерно в 5 раз), чем горизонтальный. Это различие связано с близостью горизонтального источника к хорошо проводящей нижней границе. Можно сделать еще одну оценку, следующую из рис. 2. Представим себе наклонный диполь, лежащий в плоскости $z\rho$ под углом θ к горизонтали. Тогда для принятой высоты источника $z_0=5$ км нужно будет учитывать его горизонтальную составляющую при углах $\theta \lesssim 10^\circ \div 20^\circ$.

Таким образом ориентация источника оказывает влияние на спектры полей в полости между Землей и ионосферой. Рассмотренные зависимости могут быть использованы при исследовании грозowych разрядов.

В заключение автор считает своим долгом выразить благодарность А. П. Николаенко за ряд ценных замечаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Блиох П. В., Галюк Ю. П., Гюннинен Э. М. и др. — Изв. вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 4, с. 500.
2. Николаенко А. П., Рафальский В. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 9, с. 1059.
3. Флуктуации электромагнитного поля Земли в диапазоне СНЧ. / Под ред М. С. Александрова. — М.: Наука, 1972.
4. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: АН СССР, 1957.
5. Wait J. R. Electromagnetic Waves in Stratified Media. — N. Y: Pergamon Press, 1962.
6. Рыбачек С. Т. — Изв. вузов — Радиофизика, 1985, 28, № 4, с. 406.

7. Galejs J. Terrestrial Propagation of Long Electromagnetic Waves. — N. Y.: Pergamon Press, 1972.
 8. Galejs J. — IEEE Trans. on Antennas and Propagation, 1968, AP-16, № 6, p. 689.

Институт радиофизики и электроники
 АН УССР

Поступила в редакцию
 15 июля 1985 г.,
 после переработки
 17 февраля 1986 г.

УДК 538.56.519.25

К ОПИСАНИЮ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЕ ПРИ ДЛИНЕ ТРАССЫ, СРАВНИМОЙ С ВНЕШНИМ МАСШТАБОМ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

А. Ю. Потехин

Для описания распространения волн в турбулентной среде с характерным масштабом неоднородностей l , много большим длины волны $\lambda = 2\pi/k$, многими авторами успешно использовалась модель дельта-коррелированных неоднородностей («ДК-приближение»), справедливая при длине трассы $z \gg l$ [1, 2]. При крупномасштабных ($l \sim z$) неоднородностях и малых углах рассеяния среду можно приблизительно представить слоисто-неоднородной [3]. Для изучения плоских волн в такой среде применялись марковские модели [4]. Ситуация усложняется, если необходим учет нескольких типов неоднородностей. Иногда при этом можно ограничиться моделью, в которой среда характеризуется микромасштабом турбулентности l и макромасштабом L , который может соответствовать крупным неоднородностям [4, 5] или флуктуациям параметров турбулентности [6]. При этом возможно применение различных «гибридных» методов. В [4, 5] изучалась ситуация, когда $l \sim \lambda \ll L$, причем мелкие флуктуации учитывались в рамках борновского приближения. Случай $\lambda \ll l \ll L \ll z$ рассмотрен в работе [6], в которой при поэтапном усреднении по микро- и макронеоднородностям использовалось ДК-приближение. В настоящем сообщении рассмотрен другой часто встречающийся случай, когда длина трассы сравнима с макромасштабом $\lambda \ll l \ll z \sim L$. Микро-неоднородности учтены в ДК-приближении, а для макронеоднородностей применена слоисто-марковская модель. Получены замкнутые уравнения для моментов поля, являющиеся обобщением обычных уравнений ДК-приближения [1, 2, 7] и допускающие численное, а в некоторых случаях и явное аналитическое решение.

Как известно, момент $\Gamma_{n,m}(\rho, z)$, где $\rho = (\rho_1, \dots, \rho_{n+m})$ — совокупность поперечных координат, есть среднее значение случайной функции $\gamma_{n,m}(\rho, z)$, подчиняющейся уравнению [2],

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \hat{L}_{\perp} \right) \gamma_{n,m} = \frac{ik}{2} \mu_{n,m} \gamma_{n,m} \quad (1)$$

где $\mu(\rho, z)$ выражается через флуктуации диэлектрической проницаемости в точках (ρ_k, z) , а оператор \hat{L}_{\perp} действует лишь по переменной ρ . Дифференциальное уравнение (1) эквивалентно интегральному:

$$\gamma(\rho, z) = \gamma^0(\rho, z) + \frac{ik}{2} \int_0^z dz' \int d\rho' g(\rho, z, \rho', z') \mu(\rho', z') \gamma(\rho', z'). \quad (2)$$

Здесь γ^0 — решение уравнения (1) в отсутствие неоднородностей, $g = g_{n,m}$ — соответствующая функция Грина, для которой легко выписать явное выражение, аналогичное приведенному в [4], с. 249, для частного случая $n=1, m=0$.

В рассматриваемой модели $\mu(\rho, z) = \mu_1(\rho, z, \eta(z))$, где марковская случайная функция $\eta(z)$ описывает макронеоднородности, а $\mu_1(\rho, z, \eta)$ при каждом η есть короткокоррелированное случайное поле, которое приближенно описывается плотностью распределения $p_1(x; \rho, z | \eta)$ и условной плотностью

$$p_{\eta}(x, \rho, z | y; \rho', z') = p_{\eta}(x; \rho, z | y; \rho', z) \delta_{zz'} + p_1(x, \rho, z | \eta) (1 - \delta_{zz'}).$$

Здесь $\delta_{zz'} = l \delta_l(z - z')$, а δ_l — «острая» функция с характерной шириной l и высотой l^{-1} . При интегрировании с плавной функцией ее можно заменить на дельта-функцию. В ДК-пределе $l \rightarrow 0$, $\delta_{zz'}$ стремится к единице при $z = z'$ и к нулю при $z \neq z'$. Функцию $\eta(z)$ мы опишем плотностью вероятностей $p_2(\eta, z)$ и переходной плотностью $p(\eta, z | \eta', z')$. Условная (при $\mu(\rho, z) = x$) плотность $p(\eta | x, \rho, z)$ выражается через p_1 и p_2 по формуле Байеса. Поле μ обладает продольной марковостью, а его плотность распределения $p(x, \rho, z)$ очевидным образом выражается через p_1 и p_2 .