

УДК 537 874 6

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА МНОГОСВЯЗНЫХ ЭКРАНАХ ИТЕРАЦИОННЫМ МЕТОДОМ

В. В. Марцафей, Т. Н. Мельникова

Рассмотрена задача дифракции на многосвязном криволинейном экране. Доказана возможность применения к ней итерационной процедуры, опирающейся на метод Шварцшильда. В качестве иллюстрации изложенного подхода приведены результаты решения двух двумерных задач дифракции плоской электромагнитной волны на системе «незамкнутый цилиндр — полоса».

1. В прикладной электродинамике часто возникает необходимость решения дифракционных задач на многосвязных экранах (одно- и многозеркальные антенны, лучеводы, открытые объемные резонаторы и т. д.). Большинство как аналитических [1-3], так и численных [4] методов рассматривают многосвязный экран как одно сложное тело. В численных методах такой подход обоснован и широко распространен в силу своей универсальности. Однако на этапе реализации он требует высокого быстродействия, большого объема оперативной памяти ЭВМ и в итоге становится доступным только при наличии машин высокого класса. В силу отмеченных особенностей такой метод для задач с экранами больших размеров может оказаться совершенно неприемлемым. Существенно сократить затраты машинного времени, а также упростить программы расчетов позволяет применение итерационных методов, которые сводят задачу дифракции на многосвязном экране к задачам дифракции отраженных полей на отдельных телах, входящих в многосвязный экран.

Одним из первых итерационных методов был метод Шварцшильда, который в прошлом, однако, не получил широкого применения, главным образом, из-за медленной сходимости (по меркам того времени) итерационного процесса [1,3]. В последнее время интерес к этому методу возрос, что связано с широким внедрением в задачи дифракции волн численных и численно-аналитических методов. Так, операторный метод решения задач дифракции волн на плоских экранах [5] в качестве одной из фундаментальных идей использует идею, восходящую к работе Шварцшильда. Ниже мы рассмотрим решение задачи дифракции на двусвязных криволинейных экранах, также опирающееся на основную идею метода Шварцшильда.

2. Пусть произвольное поле Ψ^0 дифрагирует на некотором двусвязном экране, состоящем из частей S_A и S_B (рис. 1). Известно [3], что решение этой задачи может быть сведено к решению уравнения

$$\int_{S_0} J F_n dp = -k \int_S W_n \Psi^0 dp, \quad (1)$$

где

$$J = \begin{cases} W & \text{на } S \\ k\Psi\{W, S\} & \text{на } \Sigma \end{cases} \quad (2)$$

$$F_n = \begin{cases} k\Psi\{W_n, S_0\} \text{ на } S \\ -W_n \text{ на } \Sigma \end{cases}, \quad (3)$$

$$\Sigma = S_{AB} \cup S_{BA}, \quad S = S_A \cup S_B, \quad S_0 = S \cup \Sigma.$$

В соответствии с [6] $\Psi\{V, S\}$ — поле, возбуждаемое током V , текущим по S , а W_n — один из семейства вспомогательных токов, на которое накладывается требование полноты в гильбертовом пространстве $L^2_R(S_0)$.

Сложим записанные ниже уравнения:

$$\int_{S_0} J_A F_{An} dp = -k \int_{S_A} W_n \Psi^0 dp - k \int_{S_A} W_n \Psi_B \{W_B, S_B\} dp; \quad (4)$$

$$\int_{S_0} J_B F_{Bn} dp = -k \int_{S_B} W_n \Psi^0 dp - k \int_{S_B} W_n \Psi_A \{W_A, S_A\} dp, \quad (5)$$

где

$$\Sigma_A = S_{AB} \cup S_B \cup S_{BA}, \quad (6)$$

$$\Sigma_B = S_{BA} \cup S_A \cup S_{AB}, \quad S_0 = S_A \cup \Sigma_A = S_B \cup \Sigma_B;$$

$$J_A = \begin{cases} W_A \text{ на } S_A \\ k\Psi_A\{W_A, S_A\} \text{ на } \Sigma_A \end{cases}, \quad (7)$$

$$F_{An} = \begin{cases} k\Psi\{W_n, S_0\} \text{ на } S_A \\ -W_n \text{ на } \Sigma_A \end{cases};$$

$$J_B = \begin{cases} W_B \text{ на } S_B \\ k\Psi_B\{W_B, S_B\} \text{ на } \Sigma_B \end{cases}, \quad (8)$$

$$F_{Bn} = \begin{cases} k\Psi\{W_n, S_0\} \text{ на } S_B \\ -W_n \text{ на } \Sigma_B \end{cases},$$

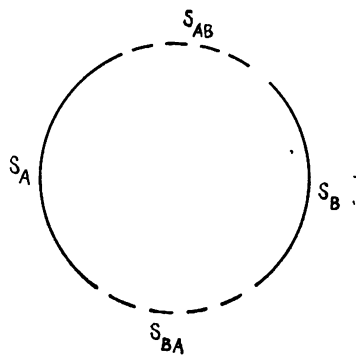


Рис. 1.

Тогда мы получим исходное уравнение (1), в котором «ток» J выражается через компоненты J_A и J_B следующим образом:

$$J = \begin{cases} W_A \text{ на } S_A \\ W_B \text{ на } S_B \\ k\Psi_A\{W_A, S_A\} + k\Psi_B\{W_B, S_B\} \text{ на } \Sigma \end{cases}.$$

Решение системы (4), (5) будем искать в виде

$$W_A = W_{A0} + W_{A1} + W_{A2} + \dots + W_{Av} + \dots; \quad (9)$$

$$W_B = W_{B0} + W_{B1} + W_{B2} + \dots + W_{Bv} + \dots; \quad (10)$$

$$\Psi_A\{W_A, S_A\} = \Psi_{A0}\{W_{A0}, S_A\} + \Psi_{A1}\{W_{A1}, S_A\} + \dots; \quad (11)$$

$$\Psi_B\{W_B, S_B\} = \Psi_{B0}\{W_{B0}, S_B\} + \Psi_{B1}\{W_{B1}, S_B\} + \dots \quad (12)$$

Подставляя (9) — (12) в (4), (5), группируя в полученных уравнениях члены с одинаковыми числовыми индексами итерационного ряда, получим следующую систему уравнений;

$$\begin{cases} \int_{S_0} J_{A0} F_{An} dp = -k \int_{S_A} W_n \Psi^0 dp, \\ \int_{S_0} J_{B0} F_{Bn} dp = -k \int_{S_B} W_n \Psi^0 dp; \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \int_{S_0} J_{A1} F_{An} dp = -k \int_{S_A} W_n \Psi_{B0} \{W_{B0}, S_B\} dp, \\ \int_{S_0} J_{B1} F_{Bn} dp = -k \int_{S_B} W_n \Psi_{A0} \{W_{A0}, S_A\} dp; \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \int_{S_0} J_{Av} F_{An} dp = -k \int_{S_A} W_n \Psi_{B(v-1)} \{W_{B(v-1)}, S_B\} dp, \\ \int_{S_0} J_{Bv} F_{Bn} dp = -k \int_{S_B} W_n \Psi_{A(v-1)} \{W_{A(v-1)}, S_A\} dp; \end{cases} \quad (15)$$

При этом J и F_n в силу (7) — (12) имеют вид

$$J = \begin{cases} W_{A0} + W_{A1} + W_{A2} + \dots + W_{Av} + \dots \text{ на } S_A, \\ W_{B0} + W_{B1} + W_{B2} + \dots + W_{Bv} + \dots \text{ на } S_B, \\ k[\Psi_{A0}\{W_{A0}, S_A\} + \Psi_{B0}\{W_{B0}, S_B\}] + \dots + k[\Psi_{Av}\{W_{Av}, S_A\} + \\ + \Psi_{Bv}\{W_{Bv}, S_B\}] \text{ на } S_{AB} \cup S_{BA} \end{cases}; \quad (16)$$

$$F_n = \begin{cases} k\Psi\{W_n, S_0\} \text{ на } S_A \cup S_B \\ -W_n \text{ на } S_{AB} \cup S_{BA} \end{cases}. \quad (17)$$

Уравнения (13)—(15) имеют четкую физическую интерпретацию. Так, первая пара этих уравнений описывает дифракционные поля, образующиеся при облучении автономных экранов A и B (без учета их взаимодействия) падающим полем Ψ^0 . Вторая пара уравнений дает первую поправку на взаимодействие экранов A и B : рассеянное экраном A поле Ψ_{A0} , возбужденное падающей волной Ψ^0 , выступает здесь в качестве поля облучения экрана B и т. д. С ростом индекса v порядка рассеяния возрастает.

Наконец, о сходимости рядов в (16). Ниже на двух примерах мы определим скорость сходимости в типичных антенных задачах. С физической точки зрения сходимость в (16) определяется добротностью системы. Так как добротность антенных систем невелика, то и число итераций, преследующих цель достижения достаточной для прикладных задач точности, невелико. Заметим, что даже в задаче расчета открытых резонаторов с очень большой добротностью (порядка 10^3) число итераций не превышало 300 [7].

3. В качестве иллюстрации изложенного подхода ниже приводятся результаты решения двух двумерных задач дифракции плоской волны на системе «незамкнутый цилиндр — полоса». Рассматриваемые случаи отличаются между собой местом расположения полосы относительно цилиндра и подобраны так, чтобы полнее продемонстрировать свойства итерационного метода с точки зрения его сходимости.

В первом случае (рис. 2а) полоса расположена в «фокальной плоскости» цилиндра и облучается сфокусированным полем (ожидается получить решение с относительно медленной сходимостью), во втором случае (рис. 2б) — полем, рассеянным цилиндром («быстро сходящееся решение»),

Пусть плоская E -поляризованная волна под углом $\varphi_0 = 0^\circ$ облучает систему, состоящую из незамкнутого идеально проводящего кругового цилиндра, имеющего радиус a и угол раскрытия $2(\pi - \beta)$, и идеально проводящей полосы шириной $2l$, расположенной в «фокальной плоскости» цилиндра (рис. 2а). Выбрав временную зависимость в виде $e^{j\omega t}$, найдем диаграмму рассеяния такой системы итерационным методом.

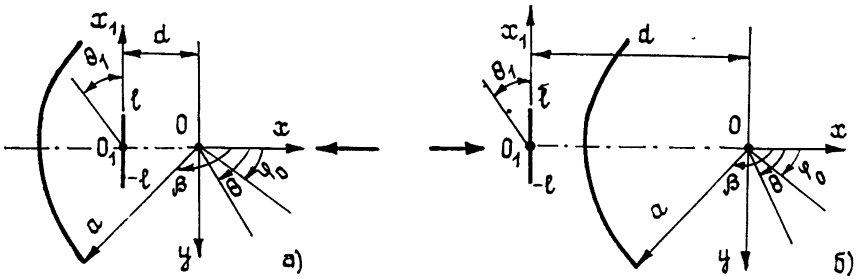


Рис. 2.

Для получения основных уравнений, позволяющих рассчитать токи на цилиндре и полосе при любом облучающем их поле, воспользуемся методом Фельда [6], применив его независимо к каждому телу. Начало координат в частной задаче о цилиндре расположим в точке O , а в задаче о полосе — в точке O_1 . Для цилиндра такая система уравнений относительно неизвестных комплексных коэффициентов тока a_m имеет вид

$$\begin{aligned}
 & a \left\{ \sum_{m=0}^M a_m \left[- \int_0^\beta \cos m\varphi \cos n\varphi d\varphi + \frac{i\pi ka}{2} J_n(ka) H_n^{(2)}(ka) \times \right. \right. \\
 & \left. \left. \times \int_\beta^\pi \cos m\varphi \cos n\varphi d\varphi \right] + a_{M+1} \frac{i\pi ka}{2} J_n(ka) H_n^{(2)}(ka) \int_\beta^\pi \frac{\cos n\varphi}{\sqrt{\varphi - \beta}} d\varphi \right\} = \\
 & = -ka \left[\int_\beta^\pi \cos n\varphi \Phi^0 d\varphi + \Phi^0(\beta) \int_0^\beta \cos n\varphi d\varphi \right],
 \end{aligned} \tag{18}$$

где a_m являются коэффициентами разложения

$$J_c = \begin{cases} \sum_{m=0}^M a_m \cos m\varphi + \frac{a_{M+1}}{\sqrt{\varphi - \beta}}, & \beta < \varphi \leq \pi \\ \sum_{m=0}^M a_m \cos m\varphi - k\Phi^0(\beta), & 0 \leq \varphi \leq \beta \end{cases}. \tag{19}$$

Как видно из (19), в представлении тока выделена разрывная компонента, удовлетворяющая условиям на ребре и имеющая вид

$$J_\rho = \begin{cases} \frac{a_{M+1}}{\sqrt{\varphi - \beta}}, & \beta < \varphi \leq \pi \\ -k\Phi^0(\beta), & 0 \leq \varphi \leq \beta \end{cases}.$$

Последнее сделано для усиления быстроты сходимости решения (19).

Для полосы основная система уравнений относительно коэффициентов тока b_m имеет вид

$$l \left\{ \sum_{m=0}^M b_m \left[\frac{i}{4} \int_{-1}^0 \cos(m\pi z) \int_{-1}^1 \cos(n\pi y) H_0^{(2)}(kl|z-y|) dy dz \right] + \right. \\ \left. + b_{M+1} \frac{i}{4\sqrt{kl}} \int_{-1}^0 \frac{1}{\sqrt{z+1}} \int_{-1}^1 \cos(n\pi y) H_0^{(2)}(kl|z-y|) dy dz \right\} = \quad (20) \\ = - \int_{-1}^0 \cos(n\pi z) \Phi^0(klz) dz,$$

где b_m — коэффициенты разложения

$$J_l = \sum_{m=0}^M b_m \cos \frac{m\pi k x_1}{kl} + \frac{b_{M+1}}{\sqrt{k(x_1+l)}}, \quad -kl < kx_1 < 0. \quad (21)$$

В (21) также выделена разрывная компонента.

Остановимся отдельно на обозначении Φ^0 в (18) и (20), так как итерационный метод предусматривает различный его смысл на каждом шаге решения задачи. Так, на нулевой итерации Φ^0 — плоская волна, облучающая уединенный экран, на первой — рассеянное поле, порожденное плоской волной и облучающее тот же экран, на второй — дважды рассеянное поле и т. д.

Зная распределение тока на поверхности любого из уединенных экранов для каждого шага итерационного процесса, нетрудно определить поле, созданное им на соседнем экране:

$$\Phi^0(r) = \frac{i}{4} \int_L H_0^{(2)}(kr) J(R_0) dl,$$

где r — расстояние между точкой наблюдения R и точкой интегрирования R_0 , а также диаграммы рассеяния каждого экрана

$$F_c(\theta) = \int_{\beta}^{2\pi-\beta} J_c(\varphi) \exp[ika \cos(\theta-\varphi)] d\varphi,$$

$$F_l(\theta_1) = \int_{-l}^l J_l(x_1) \exp(ikx_1 \cos \theta_1) dx_1.$$

Искомую диаграмму рассеяния системы «цилиндр — полоса» находим в соответствии с соотношением

$$F_{\Sigma}(\theta) = \sum_{m=0}^M [F_{cm}(\theta) + F_{lm}(\theta) \exp(-ikd \cos \theta)], \quad (22)$$

где M — число учтенных в решении итераций.

На рис. 3—5 приведены результаты численной реализации изложенного выше алгоритма. Расчеты проводились в одном случае для следующих параметров системы: $ka=20$, $\beta=135^\circ$, $kl=2$, $d=0,55a$, в другом случае — для $ka=20$, $\beta=135^\circ$, $kl=2$, $d=1,45a$. При этом в разложении (19) учтено 24 члена, в разложении (21) — 20 членов,

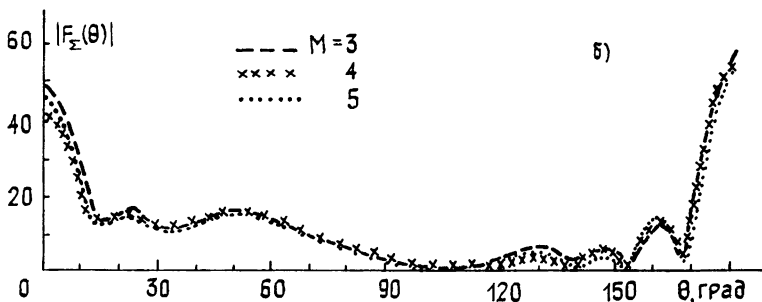
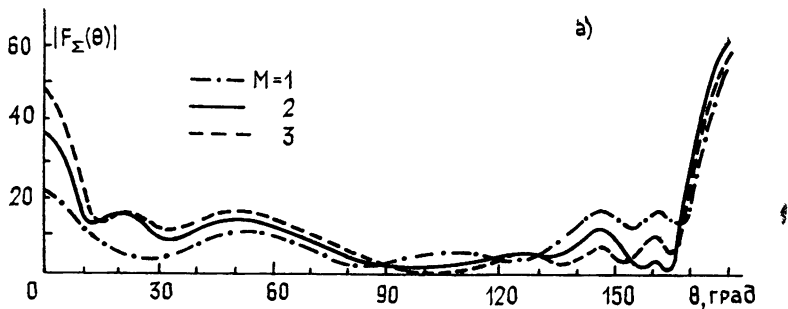


Рис. 3

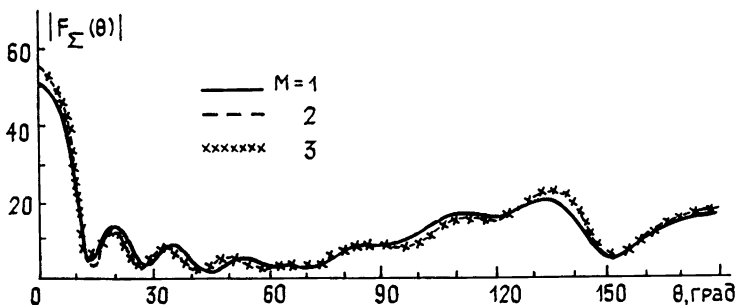


Рис. 4.

На рис. 3 показана суммарная диаграмма рассеяния системы в виде незамкнутого цилиндра с полосой в «фокальной плоскости» ($d=0,55a$) при различном числе учтенных итераций. Как видно из рис. 3, для удовлетворительного описания диаграммы оказалось достаточным учесть в решении (22) всего 5 итераций, что объясняется низкой добротностью выбранной системы. На рис. 4 приведена суммарная диаграмма рассеяния системы для случая $d=1,45a$ также при различном числе учтенных итераций. Как и следовало ожидать,

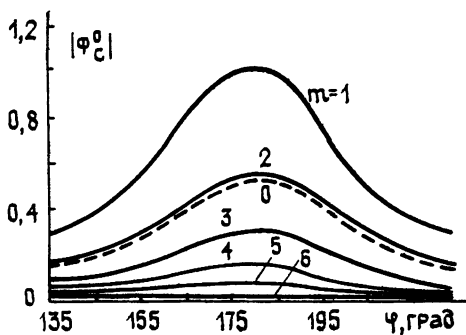


Рис. 5.

В этом случае получено решение, сходящееся быстрее предыдущего: оказалось достаточным учесть всего две итерации. На рис. 5 показана величина модуля поля на цилиндре при каждом шаге итерационного процесса для случая $d=0,55a$. Видно, что семейство этих кривых представляет собой сходящийся к нулю ряд, членами которого, начиная с пятого-шестого номера, можно пренебречь.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хенл Х, Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. — М.: Мир, 1964 — 428 с.
2. Tver'sky V. — J. Math. Phys, 1967, 8, p. 589.
3. Иванов Е. А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах — Минск: Наука и техника, 1968. — 582 с.
4. Панасюк В. В., Саврук М. П., Назарук З. Т. Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции — Киев: Наукова Думка, 1984. — 343 с.
5. Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л. Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах. — Киев: Наукова Думка, 1984 — 239 с.
6. Фельд Я. Н. — Радиотехника и электроника, 1973, 18, № 9, с. 1785.
7. Фокс А., Ли Т. — Сб.: Лазеры. / Пер с англ. / Под ред М. Е. Жаботинского и Т. А. Шмаонова — М.: ИЛ, 1963 — 325 с.

Одесский электротехнический
институт связи

Поступила в редакцию
20 июня 1984 г

THE SOLUTION OF DIFFRACTION PROBLEM OF ELECTROMAGNETIC WAVES ON THE MULTIPLY CONNECTED SCREENS BY ITERATION METHOD

V. V. Martsafej, T. N. Mel'nikova

The diffraction problem on the multiply connected curvilinear screens is considered and the application possibility of the iteration procedure which is based on Schwartzschild method is proved. As the illustration to the mentioned approach the results are given for solution of the two-dimensional diffraction problems of electromagnetic waves on the «disclosed-loop cylinder—strip» system.

ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

Хакен Г. Синергетика: иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах: Пер. с англ. — М.: Мир, 1985. — 24 л.

Основное содержание книги — изложение математического аппарата, которым в настоящее время оперирует синергетика. Формулируются основные задачи синергетики в различных областях науки. Математический аппарат изложен с достаточной степенью подробности. Хотя изложение ближе к монографическому стилю, а не к стилю учебного пособия, читатель при затрате определенных усилий имеет возможность овладеть этим аппаратом.

Для физиков, математиков, химиков, биологов, специалистов в области вычислительной техники, экологии, экономики и социологии.
