ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXVIII, № 9 РАДИОФИЗИКА 1985

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 537.874 3 029.62

ПРОСТЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ЗАТУХАНИЯ УКВ-МОД ПРИ СВЕРХРЕФРАКЦИИ

В. Э. Грикуров

Настоящая статья продолжает серию работ [1, 2], посвященных «инженерному» описанию некоторых закономерностей распространения радиоволн сантиметрового диапазона в приводных слоях атмосферы Речь идет о выводе приближенных явных формул, позволяющих с минимальной помощью ЭВМ получать информацию о поле УКВ в условиях сверхрефракции Такому описанию поддаются, в частности, декременты затухающих мод.

Примем модель слоистой атмосферы, в которой неоднородность среды описывается M-профилем рефракции $M(h)=10^6[(\varepsilon(h)-1)/2+h/a]$ (a — радиус Земли, h — высота над поверхностью). Поле точечного излучателя в слоистой среде представляется в виде суммы мод [3], зависимости которых от дальности S с точностью до медленно меняющегося множителя описываются экспонентами $\exp(ikt_mS/10^6)$ (m — номер моды, k — волновое число). Затухание мод определяется мнимой частью комплексных «собственных значений» t_m, которые следует находить из дисперсионного уравнения.

Вид дисперсионного уравнения зависит от свойств M-профиля и от номера m. Будем считать, что функция $M(h)$ имеет минимум на высоте h_i (сверхрефракция). В этом случае для номеров $m=1, 2, \ldots, N$ вещественные части t_m удовлетворяют неравенству $M(h_i)<t_m<M(0)$ Число N зависит от соотношения длины волны и параметров функции $M(h)$ (возможно $N=0$, для сантиметровых волн в реальных условиях $N\leqslant 2$). Мнимые части t_m указанных номеров экспоненциально малы. Дисперсионное уравнение для таких распространяющихся мод исследовано в [3] и многих других работах

Дисперсионное уравнение мод номеров $m=N+1, \ldots, N_1$, для которых $|M(h_i)-t|\ll 1$, изучено в работе [2] Значения t_m этих мод имеют малые, но заметные мнимые части, которые можно выразить явными формулами через интегральные параметры профиля $M(h)$. В [2] получена также приближенная оценка критической длины волны, начиная с которой излучение «захватывается» в волноводный канал (т. е число N становится положительным).

Однако на практике нередки ситуации, когда длина волны настолько больше критической, что условие близости t_m к $M(h_i)$ нарушается уже для $m=1$, и формулы работы [2] неприменимы. Ниже мы получим другие формулы, асимптотически оправданные при $|t_m|\gg 1$, и путем численных расчетов убедимся в их пригодности при умеренных значениях $|t_m|$.

Выпишем соответствующее дисперсионное уравнение. Для E-волн горизонтальной поляризации в интересующем нас случае больших $|t_m|$ оно имеет вид

$$10^{-3}k\int_0^{h_t}\sqrt{2(M(h)-t)}\,dh=\frac{2}{3}|\eta_m|^{3/2}, \tag{1}$$

где h_t — точка поворота ($M(h_t)=t$), η_m — корень функции Эйри $v(x)$ (см.[3]). Для изучения уравнения (1) при комплексных t, $\operatorname{Im}t>0$, необходимо считать, что функция $M(h)$ может быть аналитически продолжена в верхнюю полуплоскость Кроме того, примем предположение о поведении $M(h)$ при $h\to\infty$:

$$M(h)-M(0)=h/H+\sum_{j>1}\alpha_j(h/H)^{-j\gamma} \tag{2}$$

(константа $M(0)$ выделена для удобства) Условие (2) выполняется для реалистических моделей атмосферы [4], причем параметр γ принимает значения либо 1, либо 1/2*.

С целью приближенного решения уравнения (1) получим асимптотическое при $|t| \to \infty$ разложение входящего в (1) интеграла Введем новую переменную $z = M(h) - M(0)$ и обратим разложение (2) Обратное разложение будет содержать всевозможные степени z вида $z^{-\gamma}, z^{-\gamma-1}, \dots, z^{-2\gamma}, z^{-2\gamma-1}, \dots$ Приводим это разложение после дифференцирования его по z

$$h'(z)/H = 1 + \sum_{p=1}^{P} \sum_{q=1}^{Q} \beta_{pq} z^{-p\gamma-q} + R_{PQ}(z), \tag{3}$$

где $R_{PQ}(z) = O(1/z^{\gamma+P\gamma+Q})$ при $|z| \to \infty$, а коэффициенты β_{pq} рекуррентным образом выражаются через коэффициенты разложения (2), например, $\beta_{11} = \gamma\alpha_1$, $\beta_{12} = (\gamma+1)\alpha_2$, $\beta_{21} = 0, \dots$

После замены переменной возникает интеграл

$$\int_0^{\tau} \sqrt{z-\tau}\, h'(z)\, dz, \quad \tau = t - M(0)\,. \tag{4}$$

Раскладывать в этом интеграле $\sqrt{z-\tau}$ по степеням z/τ нельзя, так как на промежутке интегрирования $z \sim \tau$. Однако такое разложение можно будет проделать, если «срезать» подынтегральную функцию в окрестности точки $z=\tau$.

Имея это в виду, подставим в интеграл (4) разложение (3). В слагаемом, содержащем $R_{PQ}(z)$, выполним указанное разложение вплоть до $(z/\tau)^{I}$, $I = \mathrm{entier}(P\gamma+Q)$. Интеграл от остатка оценивается и имеет порядок

$$O_{PQ}^{(\gamma)}(\tau) = \begin{cases} O(\ln \tau/\tau^{P+Q}) & \text{при } \gamma=1 \\ O(\tau^{1-Q-\gamma(P+1)}) & \text{при } \gamma<1 \end{cases}, \quad |\tau| \to \infty. \tag{5}$$

В интегралах вида $\int_0^{\tau} z^j R_{PQ}(z)\, dz$ выразим $R_{PQ}(z)$ из (3) и в слагаемых, содержащих $h'(z)$, вернемся к старой переменной. Оставшийся интеграл по переменной z состоит из элементарных функций и может быть вычислен явно.

Приведем результат этих вычислений при $P=Q=1$:

$$\frac{1}{H}\int_0^{h_t} \sqrt{M(h)-t}\, dh = -\frac{2}{3}(-\tau)^{3/2} + \sqrt{-\tau}\,\mu(\tau) -$$
$$- \alpha_1(-\tau)^{1/2-\gamma} c(\gamma)\, e^{-i\pi\gamma} + \frac{1}{2\sqrt{-\tau}}\int_0^{\tau} \mu(\tau)\, d\tau + O_{11}^{(\gamma)}(\tau). \tag{6}$$

Здесь

$\arg(-\tau) = -\pi$ при $\tau>0$, $\mu(\tau) = M(H\tau) - M(0) - \tau$, $c(\gamma) = \int_0^1 t(1-t)^{1-\gamma}/(1+t)^{1+\gamma}\, dt$,

в частности, $c(1) = \ln 2 - 1/2$, $c(1/2) = (\pi-3)/2$

Решения дисперсионного уравнения (1) будем искать в виде

$$\tau = \tau_0 + \tau_1 + \tau_2/(-\tau_0)^{\gamma} + \tau_3/(-\tau_0) + \dots, \tag{7}$$

считая $|\tau_0| \gg 1$ Подставляя (7) в (6) и собирая коэффициенты при одинаковых степенях $(-\tau_0)$, получим уравнения для определения неизвестных $\tau_0, \tau_1, \dots$ и, в итоге, искомую формулу для «собственного значения» t_m:

$$t_m = M(H\zeta_m) + \frac{\alpha_1 c(\gamma)}{\zeta_m^{\gamma}} + \frac{1}{2\zeta_m}\left[\frac{1}{2}\mu^2(\zeta_m) + \int_0^{\zeta_m} \mu(\tau)\, d\tau\right] + \frac{O_{11}^{(\gamma)}(\zeta_m)}{\sqrt{\zeta_m}}, \tag{8}$$

---

* Для одной из рассмотренных в [4] моделей турбулентной атмосферы разложение $M(h)$ при больших h содержит также логарифмические члены Анализ этого случая проводится аналогично, однако с некоторым ухудшением оценок поправочных членов.

где $\zeta_m = \exp(i\pi/3) \quad 100\,|\eta_m|/(\sqrt{2}kH)^{2/3}$ — «собственные значения» нормальной рефракции (величина погрешности определяется по формуле (5))

Формула (8) описывает величины t_m либо достаточно больших номеров m, либо конечных номеров, но при достаточно больших длинах волн. Поведение профиля рефракции $M(h)$ при конечных h не влияет на применимость формулы (8), что отличает наш подход от теории возмущений, предложенной в [5] Из (8), в силу (2), в частности, вытекает, что $t_m \sim \zeta_m$ при $m/k \to \infty$, т. е предельное поведение комплексных «собственных значений» совпадает с их поведением при нормальной рефракции*.

Проиллюстрируем выведенную формулу численным расчетом на примере модели атмосферы, обоснованной в [4]. На рис 1 представлена зависимость от частоты величины $\varkappa_1$, которая является погонным затуханием первой моды для профиля из работы [4] с параметрами высота волновода $h_i = 30$ *м*, масштаб турбулентности $L = -100$ *м*, уровень шероховатости $h_s = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ *м*. Сплошная кривая соответствует вычислениям по формуле (8), прерывистая — учету лишь первого слагаемого $M(H\zeta_m)$ в формуле (8), пунктирная линия — результат вычислений по формуле работы [2] (справедливым в окрестности критической частоты «захвата»).

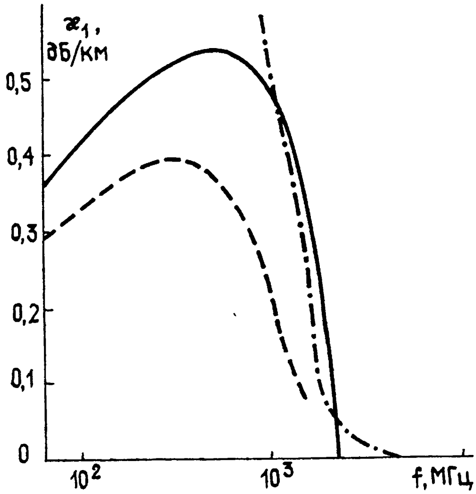

Рис. 1.

Приведенные результаты свидетельствуют, что: а) область применимости формулы (8) «сшивается» с областью применимости формул из работы [2], т. е эти формулы в совокупности позволяют рассчитывать затухание УКВ-мод при любых частотах; б) старшее приближение в формуле (8) является слишком грубым для количественных оценок.

Автор глубоко признателен С. П Саликову за ряд конструктивных замечаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Булдырев В С, Грикуров В Э, Саликов С. П — Радиотехника и электроника, 1979, 24, № 7, с. 1323.
2. Грикуров В. Э — Радиотехника и электроника, 1984, 29, № 8, с. 1632
3. Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. — М. Сов. радио, 1970.
4. Rotheram S. — Marconi Review, 1974, 37, № 192, p 18.
5 Кукушкин А В, Фрейлихер В Д, Фукс И М: — Изв вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 2, с 192.

Поступила в редакцию
10 мая 1984 г.,
после доработки
26 февраля 1985 г.

УДК 621 378

О СВЯЗИ СДВИГОВ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ С ДИПОЛЬНЫМ МОМЕНТОМ МОЛЕКУЛ ВОЗМУЩАЮЩЕГО ГАЗА

С. П. Белов, А. Ф. Крупнов, А. А. Мельников, В А. Скворцов, М. Ю. Третьяков

Исследование зависимости сдвигов молекулярных спектральных линий давлением от типа возмущающих молекул [1] определило класс возмущающих молекул, для которых знак сдвига исследуемых линий давлением остается неизменным. Это обширный класс достаточно тяжелых молекул различных типов — как симметричных, так и ли-

* Этот факт можно было бы считать заранее очевидным, ценность формулы (8) состоит в возможности оценки и учета поправочных членов.